

计算物理A第十三次作业

王铠泽 PB18020766

1 实现目标

用 *Metropolis - Hasting* 抽样方法计算积分：

$$I = \int_0^{\infty} (x - \alpha\beta)^2 f(x) dx = \alpha\beta^2$$

$$f(x) = \frac{1}{\beta\Gamma(\alpha)} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1} \exp\left(\frac{-x}{\beta}\right)$$

设积分的权重函数为： $p(x) = f(x)$ 和 $p(x) = (x - \alpha\beta)^2 f(x)$ ，给定参数 α, β ，并用不同的 γ 值，分别计算积分，讨论计算精度和效率。

2 实现方法

按 $p(x)$ 为平稳分布来实现 *Metropolis - Hasting* 抽样。

设 T 与初态无关（即非对称的）： $T_{ij} = T(x \rightarrow x') = T(x') = 0.5 \exp\frac{-x'}{\gamma}$

设 $x_0 = 1$ ，抽样 $x' = -\gamma \ln R$ ， R 为 $[0,1]$ 上均匀分布的随机数，由此抽取在 $(0, \infty)$ 上分布的 x' 。

$$\frac{p_j T_{ji}}{p_i T_{ij}} \equiv r = \left(\frac{x'}{x_i}\right)^{\alpha-1} \exp[-(x' - x_i)/\beta] \exp[(x' - x_i)/\gamma]$$

最后按照 r 的大小来决定接受概率，得到下一步的 x_{i+1}

$$x_{i+1} = \begin{cases} x' & R' < \min(1, r) \\ x_i & R' > \min(1, r) \end{cases}$$

其中 R' 为 $[0,1]$ 上均匀分布的随机数

最后只需要用求和近似积分：

$$I = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \alpha\beta)^2$$

本实验中，取 $\alpha = 2, \beta = 1$ ，调整不同 γ 来讨论精度和效率。

3 程式说明

4 计算结果

5 总结

524757673

12412	421342	41232	412231
111	333	4324	312
1323	132	132	123
123	1323	1231	312