

Apprentissage par Renforcement pour la Réfutation de Conjectures sur les Graphes

Plan

- Qu'est-ce que l'apprentissage par renforcement ?
- Description de l'objectif du stage
- La conjecture 2.3
- La conjecture $\lambda_1 - \alpha$
- Vue globale des conjectures
- Conclusion

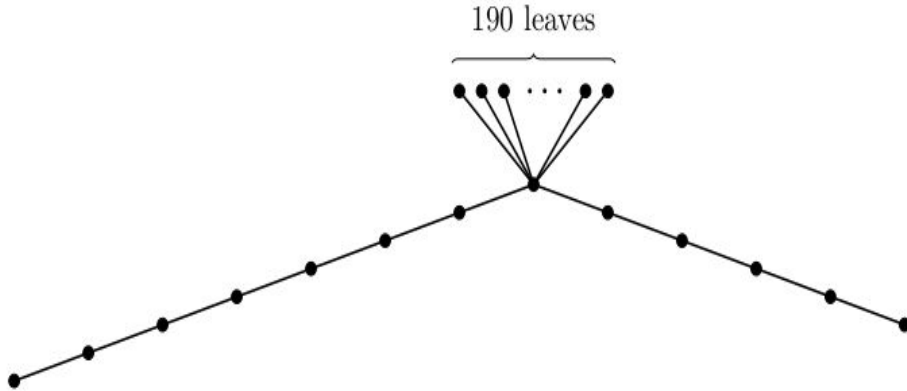
Qu'est-ce que l'apprentissage par renforcement ?

- L'apprentissage par renforcement : une méthode d'apprentissage machine basée sur la maximisation d'une récompense.
- Un agent prend des décisions pour maximiser sa récompense cumulée dans un environnement évaluant ses choix.
- Des récompenses et pénalités guident l'apprentissage afin d'améliorer la prise de décisions au fil du temps.
- Applications : robotique, jeux, optimisation des ressources, gestion des stocks, prise de décision automatisée.

Description de l'objectif du stage

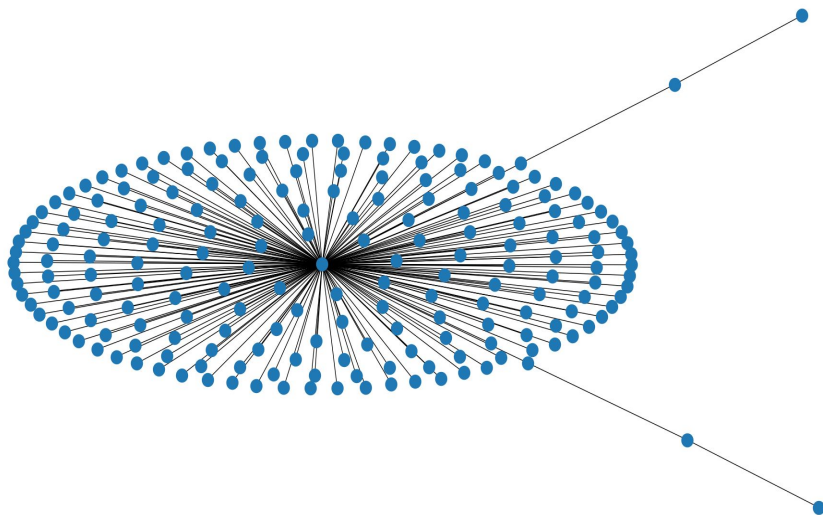
- Tenter de réfuter des conjectures ouvertes sur les graphes avec l'algorithme "deep-cross entropy".
- Vérifier si l'apprentissage par renforcement est un outil viable pour faire facilement le tri entre les vraies conjectures et les fausses.
- L'algorithme en lui-même: production de graphes, sélection des meilleurs 10%, ajustement des paramètres avec les meilleurs 50%.
- Exemple d'illustration pour une conjecture portant sur une propriété X dans un graphe connexe.

Conjecture 2.3 (Partie 1)



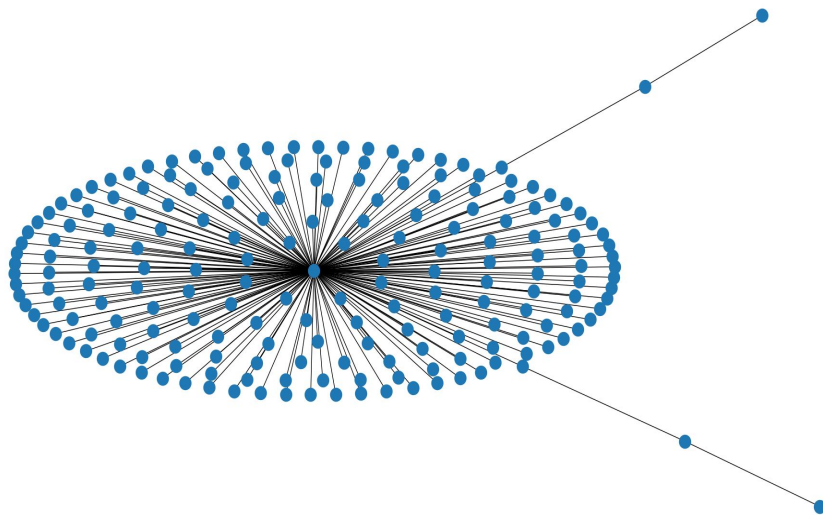
- $\pi + \partial_{\lfloor 2D/3 \rfloor} > 0$ pour tout graphe connexe ayant au moins 4 sommets.
- $-(\pi + \partial_{\lfloor 2D/3 \rfloor})$ comme fonction de score.
- Adam Wagner dessine ce à quoi doit ressembler le contre-exemple.
- Temps d'exécution très long, plusieurs jours pour $N = 30$ pour un résultat de 0.4 environ -> nécessité d'une autre implémentation (codage de Prüfer).

Conjecture 2.3 (Partie 2)



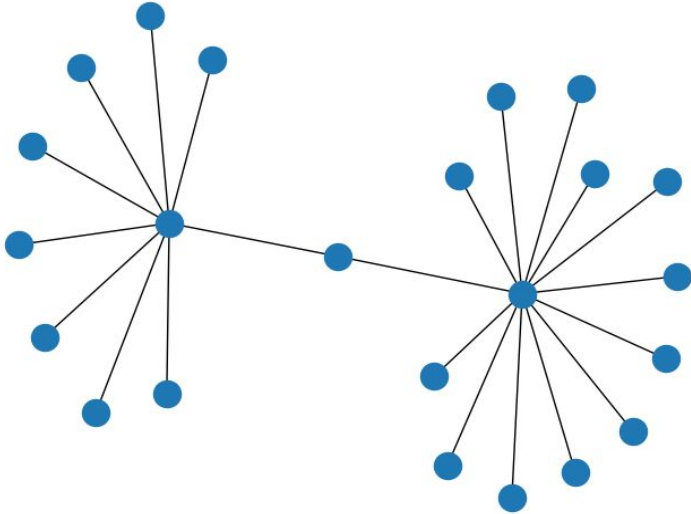
- Avec $\pi = 1.0298507462686568$ et $\partial_{\lfloor 2D/3 \rfloor} = -1.286208$
- Découverte d'un contre-exemple semblable au dessin d'Adam Wagner, à 203 sommets
- Mais peut-on faire encore mieux ?

Conjecture 2.3 (Partie 3)
















- Avec $\pi = 1.03$ et $\partial_{\lfloor 2D/3 \rfloor} = -1.286208$
- Contre-exemple à 201 sommets
- Mais peut-on faire encore mieux ?
(Non)

Conjecture $\lambda_1 - \alpha$



- $\sqrt{n-1} - n + 1 \leq \lambda_1 - \alpha$
- Fonction de score: $\sqrt{n-1} - n + 1 - \lambda_1 + \alpha$.
- Contre-exemple ci-contre à 23 sommets.
- Avec $\lambda_1 = 3.6381407308541265$, $\alpha = 21$ soient $\sqrt{22} - 23 + 1 - 3.6381407308541265 + 21 = 0.052275 > 0$.

Conjecture	Origine	Réfutation	Remarques
$\sqrt[n]{(n-1)} + 1 \leq \lambda_1 + \mu$	Adam Wagner		2 contre-exemples à 19 sommets
$\pi + \partial_{\lfloor 2D/3 \rfloor} > 0$	Adam Wagner	 	Un contre-exemple à 201 sommets comme plus petit contre-exemple
$\text{abs}(\text{peak-peakAdj}) < 0.3$	Adam Wagner	 	Un contre-exemple à 21 sommets comme plus petit contre-exemple
$\lfloor \ln/2 \rfloor \leq \text{peak} \leq \lceil n^*(1-1/\sqrt{5}) \rceil$	Adam Wagner		
$\lambda_1 + D \leq n - 1 + 2 \cos(\pi/(n+1))$	A survey of automated conjectures in spectral graph theory		Un contre-exemple à 12 sommets comme plus petit contre-exemple
$\sqrt[n]{(n-1)} - n + 1 \leq \lambda_1 - \alpha$	A survey of automated conjectures in spectral graph theory		Un contre-exemple à 23 sommets ressemblant à la conjecture 2.1
$\sqrt[n]{(n-1)} \leq \lambda_1 * \mu$	A survey of automated conjectures in spectral graph theory		Un contre-exemple à 45 sommets en forme d'étoile
$\lambda_1 / \mu \leq \sqrt[n]{(n-1)}$	A survey of automated conjectures in spectral graph theory		
$\lambda_1 - \mu \leq n - 1 - \lfloor \ln/2 \rfloor$	A survey of automated conjectures in spectral graph theory		
$\sqrt[n]{(n-1)} \leq \lambda_1 * \pi$	A survey of automated conjectures in spectral graph theory		Un contre-exemple à 41 sommets en forme de fleur
paires dominantes	Maîtres de stage		

Conclusion

- Une opportunité passionnante d'explorer l'apprentissage par renforcement dans le domaine des graphes et de la réfutation de conjectures.
- L'apprentissage par renforcement, un outil efficace dans l'arsenal du chercheur.
- Collaboration entre la théorie des graphes et l'apprentissage automatique pour de nouvelles approches de recherche.

Bibliographie

- L'article de recherche d'Adam Wagner datant de 2021:
<https://arxiv.org/pdf/2104.14516.pdf>
- L'article de M. Aouchiche et P. Hansen d'où sont tirées les quatre dernières conjectures datant de 2009:
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0024379509003061?via%3Dihub>

Merci pour votre attention