

Ce TME a pour but d'utiliser le logiciel LoTREC pour la logique modale minimale K, qui y est prédéfinie : il permet de mettre en œuvre des versions étendues de l'algorithme tableau pour cette logique, pour deux objectifs distincts :

- vérifier si une formule φ est satisfaite dans un monde w d'un modèle donné M (*model checking*), c'est-à-dire $M, w \models \varphi$
- tester la satisfiabilité d'une formule φ dans la logique K, c'est-à-dire examiner s'il existe $M = \langle W, R, I \rangle$ et $w \in W$ tel que $M, w \models \varphi$.

Comme dans le cas de la logique propositionnelle, l'interface comporte 4 onglets :

- l'onglet **Connectors** donne les différents connecteurs utilisables, en indiquant leur syntaxe ;
- l'onglet **Rules** donne les règles qui indiquent comment les tableaux sont construits : ré-écriture selon les connecteurs, comme les règles α et β , en tenant en plus compte des modalités ;
- l'onglet **Strategies** indique comment s'appliquent les règles, en particulier la priorité entre elles ;
- et un onglet **Predefined Formulas**.

On rappelle que les formules sont écrites en notation préfixe : ainsi, la formule $\Box a \wedge \Box b$ s'écrit **and nec A nec B**.

Remarque : il est possible de zoomer sur les modèles construits en faisant clic droit + glisser.

Vérification de modèles dans la logique K

Principe

Cliquer sur l'onglet **Logic** puis sur **Predefined Logic** et choisir **Model-Checking-Monomodal**.

La première règle, qui s'intitule **ExampleOfModelAndFormula**, permet de définir le modèle de Kripke avec lequel on souhaite travailler : on peut éditer cette règle, supprimer ce qu'elle contient puis définir un nouveau modèle. Pour cela, il faut cliquer sur **Add** dans la partie **Actions** et utiliser les trois actions suivantes : **createNewNode** qui permet de créer un nouveau monde dans le modèle de Kripke ; **link** qui permet de lier deux mondes par une relation donnée ; et **add** qui permet d'ajouter des variables propositionnelles dont l'interprétation est vraie dans un monde donné. On peut enfin définir la formule dont on souhaite examiner la satisfiabilité dans un monde donné en utilisant une action de la forme : **add w isItTrue φ** , où w est le monde à partir duquel on souhaite vérifier la formule φ .

La vérification de modèles s'opère ensuite dans LoTREC en deux phases :

- dans la phase descendante (*top-down*), la formule initiale est décomposée, pas à pas, jusqu'à parvenir à des éléments atomiques ;
- dans la phase montante (*bottom-up*), la valeur de vérité est "remontée" jusqu'à la formule initiale.

Pour chaque connecteur, il existe donc deux types de règles spécifiant la ré-écriture effectuée par LoTREC, que vous êtes invités à examiner dans le détail.

Exercices

1. Reprendre le modèle de Kripke de l'ex. 1 du TD 2 et vérifier les différentes formules. Observer le résultat donné par le logiciel, et la manière dont le graphe correspondant au modèle est modifié par ré-écriture. Utiliser le mode pas à pas pour suivre plus facilement les différentes étapes de ré-écriture.
2. Créer un modèle de Kripke M_0 , en utilisant le moins de mondes possibles, où les deux contraintes suivantes sont vérifiées conjointement :
 - au moins un monde w où $M_0, w \models \neg p \wedge \Box \Diamond p$;
 - au moins un monde où $M_0, w \models q \wedge \Diamond^n \neg q$, où \Diamond^n représente un nombre quelconque de modalités \Diamond successives.

3. Le connecteur d'implication n'est pas défini par défaut dans la logique prédéfinie **Model-Checking-Monomodal**. Créer un tel opérateur, avec les règles associées. Pour vérifier son comportement, vérifier la formule $p \rightarrow \Box(q \vee p)$ dans le monde w du modèle de la question 1.

Satisfiabilité dans la logique K

On s'intéresse enfin à la satisfiabilité de différentes formules dans la logique K. Cliquer sur l'onglet **Logic** et choisir maintenant **Predefined Logics** et **Monomodal-K**.

1. Nous allons commencer par tester la satisfiabilité de la formule $\Diamond p \wedge \Box \neg p$. Pour cela, entrez la formule dans le cadre des formules et cliquez sur **Satisfiability Check**. Vous allez constater que le programme construit en partie droite un graphe. Que constatez-vous ? Essayez d'interpréter intuitivement ce graphe, en reprenant le raisonnement que vous avez suivi pour traiter cette même formule en TD. Pour vous aider, recommencez la même opération en utilisant le mode pas à pas (**Step by step**).
2. Traitez ensuite les formules suivantes, d'abord sur papier, puis avec LoTREC, en interprétant les résultats obtenus et en comparant les modèles construits.
 - (a) $p \wedge \Diamond(q \wedge \Box \neg p)$
 - (b) $(p \wedge \neg p) \vee \Diamond \Diamond \Diamond p$
 - (c) $(p \rightarrow \Diamond(q \vee \neg p)) \vee q$
3. Comment utiliser le programme pour montrer la validité de la formule $\Box(p \rightarrow q) \rightarrow (\Box p \rightarrow \Box q)$?

Bilan

Le compte-rendu de TME doit expliquer précisément les algorithmes mis en œuvre par LoTREC pour les logiques modales, pour les deux tâches, vérification de modèles et vérification de satisfiabilité, en détaillant des exemples de règles qu'il utilise, différentes de celles de l'algorithme tableau en logique propositionnelle.