

# Jogos Matemáticos - 2022

## Lista de Exercícios

Kaique Matias de Andrade Roberto

5 de agosto de 2022

Estes são os Exercícios recomendados para a disciplina. Afim de que você possa extrair o maior proveito possível destes exercícios tenha em mente as seguintes observações:

- esta é a **única** lista de exercícios da disciplina toda;
- esta lista **contém** os exercícios que resolveremos em aula;
- as Seções estão nomeadas de acordo com as aulas (por exemplo, na Seção 10 estão os exercícios recomendados para a Aula 10);
- os exercícios que aparecem em aula estão marcados com (A);
- os exercícios com (\*) ou (\*\*) são exercícios que consideramos mais desafiadores.

## 0 Noções de Lógica e Conjuntos

**Exercício 0.1** ((A)). Demonstre as equivalências abaixo.

a -  $\neg(\neg P) \equiv P$ .

g -  $(P \vee (P \wedge Q)) \equiv P$ .

b -  $P \vee P \equiv P$ .

h -  $P \rightarrow Q \equiv (\neg P) \vee Q$ .

c -  $P \wedge P \equiv P$ .

i -  $\neg(P \rightarrow Q) \equiv P \wedge (\neg Q)$ .

d -  $\neg(P \wedge Q) \equiv (\neg P) \vee (\neg Q)$ .

j -  $\neg(\forall x P(x)) \equiv \exists x(\neg P(x))$ .

e -  $\neg(P \vee Q) \equiv (\neg P) \wedge (\neg Q)$ .

k -  $\neg(\exists x P(x)) \equiv \forall x(\neg P(x))$ .

f -  $(P \wedge (P \vee Q)) \equiv P$ .

**Exercício 0.2** ((A)). Transforme as sentenças abertas abaixo em sentenças verdadeiras usando quantificadores.

a -  $-(-x) = x$ .

d -  $5a + 4 \leq 11$ .

b -  $(a + 1)(a - 1) = a^2 - 1$ .

e -  $x^2 \leq x$ .

c -  $\sqrt{x^2} = x$ .

f -  $a^2 + b^2 \leq 0$ .

**Exercício 0.3.** Diga qual é a negação de cada uma das sentenças abaixo.

a - O Palmeiras tem mundial.

b - Toda fruta é doce e todo remédio é amargo.

c - Todo dia da semana é segunda-feira.

d - Todo final de semana tem um sábado e um domingo.

e - Todo número inteiro primo é ímpar.

f - Todo triângulo isóceles é equilátero.

g - Existe um losango que não é um quadrado.

h - Existe um número cuja raiz quadrada é zero.

**Exercício 0.4.** Quando estamos fora do contexto matemático negar uma sentença pode ser uma tarefa relativamente difícil. Afim de ilustrar isso, escreva a negação das sentenças abaixo (que na verdade são ditados da sabedoria popular).

a - Camarão que dorme, a onda leva.

b - Gato escaldado tem medo de água fria.

c - Mente vazia, oficina do diabo.

d - O que não tem remédio, remediado está.

e - O que os olhos não veem, o coração não sente.

f - Quando o dinheiro fala, a verdade se cala.

g - Para quem está se afogando, jacaré é tronco.

h - Vão-se os anéis e ficam os dedos.

i - Para bom entendedor, meia palavra basta.

j - Se conselho fosse bom, a gente não dava, vendia.

**Exercício 0.5 (\*)**. Escreva a contra-positiva para as sentenças dos Exercícios 0.3, 0.4 desde que seja possível.

**Exercício 0.6.** Calcule o conjunto das partes de  $A = \{a, b, c, d\}$ .

**Exercício 0.7.** Seja  $B = \{a, b, c, d, e\}$ . Encontre o conjunto  $X$  tal que  $\mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(A) \cup X$ , sendo  $A$  o conjunto da questão anterior.

**Exercício 0.8** ((A) Propriedades da Inclusão). Sejam  $A, B, C$  três conjuntos quaisquer. Mostre que:

i -  $\emptyset \subseteq A$ ;

ii -  $A \subseteq A$ ;

iii - Se  $A \subseteq B$  e  $B \subseteq C$  então  $A \subseteq C$ .

**Exercício 0.9** ((A) Propriedades da União). Sejam  $A, B, C$  três conjuntos quaisquer. Mostre que:

i -  $A \cup A = A$ ;

ii -  $A \cup \emptyset = A$ ;

iii -  $A \cup B = B \cup A$ ;

iv -  $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ .

**Exercício 0.10** ((A) Propriedades da Intersecção). Sejam  $A, B, C$  três conjuntos quaisquer. Mostre que:

i -  $A \cap A = A$ ;

ii - Se  $A \subseteq B$  então  $A \cap B = A$ ;

iii -  $A \cap B = B \cap A$ ;

iv -  $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$ .