Jogos Matemáticos - Aula 02

Reforço: mais Equações e Sistemas

Kaique Matias de Andrade Roberto

Administração - Ciências Atuariais - Ciências Contábeis - Ciências Econômicas

HECSA - Escola de Negócios

FIAM-FAAM-FMU

Conteúdo

Conceitos que aprendemos em Aulas anteriores

Conceitos que aprendemos em Aulas anteriores

- Equações algébrica;
- Resolução de equações de primeiro e segundo grau;
- Não existe uma fórmula para equações de grau maior que 4;

Equações de Primeiro e Segundo Grau

Exercício 2.1

Resolva as equações:

a - $-3x + 1 = -8$;

b - $5(x - 2) = 4x + 6$;

c - $\dfrac{x-1}{4} + \dfrac{x}{3} = \dfrac{1}{6}$;

d - $\dfrac{2y}{5} + \dfrac{5+2y}{3} = 1$.

Exercício 2.2

Resolva as equações:

a - $x^2 - 4x + 3 = 0$;

b - $t^2 - 6t + 8 = 0$;

c - $y^2 - 6y - 3 = 0$;

d - $y^2 - 6y - 3 = 0$;

e - $x^4 - 5x^2 + 10 = 0$;

f - $y^4 - 10y^2 + 9 = 0$.

Sistemas Lineares

Definição 3.1 (Equação Linear)

Uma **equação linear** é uma equação do tipo

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b,$$

onde $a_1, \dots, a_n, b \in \mathbb{R}$ e $x_1, \dots, x_n$ são variáveis. Uma **solução** dessa equação é uma sequência de n números reais $d_1, \dots, d_n \in \mathbb{R}$ de tal forma que a afirmação

$$a_1d_1 + a_2d_2 + \dots + a_nd_n = b$$

seja verdadeira.

Exemplo 3.2

- A equação $x + y = 2$ é linear. Temos soluções $x = 1$, $y = 1$ e $x = 0$, $y = 2$.

Sistemas Lineares

- A equação $x + y - z = 0$ é linear. Temos soluções $x = 1,\ y = 1,\ z = 2)$ e $x = 0,\ y = 1,\ z = 1$.

- A equação $v^2 + w = 1$ **não** é linear. Apesar disso, $v = 1$, $w = 0$ e $v = 0$, $w = 1$ são soluções.

Definição 3.3 (Sistema Linear)

Um **sistema linear de** m **equações e** n **incógnitas** $(m, n \in \mathbb{N})$ é um conjunto de m equações lineares, cada uma delas com n incógnitas, consideradas simultaneamente. Uma **solução** de um sistema linear é uma sequência $d_1, ..., d_n$ de números reais que é solução simultânea de todas as n-equações.

Um sistema linear é comumente representado da seguinte maneira:

$$S : \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

Sistemas Lineares

Assim, $d_1, ..., d_n$ é solução do sistema S se as afirmações

$$S : \begin{cases} a_{11}d_1 + a_{12}d_2 + ... + a_{1n}d_n = b_1 \\ a_{21}d_1 + a_{22}d_2 + ... + a_{2n}d_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{n1}d_1 + a_{n2}d_2 + ... + a_{nn}d_n = b_n \end{cases}$$

forem verdadeiras.

Aqui focaremos em sistemas onde $m = n$ e $m \leq 3$, isto é, sistemas de no máximo três equações e três incógnitas.

Exemplo 3.4

Dado o sistema

$$\begin{cases} 2x - y + z = 1 \\ x + 2y + 0z = 6 \end{cases}$$

uma solução é $x = 0$, $y = 3$ e $z = 4$. Uma outra solução é $x = 6$, $y = 0$, $z = -11$.

Definição 3.5

Dizemos que um sistema linear S é:

- **incompatível (ou impossível)** se S não admite solução;
- **compatível indeterminado (ou possível indeterminado)** se S admite mais de uma solução;
- **compatível determinado (ou possível determinado)** se S admite uma única solução.

Exemplo 3.6

O sistema

$$\begin{cases} 2x - y + z = 1 \\ x + 2y + 0z = 6 \end{cases}$$

é compatível indeterminado (acabamos de exibir duas soluções deste sistema).

Exemplo 3.7

O sistema

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

é compatível determinado: sua solução única é $x = 1$, $y = 2$.

Exemplo 3.8

Já o sistema

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

é incompatível.

Definição 3.9 (Discussão, Resolução de Sistemas)

Discutir um sistema linear S significa classificar S como incompatível, compatível determinado ou compatível indeterminado. **Resolver** um sistema linear S significa determinar o conjunto solução de S (que pode ser eventualmente vazio).

O grande objetivo aqui é explicitar um método para discutir e resolver sistemas 2×2 e 3×3.

Os sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas que apresentam uma única solução (chamados determinados) são habitualmente resolvidos por substituição e adição.

Exemplo 3.10

Resolva o sistema

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x + 3y = 21 \end{cases}$$

pelo método da substituição.

Exemplo 3.11

Resolva o sistema

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x + 3y = 21 \end{cases}$$

pelo método da adição.

Podemos extrapolar os mesmos métodos para a solução de um sistema de equações 3×3.

Exemplo 3.12

Resolva o sistema

$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x + y + z = 1 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$$

pelo método da substituição.

Sistemas Lineares

Para sistemas com mais de duas equações, o método da adição é chamado **escalonamento**.

Exemplo 3.13

Resolva o sistema

$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x + y + z = 1 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$$

pelo método do escalonamento.

Ou seja, em geral é mais vantajoso resolver um sistema linear pelo método do escalonamento.

Mais Equações e Sistemas

Vamos resolver os Exercícios 2.1 - 2.8 da Lista de Exercícios.

Comentários Finais

Comentários Finais

Em resumo, na aula de hoje nós:

- resolvemos algumas equações de primeiro e segundo grau;
- definimos a noção de sistema linear;
- resolvemos mais sistemas lineares e equações.

Comentários Finais

Para a próxima aula nós:

- definimos a noção de produto cartesiano;
- definimos a noção de função;
- lidamos com alguns tipos de função.

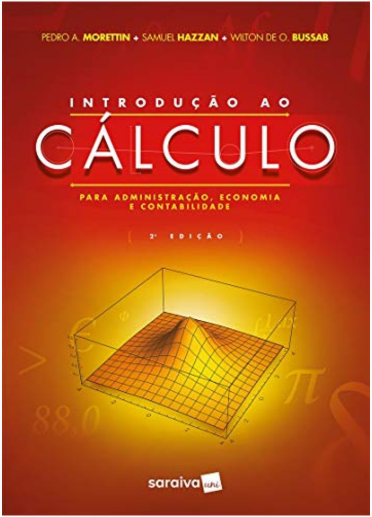
Comentários Finais

ATIVIDADE PARA ENTREGAR (E COMPOR A NOTA N1)

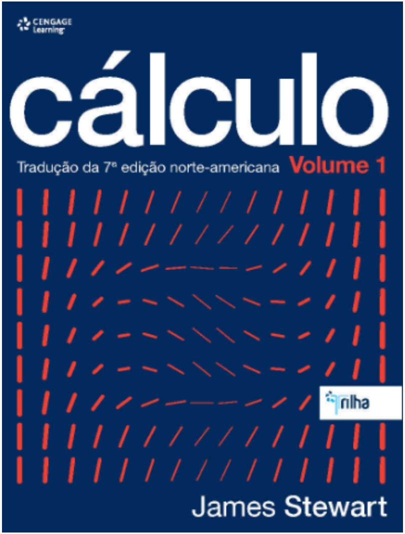
Em grupos de até 5 integrantes resolva os Exercícios 2.1-2.8.

Referências

Referências



Referências



Bons Estudos!