

## Aufgabe 1

$$\text{eps} = 10^{-n}$$

$$n = 10$$

$$\text{eps} = 10^{-10} = 0.0000000010$$

$$\underline{x = 0.0000000005} \Rightarrow x < \text{eps}$$

- $1 + x$ 
  - Da  $x$  kleiner als  $\text{eps}$  ist wird die Addition zu 1 gerundet.
- $\sqrt{x}$ 
  - Die Wurzel aus  $x$  ist  $0.0000000005 \approx 0.0000000224$ . In diesem Fall bleibt die Genauigkeit erhalten, da die resultierende Zahl innerhalb der Kapazität der zehnstelligen Mantisse liegt.
- $\frac{x}{10^9}$ 
  - Die Division  $x/10^9$  ergibt  $0.00000000000000000005$ . Hierbei wird auf 0 gerundet, da das Ergebnis mehr Stellen hat, als die Mantisse darstellen kann.

## Aufgabe 2

- Potenzieren ( $f(x) = x^n, n \in \mathbb{N}$ ):
  - Es ist gut konditioniert bei Potenzieren, solange  $x$  und  $n$  nicht grosse oder kleine Zahlen sind. Für Werte von  $x$  on der Nähe von 1 oder kleine Werte von  $n$  ist es gut konditioniert. Bei grossem Wert für  $x$  und  $n$  ist es schlecht konditioniert, da kleine Änderung in  $x$  oder  $n$  zu grossen Änderungen im Ergebnis führen kann.
  - Beispiel:  $f(x) = x^3$  mit  $x = 2$ . Hier ist die Konditionierung gut, da eine kleine Änderung in  $x$  (z.B.  $x = 2.01$ ) zu einer kleinen Änderung im Ergebnis führt ( $2.01^3 \approx 8.060301$  im Vergleich zu  $2^3 = 8$ ).
- Wurzelziehen:
  - Ähnlich wie bei Potenzieren ist bei Wurzelziehen auch gut konditioniert, wenn  $x$  und  $n$  nicht extrem sind. Besonders guz konditioniert ist es, wenn  $x$  positiv und  $n$  klein ist. Bei grossen Werten bei  $n$  oder bei Werten von  $x$  nahezu null, kann die Koditionierung schlechter werden,

- Beispiel:  $f(x) = \sqrt{x}$  mit  $x = 4$ . Hier ist die Konditionierung gut, da eine kleine Änderung in  $x$  (z.B.  $x = 4.01$ ) zu einer kleinen Änderung im Ergebnis führt ( $\sqrt{4.01} \approx 2.002498$  im Vergleich zu  $\sqrt{4} = 2$ )
- Auswirkung auf die Auswertung von Polynomen für grosse  $n$ :
  - Die Auswertung von Polynomen mit einem hohen Grad ( $n$ ) kann schlecht konditioniert sein, da kleine Änderungen in den Koeffizienten oder im Eingabewert zu grossen Änderungen im Polynomwert führen können.
  - Beispiel: Betrachten wir das Polynom  $f(x) = x^5 - 10x^4 + 35x^3 - 50x^2 + 25x$  bei  $x = 1998$ . Hier kann eine kleine Änderung in  $x$  (z.B.  $x_2 = 1998.01$ ) zu einer relativ grossen Änderung im Polynomwert führen ( $f(x_2) \approx 3.168203130861822 \cdot 10^{16}$  im Vergleich zu  $f(x) = 3.1681237682089278 \cdot 10^{17}$ ).