

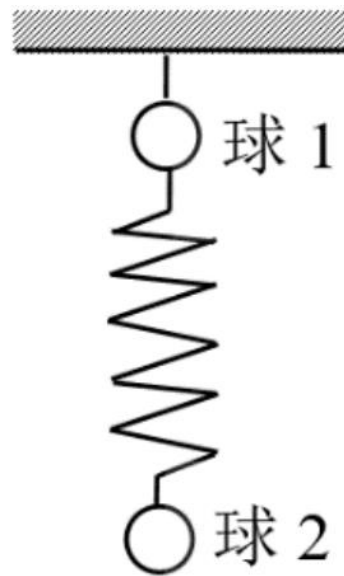
一、单选

1、质点做半径为 R 的变速圆周运动时的加速度大小为 ()。(用 v 表示任一时刻质点的速率)

- (A) $\frac{dv}{dt}$ (B) $\frac{v^2}{R}$ (C) $\frac{dv}{dt} + \frac{v^2}{R}$ (D) $\sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}$

2、两个质量相等的小球由一轻弹簧相连接，再将球 1 用一细绳悬挂于天花板上，处于静止状态，如图所示。将绳子剪断的瞬间，球 1 和球 2 的加速度分别为 ()。

- (A) $a_1 = 2g$, $a_2 = 0$ (B) $a_1 = 0$, $a_2 = g$
(C) $a_1 = g$, $a_2 = 0$ (D) $a_1 = g$, $a_2 = g$



3、在水平冰面上以一定速度向东行驶的炮车，向东南（斜向上）方向发射一炮弹，对炮车和炮弹这一系统，在此过程中（忽略冰面摩擦力及空气阻力）（ ）。

- （A）总动量守恒
- （B）总动量在炮车前进的方向上的分量守恒，其它方向动量不守恒
- （C）总动量在水平面上任意方向的分量守恒，竖直方向分量不守恒
- （D）总动量在任何方向的分量均不守恒

4、在高台上分别沿 45° 仰角方向和水平方向，以同样的速率投出两颗小石子，忽略空气阻力，则它们落地时速度（ ）。

- （A）大小不同，方向不同；
- （B）大小相同，方向不同；
- （C）大小相同，方向相同；
- （D）大小不同，方向相同。

5、一根质量为 m ，长度为 l 的均匀细杆，可在水平桌面上绕通过其一端的竖直固定轴转动。已知细杆与桌面的滑动摩擦系数为 μ ，则杆转动时受的摩擦力矩的大小为（ ）。

- (A) μgml (B) $2\mu gml$ (C) $\mu gml/2$ (D) $\sqrt{2}\mu gml$

6、有一半径为 R 的水平圆转台，可绕通过其中心的竖直固定光滑轴转动，转动惯量为 J ，开始时转台以匀角速度 ω_0 转动，此时有一质量为 m 的人站在转台中心，随后人沿半径向外跑去，当人到达转台边沿时，转台的角速度为（ ）。

- (A) $\frac{J}{J+mR^2}\omega_0$ (B) $\frac{J}{(J+m)R^2}\omega_0$ (C) $\frac{J}{mR^2}\omega_0$ (D) ω_0

7、关于刚体对轴的转动惯量，下列说法中正确的是（ ）。

- (A) 只取决于刚体的质量，与质量的空间分布和轴的位置无关
- (B) 取决于刚体的质量和质量的空间分布，与轴的位置无关
- (C) 取决于刚体的质量、质量的空间分布和轴的位置
- (D) 只取决于转轴的位置，与刚体的质量和质量的空间分布无关

8、有一质点沿 x 轴作简谐振动，平衡位置在坐标原点，周期为 T ，振幅为 A 。若 $t = 0$ 时刻，质点在 $x = A/\sqrt{2}$ 处且向 x 轴负方向运动，则其振动表达式为（ ）。

- (A) $x = A \cos(2\pi t/T - \pi/4)$
- (B) $x = A \cos(2\pi t/T + \pi/4)$
- (C) $x = A \cos(2\pi t/T - \pi/2)$
- (D) $x = A \cos(2\pi t/T + \pi/2)$

9、两个相同的弹簧挂上质量不同的物体 m_1 和 m_2 ，且以相同振幅振动。则两个物体振动的最大动能之比 $E_1:E_2$ 为（ ）。

(A) 2:1

(B) 1:2

(C) 1:1

(D) 4:1

10、一个单摆和一个弹簧振子，在地球表面的固有振动周期分别为 T_1 和 T_2 ；将它们拿到月球上去，相应的周期分别为 T'_1 和 T'_2 。则它们之间的关系为（ ）。

(A) $T_1 = T'_1$, $T_2 = T'_2$

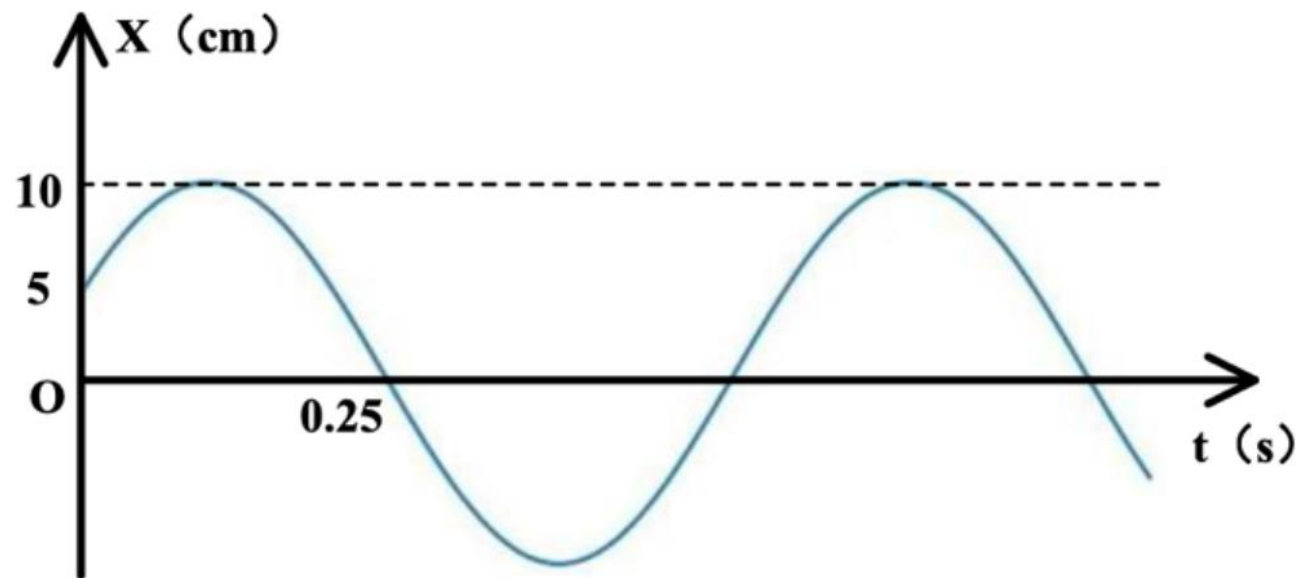
(B) $T_1 < T'_1$, $T_2 < T'_2$

(C) $T_1 > T'_1$, $T_2 > T'_2$

(D) $T_1 < T'_1$, $T_2 = T'_2$

11、一简谐运动曲线如图所示，其振动频率是（ ）。

- (A) 1.0 Hz (B) 2.0 Hz (C) 1.67 Hz (D) 2.4 Hz



12、有一细长绳挂一小球形成一单摆，绳长为 2.0 m，最大摆角为 4° ，单摆振动的角频率和周期分别是（ ）。（重力加速度取 $10 \text{ m}^2/\text{s}$ ）

- (A) $\sqrt{5} \text{ rad/s}$ 、 $2\pi\sqrt{5} \text{ s}$ (B) $\sqrt{5} \text{ rad/s}$ 、 $\frac{2\pi}{5}\sqrt{5} \text{ s}$
(C) $\frac{\sqrt{5}}{5} \text{ rad/s}$ 、 $2\pi\sqrt{5} \text{ s}$ (D) 无法求出

二、填空

- 1、密度为 ρ 的理想流体沿着一水平管道稳定流动。已知管道入口处的面积为 S_1 ，流体速率为 v_1 ，管道出口处面积为 S_2 ，则出口处流体的速率 v_2 为_____。若管道出口处的压强为标准大气压强 p_0 ，则管道入口处的压强为_____。
- 2、乒乓球赛事中常见的左旋球的弯曲轨道，是因为球表面空气流速大的一侧的压强_____另一侧的压强。（此空填：大于、等于或小于）
- 3、一个人每只手各持一个哑铃，两臂平伸坐在转椅上。起初人和转椅以角速度 ω_0 旋转，且摩擦力可忽略不计。现突然将手臂收回，使总转动惯量变为原来的 $1/3$ 。则收臂后的转动动能是收臂前的_____倍。

4、一飞轮以每分钟600转的转速旋转，转动惯量为 $2.5 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ 。现加一恒定的制动力矩使飞轮在1 s 内停止转动，则该恒定制动力矩的大小 $M =$ _____。

5、一个质点同时参与两个在同一直线上的简谐振动，其振动的表达式分别为 $x_1 = 5.0 \cos\left(5\pi t + \frac{5}{6}\pi\right) \text{ m}$ ， $x_2 = 3.0 \cos\left(5\pi t - \frac{1}{6}\pi\right) \text{ m}$ 。则其合振动的振幅为_____。

三、判断

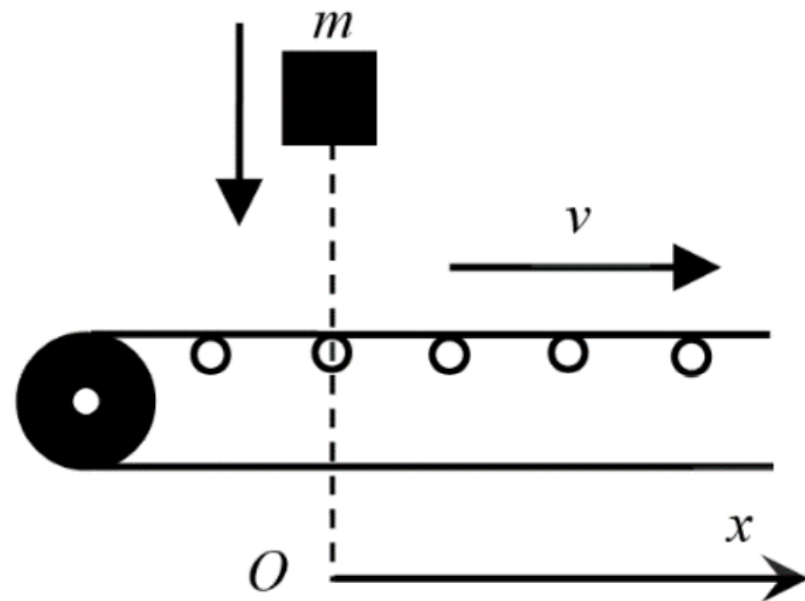
- 1、不受外力作用的系统，其动量和机械能必然同时守恒。
- 2、质量相等，形状和大小不同的两个物体，在相同力矩的作用下，两者的角加速度相等。
- 3、一水平圆盘可绕通过其中心的固定竖直轴转动，盘上站着一个人。把人和圆盘取作系统，当此人在盘上随意走动时，若忽略轴的摩擦，此系统对转轴的角动量守恒。
- 4、一弹簧振子作简谐振动，其运动方程若用余弦函数表示，且在 $t=0$ 时，振子位于负方向的最大位移处，则初相位为 $\pi/2$ 。
- 5、弹簧振子做简谐运动时，周期性参数 ω 、 T 、 f 是由其本身的性质（包括力的特征和物体的质量）决定的，而总能量是由振幅决定的。

四、计算

1、一件行李的质量为 m ，垂直地轻放在传送带上，传送带的速率恒定为 v ，设它与行李间的摩擦系数为 μ 。

试计算：

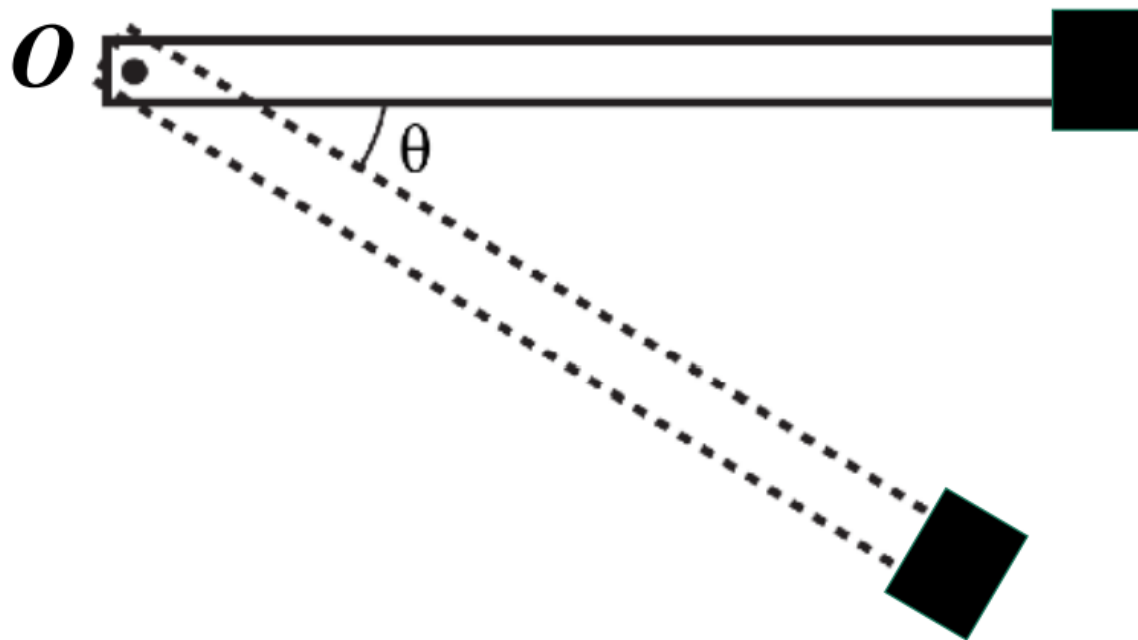
- (1) 行李在传送带上滑动多长时间？（6分）
- (2) 行李在这段时间内运动多远？（6分）
- (3) 有多少能量被摩擦所耗费（即外力做功无法转变为机械能）？（5分）



2、质量为 M ，长度为 L 的刚性匀质细杆，能绕着过其端点 O 的水平轴无摩擦地在竖直平面内摆动，另一端安装着一个质量也为 M 的铁块。今让此杆从水平静止状态自由地摆下，当细杆摆到图中虚线所示 θ 角位置时，

(1) 细杆的转动角速度和转动角加速度为多少？(10分)

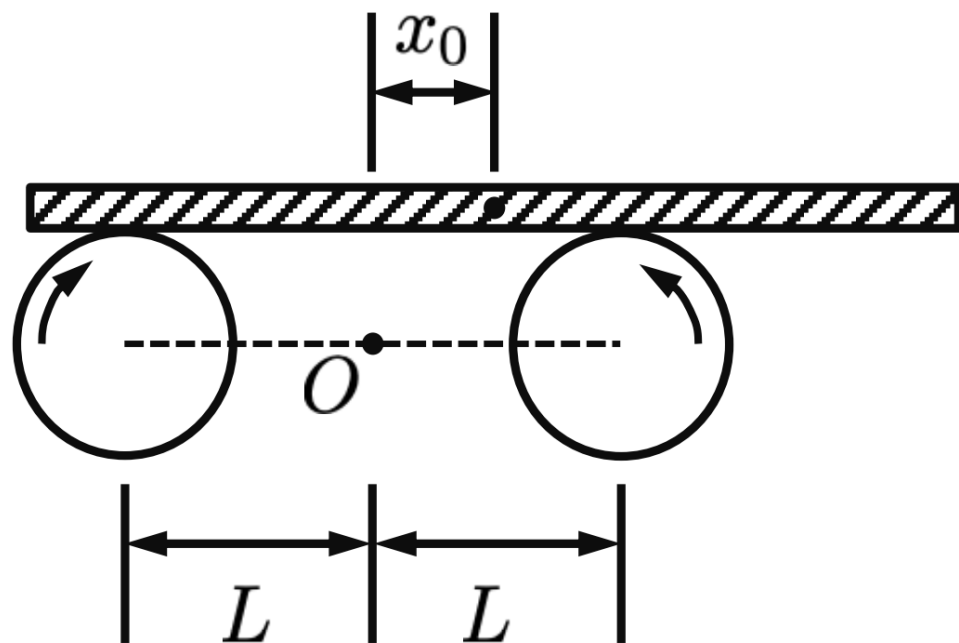
(2) 当 $\theta=90^\circ$ 时，转轴为细杆提供的支持力为多大？(7分)



3、两个完全相同的圆柱体，它们的轴平行，且在同一水平面上。相距为 $2L$ ，以相同的角速度大小按如图所示方向绕轴快速转动，在圆柱体上放一匀质木板，木板与圆柱体之间的滑动摩擦系数为 μ ，不考虑静摩擦情况。

(1) 若初始时将木板静止放在木板中心距 z 平衡点 O 右侧 x_0 处 ($x_0 < L$)，试证明木板将作简谐运动，并给出运动方程。(10 分)

(2) 若初始时将木板放在平衡点 O 右侧 x_0 处且给它一个向右的初速度 v_0 ，试给出在何条件下木板仍能作完整的简谐运动，并给出运动方程。(7 分)



答案——

一、单选

1、D； 2、A； 3、C； 4、B； 5、C； 6、A； 7、C； 8、B； 9、C； 10、D； 11、C； 12、B

二、填空

1、 $v_2 = v_1 S_1 / S_2$ 、 $p_2 = p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 \left(1 - \left(\frac{S_1}{S_2} \right)^2 \right)$ ； 2、小于； 3、3倍； 4、50 N·m； 5、2m

三、判断

1、错； 2、错； 3、对； 4、错； 5、有歧义

答案——

四、计算

1、

解：(1) 设行李滑动时间为 t ，根据动量定理，有

$$\begin{aligned}\mu mgt &= mv - 0 \\ t &= \frac{v}{\mu g}\end{aligned}$$

(2) 设行李在时间 t 内运动的长度为 x ，根据动能定理，有

$$\begin{aligned}\mu mgx &= \frac{1}{2}mv^2 - 0 \\ x &= \frac{v^2}{2\mu g}\end{aligned}$$

(3) 行李所受的摩擦力做正功，传送带所受的摩擦力做负功。被摩擦消耗的能量量值上等于这一对摩擦力所做的功。设 x' 为时间 t 内传送带移动的距离，有

$$\begin{aligned}\Delta E &= \mu mgx - \mu mgx' \\ &= \mu mg(x - vt) \\ &= \mu mg\left(\frac{v^2}{2\mu g} - v\frac{v}{\mu g}\right) \\ &= -\frac{1}{2}mv^2\end{aligned}$$

被消耗的能量大小为 $\frac{1}{2}mv^2$ 。

（第三小问也可以从外力做功与动能增量的关系来考虑。传送带要保持恒定速率 v ，需要有驱动力来平衡摩擦力。因此驱动力做功 $A = \mu mgvt = mv^2$ ，但系统的动能增量为

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2, \text{ 因此存在能量耗散 } \Delta E = A - E_k = mv^2 - \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv^2)$$

2、

解：(1) 细杆的转动惯量为 $\frac{1}{3}ML^2$ ，铁块的转动惯量为 ML^2 ，总的转动惯量为

$$J = \frac{1}{3}ML^2 + ML^2 = \frac{4}{3}ML^2 \quad (2 \text{ 分})$$

选细杆、铁块和地球为研究对象，系统的机械能守恒，即

$$\frac{1}{2}J\omega^2 - Mg\frac{L}{2}\sin\theta - MgL\sin\theta = 0 \quad (2 \text{ 分})$$

$$\text{将总转动惯量 } J = \frac{4}{3}ML^2 \text{ 代入上式可得 } \omega = \sqrt{\frac{9g\sin\theta}{4L}} = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{g\sin\theta}{L}} \quad (1 \text{ 分})$$

$$\text{细杆下摆到位置 } \theta \text{ 时，力矩为 } M = Mg\frac{L}{2}\cos\theta + MgL\cos\theta = \frac{3}{2}MgL\cos\theta \quad (2 \text{ 分})$$

$$\text{由转动定律 } M = J\alpha \text{ 得， } \frac{3}{2}MgL\cos\theta = \frac{4}{3}ML^2\alpha \quad (2 \text{ 分})$$

$$\text{整理可得 } \alpha = \frac{9g\cos\theta}{8L} \quad (1 \text{ 分})$$

(2) 当细杆下摆到 $\theta=90^\circ$ 时，重力矩为零，细杆角加速度为零，角速度为

$$\omega = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{g}{L}} \quad (1 \text{ 分})$$

设铁块与细杆的内力为 F ，转轴的支持力为 N ，则

$$\text{铁块所受合力为 } F - Mg = M\omega^2L \quad (2 \text{ 分})$$

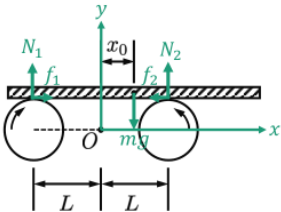
$$\text{细杆所受合力为 } N - Mg - F = M\omega^2\frac{L}{2} \quad (2 \text{ 分})$$

$$\text{整理得， } N = \frac{43}{8}Mg \quad (2 \text{ 分})$$

答案——

四、计算

3、解：（1）受力分析：设木板质量为 m ，取 x 轴向右，原点取在图中所示 O 点处。当木板中心位于 x 处，两圆柱体对木板的支持力分别为 N_1 、 N_2 ，木板还受到圆柱体施加的沿 x 方向的滑动摩擦力。



由竖直方向上受力平衡： $N_1 + N_2 - mg = 0$
由木板对点 O 的角动量为 0，可知合力矩为 0： $N_2 L - N_1 L - mgx = 0$

由以上两个方程可解得 $N_1 = \frac{mg(L-x)}{2L}$ ， $N_2 = \frac{mg(L+x)}{2L}$ （4 分）

水平方向上的合力为： $\mu N_1 - \mu N_2 = \mu \frac{mg(L-x)}{2L} - \mu \frac{mg(L+x)}{2L} = -\frac{\mu mg}{L} x = ma$

整理得 $\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{\mu g}{L} x$ （2 分）

这是简谐运动的动力学方程，其通解为 $x = A \cos\left(\sqrt{\frac{\mu g}{L}} t + \varphi_0\right)$ （2 分）

由初始条件 $t = 0$ 时， $A \cos \varphi_0 = x_0$ ， $-A \sqrt{\frac{\mu g}{L}} \sin \varphi_0 = 0$ ，
可得 $\varphi_0 = 0$ ， $A = x_0$

因此，简谐振动的运动方程为 $x = x_0 \cos \sqrt{\frac{\mu g}{L}} t$ （2 分）

（2）初始条件改变为 $t = 0$ 时， $A \cos \varphi_0 = x_0$ ， $-A \sqrt{\frac{\mu g}{L}} \sin \varphi_0 = v_0$

可得 $A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2 L}{\mu g}}$ ， $\tan \varphi_0 = \frac{v_0}{x_0} \sqrt{\frac{L}{\mu g}}$ （3 分）

若要求木板仍能作完整的简谐运动，即要求 $A < L$ ，即

$$v_0^2 < \frac{\mu g (L^2 - x_0^2)}{L} \quad (3 \text{ 分})$$

运动学方程为 $x = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2 L}{\mu g}} \cos \left[\sqrt{\frac{\mu g}{L}} t - \arctan \left(\frac{v_0}{x_0} \sqrt{\frac{L}{\mu g}} \right) \right]$ （1 分）