FISHER Daniel
TORRES Andy
486M

Algorithmique Numérique

Ces travaux pratiques ont pour objectif d'implémenter la méthode d'interpolation de Lagrange et d'évaluer l'efficacité avec laquelle elle permet d'approximer une fonction donnée. Pour cela, nous utiliserons la fonction plot() pour tracer deux courbes : celle de la fonction $f(x) = x*x^{-1/2}$ et celle du polynôme de Lagrange lui correspondant pour n = 100, puis les comparer.

Question 3.1 :

Le résultat souhaité est donner par la fonction equidistant(double a, double b, int n) qui construit un tableau de n+1 points équidistants entre a et b dont le i-ème point du tableau est calculé à chaque itération de la boucle en faisant i*(b-a)/n. Ce tableau correspond à la suite des x_k.

Question 3.2 :

Grâce au tableau crée par la fonction equidistant(), on construit les polynômes de base de Lagrange $l_i(x)$ grâce à la fonction baseLagrange(int i, double x, double* tabxk, int n) en parcourant le tableau de la suite des x_k. Ainsi, à chaque itération, on fait le produit de (x-tabxk[j])/(tabxk[i]-tabxk[j]), comme montré avec la formule du sujet, où tabxk est le tableau donné par equidistant(), i un entier positif ou nul et j la variable de boucle.

Question 3.3 :

Enfin, on se sert des deux fonctions précédentes pour déterminer l'expression du polynôme interpolateur p(x) grâce à notre fonction lagrange(int n, double x, double* tabxk) qui reprend la formule du sujet et calcule p(x) en sommant les produits $f(x_i)l_i(x)$ à chaque itération de la boucle parcourant la suite des x_k.

Question 4 :

Si on teste l'algorithme pour un intervalle [0,1] avec n = 10 et x = 0.55, on obtient une erreur absolue de $2.575688519002028*10^{-5}$ et une erreur relative de 0.003473057690518638 %. Il est important de noter que la précision augmente à mesure que le nombre de points d'interpolation n augmente. Pour n = 30, toutes choses égales par ailleurs, on obtient une erreur absolue de $7.609135543873435*10^{-12}$ et une erreur relative de $1.026015627428727*10^{-9}$ %.

En conclusion, nous aurons observé grâce à ce TP que le polynôme d'interpolation de Lagrange fournit une très bonne approximation (comme on le voit dans la question 4 à travers le calcul de l'erreur absolue et relative) de la fonction f(x) voulue. Cependant, cette approximation n'est efficace que si on prend un nombre suffisants de points d'interpolation puisque le degré de précision de l'approximation est corrélé avec le nombre de points qu'on prend au moment d'appliquer la formule.