

Quiz 3 (11월 11일 금 7, 8 교시)

[2011년 2학기 수학 및 연습 2]
(시간은 20분이고, 20점 만점입니다)

* 답안지에 학번과 이름을 쓰시오. 답안 작성시 풀이과정을 명시하시오.

1. (5점) 다음 반복적분의 적분영역을 표시하고 적분값을 구하시오.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\sin y} e^x \cos y \, dx dy$$

2. (5점) 평면상의 영역 $D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 3\}$ 에서

$$\iint_D \sqrt{3 + x^2 + y^2} \, dV_2$$

를 구하시오.

3. (5점) 곡면 $(x + 2y + 3z)^2 + (3y + 7z)^2 + (3z)^2 = 4$ 로 둘러싸인 부분의 부피를 구하시오.

4. (5점) 벡터장 $\mathbf{F}(x, y) = \left(3xy - \frac{x}{1+y^2}, e^x + \arctan y \right)$ 가 영역 $D : r \leq 1 + \cos \theta$ (극좌표계) 의 경계 ∂D 를 빠져나가는 양을 구하시오.

Quiz 3 모범답안 및 채점기준 예시

1. 적분영역은 $x = \sin y$, y -축, $y = \frac{\pi}{2}$ 로 둘러싸인 부분이다.(2점)

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\sin y} e^x \cos y \, dx dy = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (e^{\sin y} \cos y - \cos y) \, dy = e - 2.$$

(3점)

2. 치환적분을 쓰면

$$\iint_D \sqrt{3+x^2+y^2} \, dV_2 = \int_0^{2\pi} \int_1^{\sqrt{3}} r \sqrt{3+r^2} \, dr d\theta$$

이다.(3점) 따라서 적분값은

$$\frac{2\pi}{3}(6\sqrt{6}-8).$$

이다.(2점)

3. $G(x, y, z) = (x + 2y + 3z, 3y + 7z, 3z)$ 으로 두면 G 는 주어진 곡면을 구면 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 로 옮긴다.(2점) $\det G' = 9$ 이므로 $\det(G')^{-1} = \frac{1}{9}$ 이다. 치환적분에 의해서 주어진 곡면의 부피는 $\frac{32}{27}\pi$ 이다.(3점)

4. $\operatorname{div} \mathbf{F} = 3y$ (2점)

$$\iint_D 3y \, dV_2 = \int_0^{2\pi} \int_0^{1+\cos\theta} 3r \sin\theta \, r dr d\theta = 0 \quad (3점)$$