Kontinuumsphysikalische Simulationen

Simulation einer Fußbodenheizung

Enrico Stauss, Peter Constien, Christoph Scherer

TU Berlin

11. Juli 2022

Inhalt

Aufbau einer Fußbodenheizung

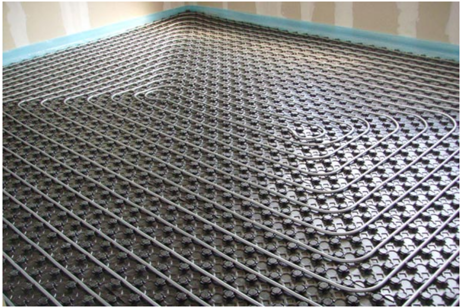
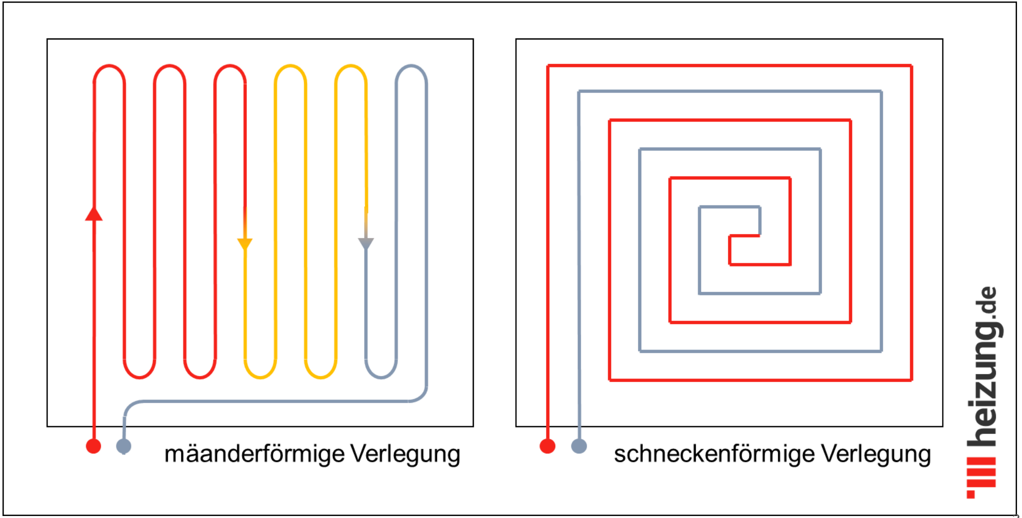


Abbildung: Noppenplatten

Abbildung: Nasssystem

Verlegungsgeometrien



Case Study

- Ziel: Untersuchen von Temperaturverteilung und Thermospannungen in Fußbodenheizungen.
- Vergleich der beiden dominanten Systeme: Nass-/Trockensystem
- Nutzen von FEM-Simulationen mit FEniCS

Querschnitt für ein Nasssystem

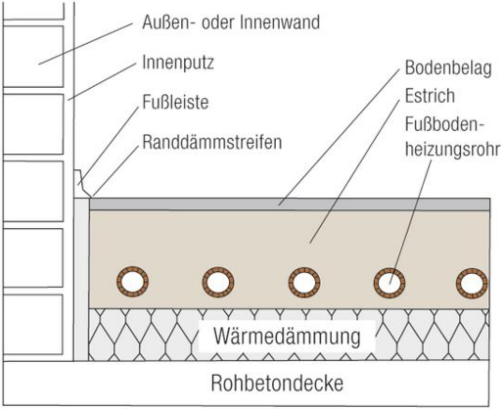


Abbildung: Schnitt durch ein Nasssystem

Bemaßung des Nasssystems

- Rohraußendurchmesser = 12 mm
- Rohrstärke = 1,5 mm
- Rohrabstand = 150 mm
- Estrichstärke = 30 mm
- Isolations-Schichtdicke = 30 mm
- Trittschalldämmungs-Schichtdicke = 2 mm
- Bodenbelagstärke = 25 mm
- Segmentbreite = 300 mm

Querschnitt für ein Trockensystem

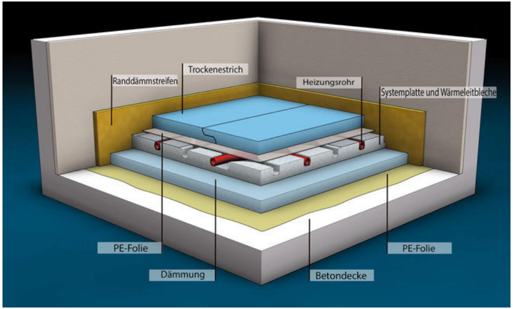


Abbildung: Schnitt durch ein Trockensystem

Bemaßung des Nasssystems

- Rohraußendurchmesser = 12 mm
- Rohrstärke = 1,5 mm
- Rohrabstand = 150 mm
- Estrichstärke = 30 mm
- Isolations-Schichtdicke = 30 mm
- Trittschalldämmungs-Schichtdicke = 2 mm
- Bodenbelagstärke = 25 mm
- Segmentbreite = 300 mm
- Wärmeleitungsplattenstärke = 2 mm
- Wärmeleitungsplattenbreite = 100 mm

Physikalisches Modell - Gleichungen

$$\begin{cases} -\nabla \cdot \mathbb{q}(\mathbb{X}) = & 0 & \text{auf } \Omega \\ \mathbb{n} \cdot \mathbb{q}(\mathbb{X}) = & \alpha_1(\mathbb{T} - T_{\text{ext},1}) & \text{auf } \Gamma_1 \\ \mathbb{n} \cdot \mathbb{q}(\mathbb{X}) = & \alpha_2(\mathbb{T} - T_{\text{ext},2}) & \text{auf } \Gamma_2 \\ \mathbb{n} \cdot \mathbb{q}(\mathbb{X}) = & \alpha_3(\mathbb{T} - T_{\text{ext},3}) & \text{auf } \Gamma_3 \\ \mathbb{n} \cdot \mathbb{q}(\mathbb{X}) = & 0 & \text{auf } \Gamma_4 \end{cases}$$

Physikalisches Modell - Randbedingungen

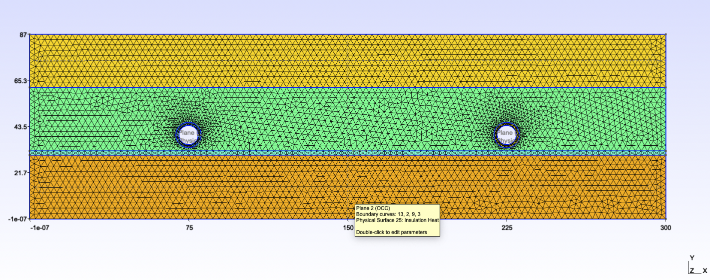
- Γ_1 : Zulauf: Newton-Cooling-Condition
- Γ_2 : Ablauf: Newton-Cooling-Condition
- Γ_3 : Fußbodenbelag: Newton-Cooling-Condition
- Γ_4 : Decke ins untere Geschoss: Neumann-Rand, perfekte Isolation

Schwache Form - Temperatur

$$
\begin{aligned}
F(\mathbb{X},T) &= \int_\Omega \nabla \cdot \mathbb{q}(\mathbb{X})\delta v \; dV = \int_\Omega \left\{ \nabla \cdot (\mathbb{q}(\mathbb{X})\delta v) - \mathbb{q}(\mathbb{X}) \cdot \nabla \delta v \right\} dV \\
&= \int_\Omega \nabla \cdot (\mathbb{q}(\mathbb{X})\delta v) \;\; dV - \int_\Omega \mathbb{q}(\mathbb{X}) \cdot \nabla \delta v \; dV \\
&= \oint_{\partial\Omega} \mathbb{n} \cdot \mathbb{q}(\mathbb{X})\delta v \; dA - \int_\Omega \mathbb{q}(\mathbb{X}) \cdot \nabla \delta v \; dV \\
&= \oint_{\partial\Omega} \mathbb{n} \cdot \mathbb{q}(\mathbb{X})\delta v \; dA - \int_\Omega \kappa(\mathbb{X}) \nabla T(\mathbb{X}) \cdot \nabla \delta v \; dV = 0
\end{aligned}
$$

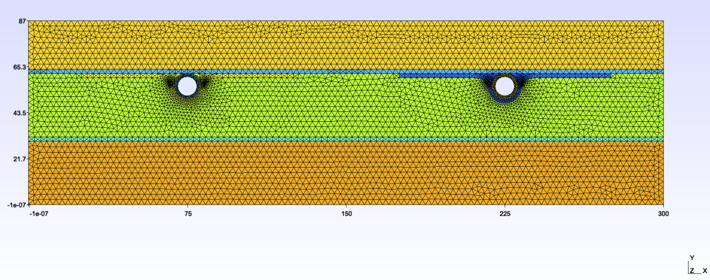
Mesh des Nasssystems

Hier zeigen wir kurz die Meshes der beiden Geomtrien (Symbolbild grob und tabellarisch die charakteristischen Parameter: MeshSizeFactor in .geo.opt; Compute element sizes from curvature = 5 und hmax()).



Mesh des Trockensystems

Hier zeigen wir kurz die Meshes der beiden Geomtrien (Symbolbild grob und tabellarisch die charakteristischen Parameter: MeshSizeFactor in .geo.opt; Compute element sizes from curvature = 5 und hmax()).



Lösung - Temperaturfeld: Nasssystem

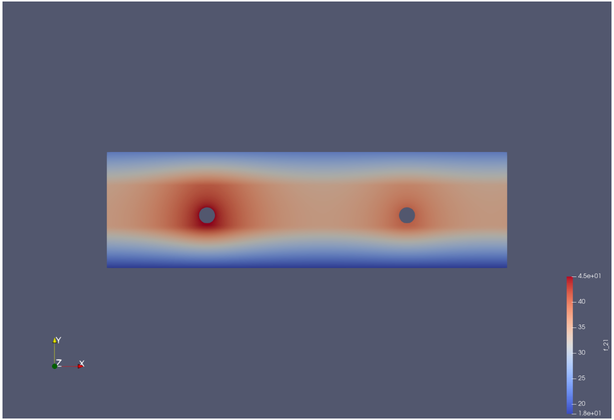


Abbildung: Temperaturverteilung in °C

Lösung - Temperaturfeld: Nasssystem

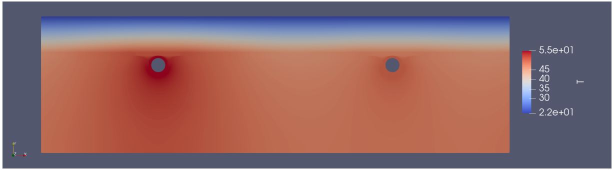
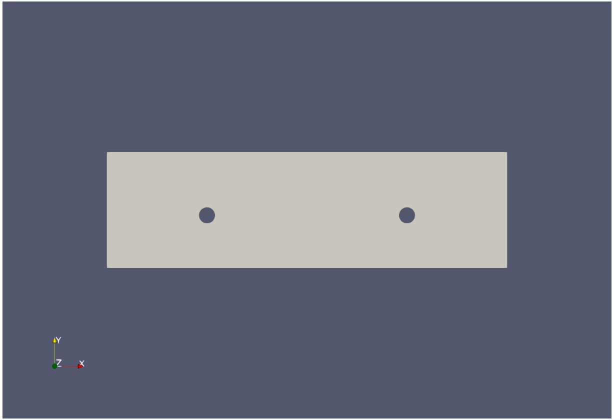


Abbildung: Temperaturverteilung in °C

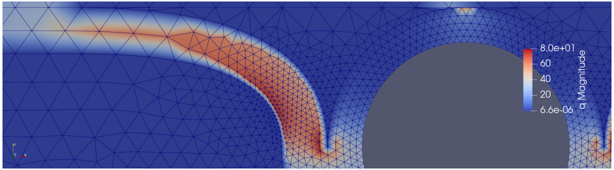
Lösung - Spannungsfeld

Hier zeigen wir die Lösung des Spannungsfelds.

Einschätzung der Lösung - Wärmeflussvektor: Nasssystem



Einschätzung der Lösung - Wärmeflussvektor: Trockensystem



Konvergenz des Nasssystems

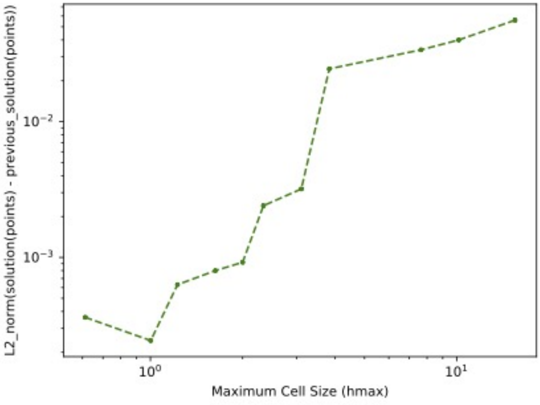


Abbildung: Lokale Abweichungen im Nasssystem

Konvergenz des Trockensystems

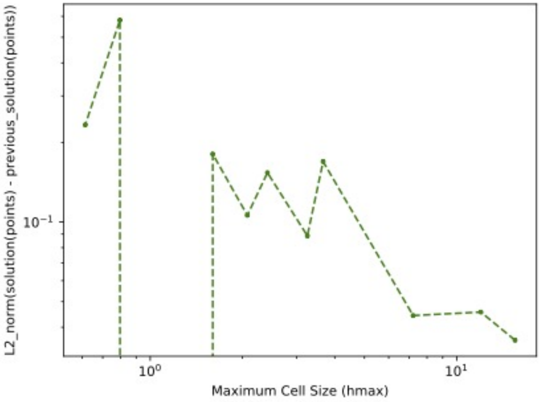


Abbildung: Lokale Abweichungen im Trockensystem

Einschätzung der Lösung - Manufactured Solution

- Klassische Lösung:
  1. Aufstellen des ARWP
  2. Numerische Integration
  3. Vergleich mit analytischer Lösung
- Manufactured solution:
  1. Wahl einer Lösung
  2. Erzeugen des zugehörigen ARWP durch Einsetzen der Lösung in DGL und Auswertung der Lösung am Rand
  3. Klassisches Lösen des ARWP und Vergleich mit gewählter Lösung

Fazit / Ausblick

- Implementierung der manufactured solution
- Spannungsfeld berechnen
- Entdimensionalisierung