

Kaique.roberto@fmu.br

**FMU**

## Técnicas de Amostragem - Aula 06

Gerando Números Aleatórios

---

Kaique Matias de Andrade Roberto

Ciências Atuariais

HECSA - Escola de Negócios

FIAM-FAAM-FMU

1. Conceitos que aprendemos em Aulas anteriores
2. Números (Pseudo) Aleatórios
3. Tabelas
4. Excel
5. Comentários Finais
6. Referências

## **Conceitos que aprendemos em Aulas anteriores**

---

Nas aulas anteriores nós lidamos com os aspectos da AAS:

- definição da AASc e AASs;
- propriedades das principais estatísticas;
- normalidade e intervalo de confiança;
- tamanho da amostra.

# Números (Pseudo) Aleatórios

---

Sinistro, uso de plano de saúde,  
morte do assegurado

### Definição 2.1 (Aleatório, Dicionário Aurélio)

1) Não estabelecido por regras certas, fixas, determinadas;  
eventual: a escolha foi aleatória porque teve em conta os melhores  
alunos. 2) Dependente de situações desconhecidas, incertas; ao acaso.

ordem de atendimentos

## Simulação

### Definição 2.2

Um gerador de números pseudo-aleatórios (do inglês, PRNG, Pseudo-random Number Generator) é um algoritmo normalmente derivado de uma função matemática que gera uma sequência de números, os quais são aproximadamente independentes um dos outros.

# Números (Pseudo) Aleatórios

A saída da maioria dos geradores de números aleatórios não é verdadeiramente aleatória; ela somente aproxima algumas das propriedades dos números aleatórios. Daí o termo **pseudo-aleatório** (ou **pseudoaleatorio**).



# Números (Pseudo) Aleatórios

Uma amostra construída com números pseudo-aleatórios recebe o nome de **pseudo-amostra**.

A geração de números aleatórios de distribuições de probabilidade é baseada na geração de números aleatórios da distribuição uniforme (discreta ou contínua).

# Números (Pseudo) Aleatórios

É possível coletar valores aleatórios da distribuição uniforme que sejam **verdadeiramente aleatórios** usando fenômenos naturais (como ruídos atmosféricos e o magnetismo da terra).

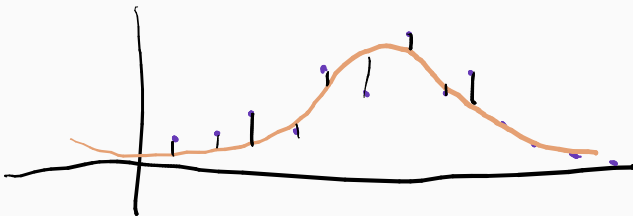
# Números (Pseudo) Aleatórios

Em geral, evitamos o uso de números verdadeiramente aleatórios em favor dos número pseudo-aleatórios pois os números pseudo-aleatórios são reprodutíveis.

# Números (Pseudo) Aleatórios

Os números pseudo-aleatórios são baseados em um valor chamado chave ou semente.

# Números (Pseudo) Aleatórios



Uma vez na posse de uma amostra pseudo-aleatória, é necessário realizar algum teste de aderência para verificar o ajustamento da amostra à distribuição uniforme (discreta ou contínua).

# Tabelas

---

Podemos simular eventos que envolvem aleatoriedade, como tirar nomes de um chapéu, usando tabelas de algarismos aleatórios.



Tabelas de algoritmos aleatórios podem ser usadas para simular muitas situações reais diferentes.

De fato, há um livro inteiro que consiste em um "tabelão" de números aleatórios: o livro "A Million Random Digits with 100,000 Normal Deviates", publicado em 1955 pela RAND Corporation.

Este livro foi um marco importante para a pesquisa em Estatística no Século passado (e pode ser baixado na íntegra no link [https://www.rand.org/pubs/monograph\\_reports/MR1418.html](https://www.rand.org/pubs/monograph_reports/MR1418.html)).

Aqui estão 2 linhas de Algarismos Aleatórios que usaremos nesta aula:

Linha 1: 96565 05007 16605 81194 14873 04197 85576 45195

Linha 2: 11169 15529 33241 83594 01727 86595 65723 82322

## Como Usar uma Tabela de Números Aleatórios

- Cada algarismo tem a mesma probabilidade de ser qualquer um dos 10 algarismos de 0 a 9.
- Os algarismos são independentes uns dos outros. Conhecer uma parte da tabela não nos dá informações sobre outra parte.
- Nessa versão os algarismos são colocados em grupos de 5 apenas para facilitar a leitura.
- Os grupos e linhas não têm significado especial. Eles são apenas uma longa lista de algarismos aleatórios.

Linha 1: 96565 05007 16605 81194 14873 04197 85576 45195

Linha 2: 11169 15529 33241 83594 01727 86595 65723 82322

Sortear números de 3 algarismos:

965; 650; 500; 716; 605; 811, 941

Sortear 4 números entre 700 e 500?

500; 487; 304

500; 414; 304

Linha 1: 96565 05007 16605 81194 14873 04197 85576 45195

Linha 2: 11169 15529 33241 83594 01727 86595 65723 82322

Sortear números de 4 algarismos:

1116; 9155; 2933; 3242; ...

# Importante

Independente do método de  
gestão vocês precisam:

1 - Documentar o método

2 - Fazer o teste de aderência

## Exemplo 3.1

Há 90 alunos em um período de almoço, e 5 deles serão selecionados aleatoriamente para trabalhar na limpeza toda semana. Cada aluno recebe um número entre 0 e 90. Use uma tabela de números aleatórios para:

- a - extrair uma amostra de tamanho 5 segundo o plano AASc;
- b - extrair uma amostra de tamanho 5 segundo o plano AASs.



Linha 1: 96565 05007 16605 81194 14873 04197 85576 45195  
Linha 2: 11169 15529 33241 83594 01727 86595 65723 82322

a - 96; 56; 50; 50; 07

22; 26; 91; 55; 79

b - 96; 56; 50; 07; 16

## Exemplo 3.2

Uma empresa de cereais está dando um prêmio em cada caixa de cereal e anuncia: "Colecione todos os 6 prêmios!" Cada caixa de cereal tem 1 prêmio, e cada prêmio tem a mesma probabilidade de aparecer em qualquer caixa. Caroline se pergunta quantas caixas leva, em média, para conseguir todos os 6 prêmios. Simule a quantidade de caixas necessárias usando ao menos duas linhas de uma tabela de números aleatórios.

Linha 1: 06565 05007 16605 81194 14873 04197 85576 45195  
Linha 2: 11169 15529 33241 83594 01727 86595 65723 82322

↑↑↑↑↑   ↓   ↓↓   ↓↓   ↓↓   ↓↓   ↓↓   ↓↓   ↓↓   ↓↓   ↓↓   ↓↓   ↓↓   ↓↓  
↑↑↑↑   ↑↑↑↑

Sortear números de 1 a 6 até que  
apareçam todos.

1 2 3 4 5 6

# Excel

---

A maneira mais simples de gerar números aleatórios no Excel é usando as funções "ALEATÓRIO" e "ALEATÓRIOENTRE".

Para um breve tutorial de geradores de números aleatórios no Excel, consulte <https://engenheiradoexcel.com.br/como-gerar-numeros-aleatorios-no-excel/>.

## Exemplo 4.1

Vamos usar os dados na planilha "tecnicas-amostragem-aula-06-exemplos.xlsx" para gerar amostras pseudo-aleatórias usando o Excel.

# **Comentários Finais**

---



Em resumo, na aula de hoje nós fizemos uma breve introdução aos geradores de números aleatórios.

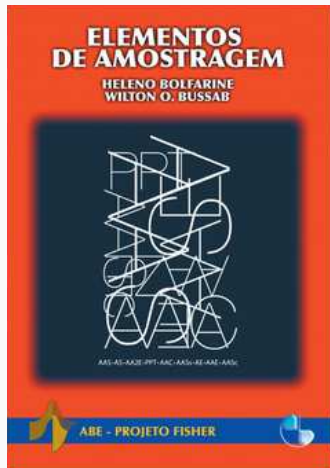
Nas próximas aulas nós vamos começar o estudo da amostragem estratificada.

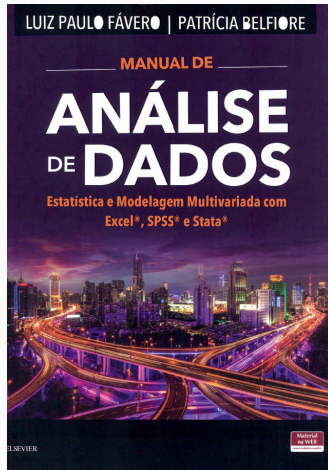
## EXERCÍCIOS PARA APS (E PREPARAÇÃO PARA A N2)

resolva os Exercícios 6.3-6.6.

## Referências

---







4.2 a -  $\bar{d} = 3.46$   $s^2 = 0.020$

b -  $P(|\bar{d} - \mu| < x_\gamma) < \gamma$

$P(|\bar{d} - \mu| < x_\gamma) = 0.95$

$P\left(\frac{|\bar{d} - \mu|}{s/\sqrt{n}} < \frac{x_\gamma}{s/\sqrt{n}}\right) = 0.95$

$\frac{x_\gamma}{s/\sqrt{n}} = 1.96$

$\sigma^2 = \text{variância populacional}$   $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

$\sigma = \text{desvio padrão populacional}$

$s^2 = \text{variância amostral}$   $s = \sqrt{s^2}$

$s = \text{desvio-padrão amostral}$

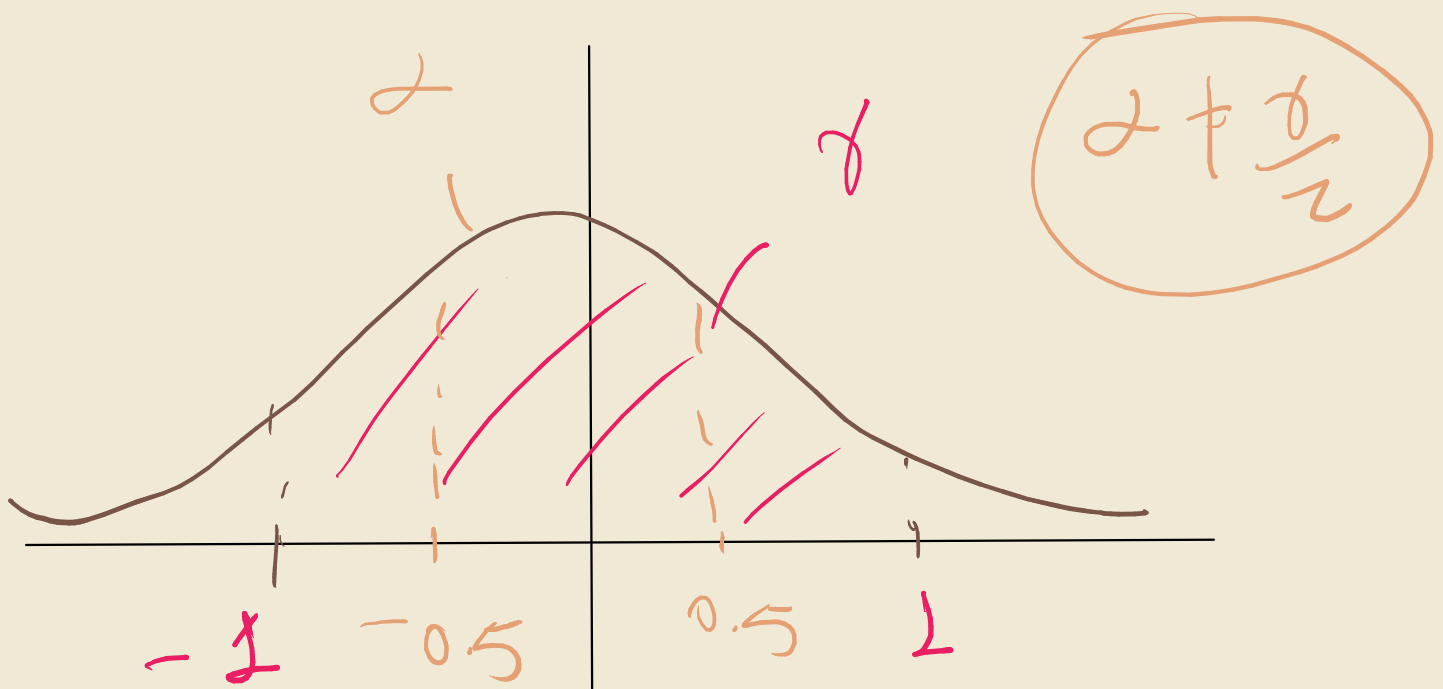


$$X_{\gamma} = \frac{2.96}{\sqrt{n}} = m$$

$$I = (3.46 - m; 3.46 + m)$$

↳ intervalo de confiança

C - Tamanho da amostra  
com precisão  $m/2$



$$C - P(|\bar{d} - \mu| < \sigma_\sigma) = \sigma$$

$$\frac{\chi_\sigma}{s/\sqrt{n}} = 1.96 \Rightarrow$$

$$\frac{1.96s}{\sqrt{n}} = \chi_{\sigma/2} \Rightarrow$$

$$\sqrt{n} = \frac{2 \cdot 1.96 \cdot s}{\chi}$$

$$n = \left[ \frac{2 \cdot 1.96 \cdot s}{\chi} \right]^2$$

$$n \geq \frac{\sigma^2}{(\chi_{\sigma/2})^2} = \frac{0.020}{\left[ (\chi_{\sigma/2}) / 1.96 \right]^2}$$

5.4

idem 4.2 Com 25  
Formulas de Aula 05-06

5.3

u -

$$\hat{p} = \frac{452 + 162 + 187 + 112}{1000} = 0.912$$

5.1

$$B = 0.05 \quad \delta = 0.05$$

$$P(|\bar{x} - \mu| \leq 0.05) = 0.95$$

$$P\left(\frac{|\bar{x} - \mu|}{\sqrt{(1-f)s^2/n}} \leq \frac{0.05}{\sqrt{(1-f)s^2/n}}\right) = 0.95$$

$$P\left(z \leq \frac{0.05}{\sqrt{(1-f)s^2/n}}\right) = 0.95$$

$$\frac{0.05}{\sqrt{(1-f)s^2/n}} = 1.96 \Rightarrow$$

$$\frac{0.05}{1.96} = \sqrt{\frac{(1-f)s^2}{n}}$$

$$\frac{0.05^2}{1.96^2} = \frac{(1-f)5^2}{n} \Rightarrow$$

$$n = \frac{(1-f)5^2 \cdot 1.96^2}{0.05^2}$$

$$n = \frac{\left(1 - \frac{1000}{36000}\right) 2.397 \cdot 1.96^2}{0.05^2}$$

$$= \frac{\left(1 - \frac{1}{36}\right) 2.397 \cdot 1.96^2}{0.05^2}$$

$$= \frac{35}{36} \cdot \frac{1.96^2}{0.05^2} \cdot 2.397 = 3581$$

$$h = \frac{2}{D/s^2 + \frac{1}{N}}$$

$$D = B^2 / z_0^2$$

$$h = \frac{1}{\left( \frac{0.05^2}{1.96^2} \right) / 2.397 + \frac{1}{36000}}$$

$$z_{\gamma} = 1.96$$

$$z_{\gamma} = 2$$