习题1.1 P9

1.(1) 对应增广矩阵

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & 3 \\ -2 & 1 & -4 & -9 \\ -1 & 4 & -1 & -7 \end{bmatrix} \xrightarrow[③+①\cdot 1]{②+①\cdot 2} \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & 3 \\ 0 & -5 & -8 & -3 \\ 0 & 1 & -3 & -4 \end{bmatrix} \xrightarrow{②+③\cdot 5} \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & -23 & -23 \\ 0 & 1 & -3 & -4 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow[③\cdot -\frac{1}{23}]{(②,③)} \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

解得 $\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -1 \\ x_3 = 1 \end{cases}$

1.(4) 对应增广矩阵

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & -7 & -8 \\ 2 & 5 & 4 & 4 \\ -3 & -7 & -2 & -3 \\ 1 & 4 & -12 & -15 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & -7 & -8 \\ 0 & -1 & 18 & 20 \\ 0 & 2 & -23 & -27 \\ 0 & 1 & -5 & -7 \end{bmatrix}$$

$$\longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & -7 & -8 \\ 0 & 0 & 13 & 13 \\ 0 & 0 & -13 & -13 \\ 0 & 1 & -5 & -7 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & -7 & -8 \\ 0 & 1 & -5 & -7 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

解得 $\begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -2 \\ x_3 = 1 \end{cases}$

2.(1) 设 $A_1, A_2, A_3$ 投资额 $x_1, x_2, x_3$

(1)

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 10000 \\ 12x_1 + 15x_2 + 22x_3 = 200000 \end{cases}$$

对应增广矩阵为

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 10000 \\ 2 & -1 & 0 & 0 \\ 12 & 15 & 22 & 200000 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 10000 \\ 0 & -3 & -2 & -20000 \\ 0 & 3 & 10 & 80000 \end{bmatrix}$$

$$\longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 10000 \\ 0 & 3 & 10 & 80000 \\ 0 & 0 & 8 & \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{2500}{3} \\ x_2 = \frac{5000}{3} \end{cases}$$

(2)
$$\begin{cases} x_1+x_2-x_3=0 \\ x_1+x_2+x_3=10000 \\ 12x_1+11x_2+22x_3=20000 \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} x_1=-5000<0 \\ x_2=10000 \\ x_3=5000 \end{cases}$ 与实际不符，不可以

(3)

3.(1) 对应增广矩阵

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 & 5 & 6 \\ -3 & 1 & 2 & -4 & 5 \\ -1 & -2 & 3 & 1 & -2 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} -1 & -2 & 3 & 1 & -2 \\ 0 & -7 & 7 & 7 & 2 \\ 0 & 7 & -7 & -7 & 11 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} -1 & -2 & 3 & 1 & -2 \\ 0 & -7 & 7 & 7 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 13 \end{bmatrix}$$

无解！

习题 1.2 / $P_{14}$

2、对应增广矩阵

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -a & 9 \\ 2 & -1 & 3 & 6 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -a-1 & 6 \\ 0 & -3 & 1 & 0 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & -3a-2 & 18 \\ 0 & -3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3a-2 & 18 \end{bmatrix}$$

当 $a=-\frac{2}{3}$ 无解，$a\neq-\frac{2}{3}$ 时唯一解！

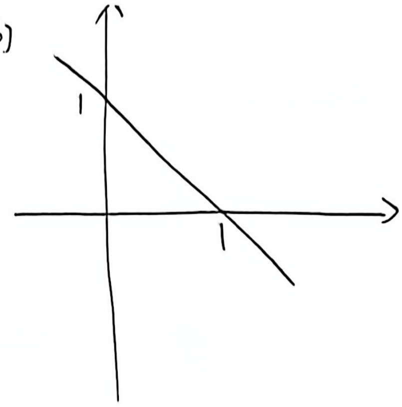
3.(1)
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & -1 \\ 10 & -4 & 3 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & -14 & -7 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

唯一解 $\begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=-\frac{1}{2} \end{cases}$

3、(2)　1 1 1

只改变系数使对应增广矩阵行列式非零即可

3、(3)




anyway，~~找~~ 三线共点

6、

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & 3 \\ 16 & -4 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & -20 & -15 & -27 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -15 & -37 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 7 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

无解！

习题 1.3/P17

1、 $\mathbb{Q}(i) = \{a+bi \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$　证：其为数域

加法：$\left\{ \begin{array}{l} \text{结合} \\ \text{交换} \\ \text{逆元 (负)} \\ \text{单位元 (零)} \end{array} \right.$　乘法 $\left\{ \begin{array}{l} \text{结合} \\ \text{交换} \\ \text{逆元 (倒)} \\ 1 \text{ (幺)} \end{array} \right.$

⋮