



DIRO
IFT 3205

TRAVAIL PRATIQUE

Transformée de Fourier

Max Mignotte

DIRO, Département d'Informatique et de Recherche Opérationnelle.

http : //www.iro.umontreal.ca/~mignotte/ift3205

e-mail : mignotte@iro.umontreal.ca

1 Visualisation & Propriété de la Transformée de Fourier

1. Lire l'image D1R.PGM (cf. Fig. 1a). Il s'agit d'une image de taille 128×128 pixels de format PGM. Calculer ensuite le spectre d'amplitude de cette image, i.e., le module de sa Transformée de Fourier (TF)¹.

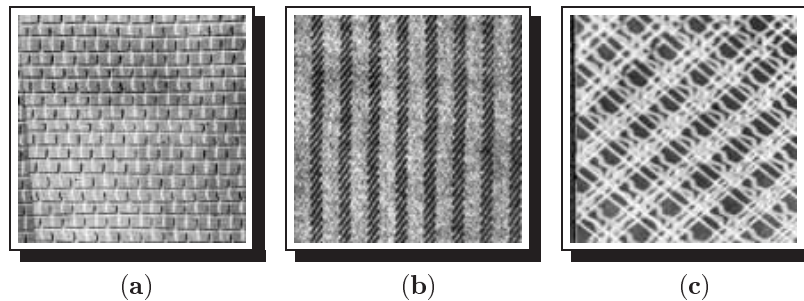


FIG. 1 – (a) Image D1R.PGM, (b) D11R.PGM, (c) D46R.PGM

2. Remarquer que le spectre d'amplitude calculé par la FAST FOURIER TRANSFORM (FFT) se retrouve aux quatre coins de l'image. Proposer et implanter une fonction pour ramener l'harmonique $(0,0)$ d'une image (composante continue ou moyenne de l'image) au centre de l'image (cf. Fig. 2). Un deuxième appel de cette fonction sur l'image dont l'harmonique $(0,0)$ est au centre de l'image doit ramener cette harmonique $(0,0)$ au centre informatique (i.e., dans la première cellule du tableau 2D).

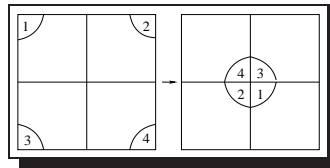


FIG. 2 – De gauche à droite : spectre d'amplitude calculé par la FFT avec pour centre (informatique), le premier pixel de cette image (i.e., la première cellule du tableau 2D associé à cette image spectrale). Solution algorithmique possible pour ramener l'harmonique $(0,0)$ au centre de l'image

¹Après avoir calculé le module de cette TF, utiliser la fonction RECAL pour re-calibrer les niveaux de gris de cette image entre 0 et 255 et utiliser ensuite la fonction MULT (avec un facteur de 100 par exemple) pour mieux visualiser cette TF.

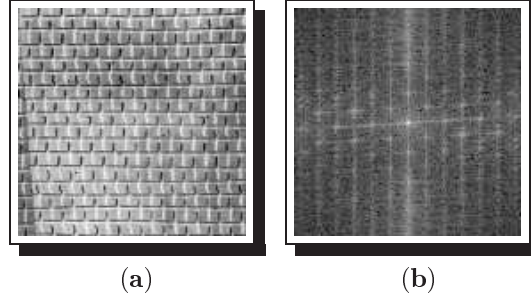


FIG. 3 – (a) Image D1R.PGM. (b) Module de la TF de cette image après application de la fonction logarithmique

3. Enlever le MULT et appliquer maintenant une fonction logarithmique du style $\log(1 + I(.))$ sur l'image $I(.)$ du module de la TF (ou spectre d'amplitude) pour mieux visualiser les composantes hautes fréquences de cette image (cf. Fig. 3b). Expliquer, entre autres, pourquoi une ligne blanche verticale (i.e., présence de fréquences spatiales élevées) apparaît si nettement au centre du spectre de D1R.PGM (cf Fig. 3b).
4. Calculer le spectre d'amplitude des images D11R.PGM et D46R.PGM et appliquer aussi à ces spectres une fonction logarithmique pour mieux visualiser leurs composantes hautes fréquences. Maintenant oublier pour chacune des trois images D1R.PGM, D11R.PGM, D46R.PGM quel est leur spectre (d'amplitude) respectif et associer à chacune des images leur spectre correspondant en utilisant les propriétés de la TF et en expliquant/justifiant qualitativement votre choix.

2 Manipulation d'harmoniques

L'objet de cette question est de manipuler (i.e., atténuer, amplifier, supprimer ou isoler, etc.) certaines fréquences harmoniques du spectre d'amplitude d'une image et de voir le résultat obtenu après reconstruction (i.e., TF inverse) de cette image dans le domaine spatial. Nous verrons dans les Travaux Pratiques suivants et dans le cours, que cette manipulation d'harmoniques constitue le principe de base du filtrage fréquentiel pour un signal ou une image.

1. Après avoir lu l'image PHOTOGRAPH.PGM et calculer sa TF (et éventuellement recentrer le centre informatif au centre de l'image si vous le désirez), visualiser les cinq images correspondantes à la TF inverse des cinq spectres d'amplitudes modifiés de la façon suivante :
 - (a) En supprimant les harmoniques de rang (ϵ, ϵ) (incluant ceux de rangs négatifs) avec $|\epsilon| \leq 30$.
 - (b) En supprimant tous les harmoniques (incluant ceux de rangs négatifs) dont la distance Euclidienne d_e par rapport au centre [i.e., l'harmonique de rang $(0, 0)$] est $d_e > 7$.
 - (c) En amplifiant (i.e., en multipliant) l'amplitude de tous les harmoniques (incluant ceux de rangs négatifs) par leur distance Euclidienne par rapport au centre.
 - (d) En supprimant (i.e., mettre à 0) tous les harmoniques qui se situent à une distance Euclidienne supérieure ou égale à 10 pixels de l'axe fréquentielle ν [si on a la correspondance (x, y) ou (ligne, colonne) $\xleftrightarrow{\mathcal{F}} (\nu, u)$] ³.
 - (e) Même chose que précédemment mais pour l'axe u .

²EXEMPLE : l'harmonique de rang $(\pm 5, \pm 5)$, situé à une distance Euclidienne de $d = \sqrt{(5-0)^2 + (5-0)^2} \approx 7.07 > 7$ sera supprimé. l'harmonique de rang $(\pm 4, \pm 5)$ situé à une distance Euclidienne de $d \approx 6.4 < 7$ restera inchangé.

³EXEMPLE : l'harmonique de rang $(\pm 10, x)$ doit être supprimé, pas l'harmonique de rang $(\pm 9, x)$.

Visualiser ensuite l'image spatiale obtenue et commenter brièvement (Nota : utiliser la fonction RE-CAL pour visualiser ces différentes images car ces opérations fréquentielles peuvent créer dans l'image reconstruite des valeurs de niveaux de gris négatifs).

2. Trouver l'opération fréquentielle qui permet, à partir de la lecture de l'image PHOTOGRAPH.PGM et du calcul de sa TF, de trouver l'image de la Fig. 4.

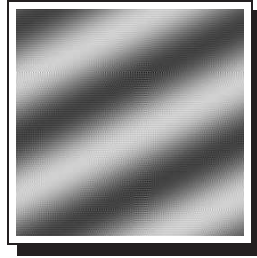


FIG. 4 – Image obtenue après l'opération fréquentielle que l'on vous demande de trouver

3 Fréquences Spatiales

Lire et regarder l'image MONRSTEIN.PGM (cf. Fig. 5). de près et de loin.

1. Expliquer ce que vous constatez et essayer d'expliquer aussi qualitativement comment a été construite cette image en termes de composantes fréquentielles ou fréquences spatiales.
2. (a) Quelle serait, d'après vous, et en le justifiant, l'opération fréquentielle qui permettrait de transformer cette image afin de voir de près la même image vue de loin ? Programmer cette opération.
(b) Programmer aussi l'opération permettant de voir le visage qui se détache lorsqu'on voit cette image de près.

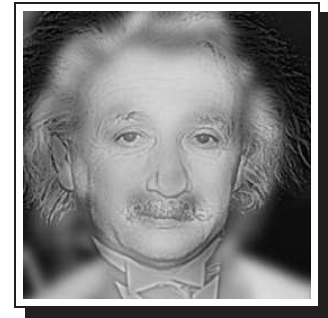


FIG. 5 –



Résultat obtenu après les deux opérations fréquentielles demandées

Remise & Rapport

Vous devez rendre physiquement au démonstrateur le rapport et électroniquement le(s) programme(s) fait en C (voir le barème) avant la date de remise spécifiée dans le fichier *barème* situé sur la page web du cours. Pour la remise électronique, utilisez le programme *remise* (*man remise* pour plus de détails). N'oubliez pas d'inscrire vos noms, courrier électronique en commentaire en haut du fichier .c remis. Les noms des programmes à remettre devront avoir le format suivant *TpIFT3205- <Numéro du Tp>-<Numéro de la question>.c*. Les programmes devront se compiler et s'exécuter sur Linux tel qu'indiqué dans le fichier barème.

Le rapport (si celui-ci est demandé dans le fichier barème) doit être concis, clair et devra contenir (en plus des éléments et des discussions que vous jugerez importants), la description brève du problème et de la technique utilisée (lorsque cela est nécessaire ou demandé), les réponses aux questions posées, les images résultats et les commentaires que l'on vous demande et/ou que vous jugerez utile.