Physics Laboratory

Last modified : 2015-08-31

실험 1-3. 시지프스의 고민

조교 유의 사항

1) 실험 시작 시간 5분전까지 실험 준비실(19-111 또는 25-418)에서 실험실 열쇠와 준비물(고무공 15 개, 쇠공 15 개)을 받아 입실한 다음, 실험 장치

CCD(12)

직선 궤도 (12)

원형 궤도 (6)

1 m 자 (12)

공을 받는 플라스틱 그릇 (12)

스탠드 (12)

마이크로미터 (2, 공용)

전자식 저울 (2, 공용)

의 이상 유무를 확인한다.

2)인터넷용 컴퓨터 본체와 모니터를 켜고 게시판을 살펴본 후 해당 실험 종목을 연다.

3)시간이 되면 출석 점검과 지난 주 실험의 보고서를 걷는다. 지난 주 퀴즈 시험지를 돌려준다. 퀴즈 시험을 본다.

4)다음의 유의 사항을 학생들에게 주지시킨다.

1. 경사를 적당히 잡아야 실험이 잘 될 수 있다. 공의 속도가 너무 빠르면 피사체를 잘 인식하지 못해 분석하기 힘드니 알려주도록 한다.

2. 기준자를 세운 위치가 경사로를 세운 위치와 동일해야 한다.

3. 피사체가 궤도에 가려지는 경우가 있다. 이러한 경우는 건너 뛰고 분석해도 되므로 설명해주도록 한다.

4. 공을 실험실 바닥에 떨어뜨리거나 공이 궤도를 치지 않도록 주의한다.

5. 이 실험에서 측정해야 할 사항이

   1. 공의 처음 높이 h
   2. 공의 지름
   3. 공의 질량 [주 1 : 사실은 질량을 몰라도 결과의 해석에는 지장이 없음. 왜 그런가를 생각하도록 한다. 주 2 : 고무공은 속이 꽉 찬 균일한 공이다.]

   임을 알린다.

6. 강체의 돌기(회전)운동과 관성 모멘트, 평행 축 원리, 구름 운동, 쓸림의 영향, 표준편차, 그래프의 이용법 등을 설명한다.

5) 시간이 끝나면 컴퓨터를 끄고, 전기 꽂이를 빼어 놓는다. 공을 수거하여 숫자를 확인한다.

실험 방법

실험실에는 이 실험을 위해서 다음과 같은 장치가 준비되어 있다. (괄호 안은 준비된 개수)

직선 궤도 (1) 원형 궤도 (1, 2 조가 공동 사용)

공 (1)

자(1)

공을 받는 플라스틱 그릇 (1)

직선(원형) 궤도용 놓임대(스탠드) (2)

CCD (1)

팔 저울 (2, 공용)

이외에도 더 필요한 것이 있으면 미리 담당 조교나 실험 준비실(19 동 111 호, 25 동 418 호)로 문의하거나 각자가 준비하도록 한다.

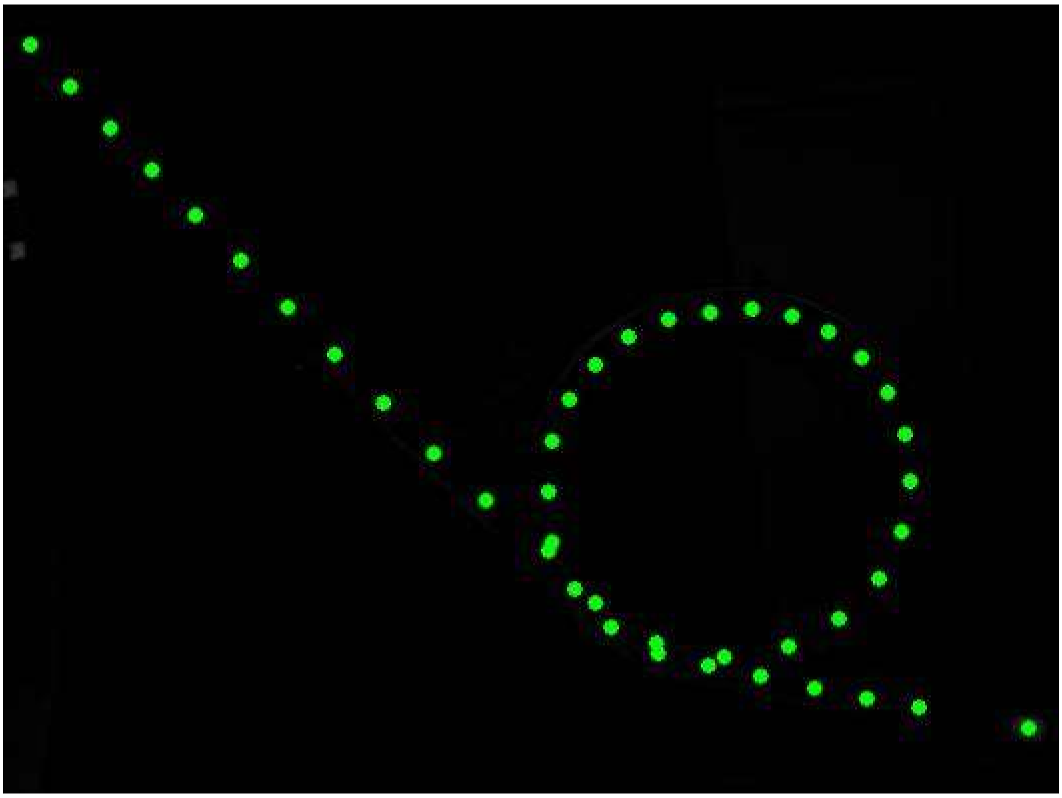
또, 미리 팔저울과 마이크로미터(micrometer) 대해서 알아보고 적절한 실험 방법도 구상한다. 구체적인 실험 방법에 제한은 없으나 권장할 만한 표준적인 실험 방법은 다음과 같다. (동영상)

1) 일정한 높이 h 에서 구르기 시작한 공이 두 지점 Z_1과 Z_2사이를 통과하는데 걸리는 시간 △t 를 높이 h 의 함수로 측정한 뒤 역학적 에너지가 보존되는 경우와 비교한다.

① 실험 장치를 동영상과 같이 꾸민다. 카메라는 운동을 측면에서 관측할 수 있게 설치한다.기준자를 궤도와 같은 평면상(즉 운동이 일어나는 평면)에 위치시킨다.
(✉카메라와 기준자의 위치를 잡는 이유를 생각해 보고 결과 분석에 같이 고려해 보아라)

I-CA의 사용 방법은 실험1-1 뉴턴의 사과에서 충분히 익혔을 것이다. 만약 숙지가 덜 되었다면 실험 1-1 뉴턴의 사과에 첨부된 동영상이나 매뉴얼을 읽어보고 간단한 사용 방법을 다시 익히기 바란다.

②구슬을 놓을 높이 h를 정한 후 구슬을 놓아 실험을 시작한다. Data 저장이 끝나면 [사진-화면 분석]을 선택하여 저장된 자료를 분석한다. 먼저 Data가 저장된 경로를 지정해 준 후, 분석할 처음 프레임과 마지막 프레임을 결정하고 피사체의 기준색을 결정해 준다. 그리고 기준점과 비례기준선을 설정해 준 뒤 분석을 시작한다. 기준선은 어디를 잡을 것인지를 생각해 보아라. (앞에서 정하여준 분석영역에서 피사체의 위치를 찾는 것을 볼 수 있다.)



③ 분석이 끝나고 Data를 저장하면 분석에 사용한 image file과 피사체의 위치 정보 file이 화면상에 나타난다.(시간에 따른 x 좌표와 y 좌표)

④ Data를 통하여 두 지점의 좌표와 이 두 지점을 구슬이 지날 때 걸리는 시간 △t를 얻을 수 있다. 이때 각 높이 h 에 대해서 5 번 이상씩 측정하여 각 △t 의 평균과 표준편차를 구하고 또, 5 가지 이상의 높이 h 에 대해서 조사한다.

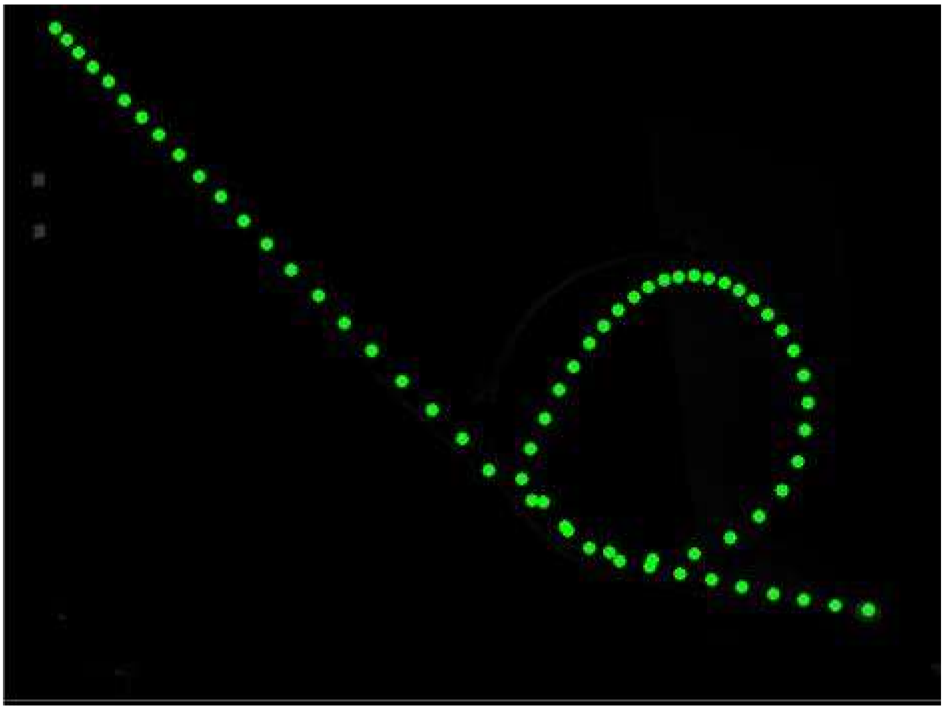
⑤ Excel을 사용하여 얻은 그래프를 그릴 수 있다.(Origin을 사용하여 data를 불러오려면 먼저 Excel로 data를 열고 파일형식을 [텍스트(탭으로 분리)]을 선택하여 저장한 뒤 Origin으로 불러오면 된다.) data를 통해 각도와 두 구간을 지나는 시간 △t 를 구할 수 있다.

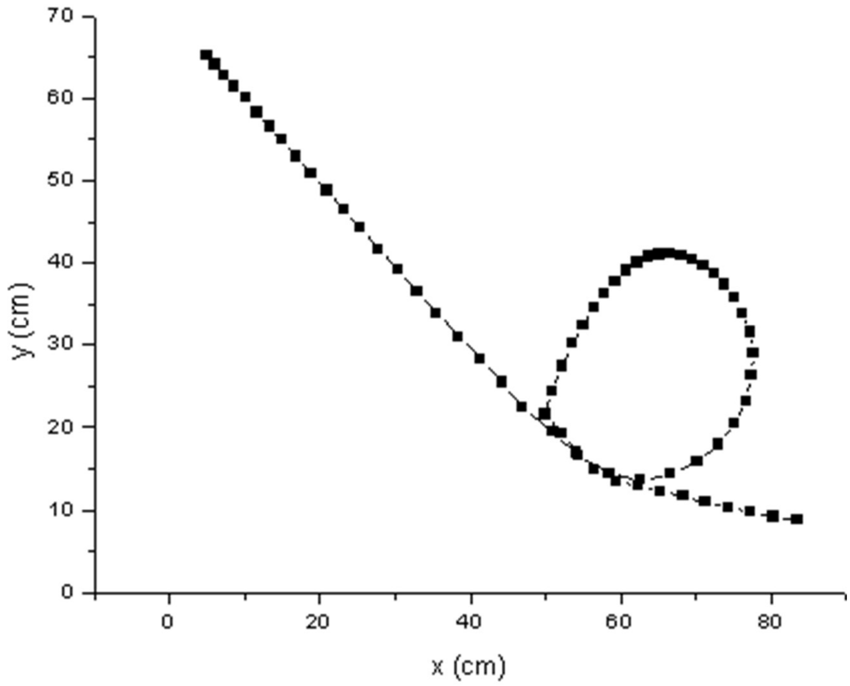
⑥ 측정 결과로부터 이 구슬의 운동에너지의 증가량과 퍼텐셜에너지(potential energy)의 감소량 사이의 관계를 판단한다. (측정을 통해 얻은 data에서 연속된 두개의 data를 이용하면(시간) 특정구간에서의 수직방향의 평균속력을 구할 수 있고, 또한 이 두 지점의 평균높이를 이용하면 운동에너지와 퍼텐셜에너지(potential energy)의 증감 변화량을 구할 수 있다.)

⑦이로부터 이 계의 역학적 에너지에 대해서 무엇을 말할 수 있는가? 특히 궤도를 구르는 구슬의 운동에너지를 제대로 구했는가 확인한다.

2) 질량이 다른 구슬을 사용하여 위에서의 실험을 되풀이한다. 질량이 달라지면 어떤 차이가 나타나는가? 그 이유는 무엇인가?

3)구슬이 원형궤도의 최고점에 도달하지 못하고 떨어지기 시작하는 최소 시작 높이 h_{min}을 찾아서 이론적으로 예상되는 값과 비교해 보아라. 차이가 있다면 그 차이를 설명할 수 있겠는가? 구슬이 원형궤도의 꼭대기 점에서 떨어지지 않고 넘어가기 위해서는 꼭대기 점에서 어느 정도의 속력이 필요한가? Data를 통해 얻은 값과 이론값과 비교해 보아라. 차이가 있다면 왜 그런지 생각해 보아라.





4)궤도 rail에 의한 마찰력의 효과를 살펴본다.

구슬을 처음 굴리는 높이를 적당히 취했을 때, 다시 되돌아 올라오는 이를 측정하여 (data를 통해 얻는다) 역학적 에너지를 감소시키는 마찰력의 효과를 살펴본다.

배경 이론

거리가 떨어져 있는 두 물체가 어떻게 서로 힘(중력)을 미치는가? 중력과 같이 서로 떨어져 있는 물체 사이에 작용하는 힘을 이해하는 방법으로 한 물체 주위의 공간에 형성된 중력장(gravitational field)을 생각하고, 이 장(field)이 다른 물체에 힘을 미치는 것으로 생각한다. 또, 힘을 받은 물체는 가속운동을 하므로 그 운동 속력과 운동에너지가 증가한다. 외력이 가해지는 경우에는 그 외력이 일을 하는 것으로 역학적 에너지가 변화 한다고 생각할 수 있으나 외력원(external force source)의 에너지까지 생각하면 역시 역학적 에너지는 보존된다.(즉 외력원의 에너지까지 고려한 전체 에너지는 역시 보존된다.) 중력장에 의한 물체의 가속운동은 중력장 내에서 물체가 갖는 퍼텐셜에너지(potential energy)에 의한 것으로 간주한다. 즉, 퍼텐셜에너지는 운동에너지로 바뀔 수 있는, 또는 일을 할 수 있는 능력을 의미한다. 정량적으로는 다음과 같이 퍼텐셜에너지를 정의한다. 중력이 가해지고 있는 질량 m 의 물체가 받는 힘은 아래와 같다.

$$F_g = - mg \text{ (g 는 중력가속도)} \tag{1}$$

이 물체가 등속도로 움직이기 위해서는 외부에서 이 중력을 상쇄시키는 힘

$$f = - F_g \tag{2}$$

를 가해 주어야만 한다. 이 물체를 위치 x_o에서 x까지 등속도로 움직이는데 외력이 한 일은

$$W = \int_{x_0}^{x} f\,dx = -\int_{x_0}^{x} F_g\,dx \tag{3}$$

이다. 등속도로 움직이는 물체의 운동에너지는 변화하지 않으므로, 외력이 한 이 일은 다른 형태의 역학적 에너지를 증가시켜야 한다. 즉, 퍼텐셜에너지(potential energy)를 증가시키며 이때 퍼텐셜에너지의 변화량은

$$\Delta U = W = -\int_{x_0}^{x} F_g\,dx = mg(x - x_0) \tag{4}$$

로 구해진다. 퍼텐셜에너지는 식(4)에서와 같이 변화량이 정의되는 양이기 때문에 절대값은 정해지지 않을 뿐더러 큰 의미가 없다. 따라서 편리한 표준 위치(예: 지구 표면)를 택하고, 그 표준 위치에서의 퍼텐셜에너지(를 임의의 편리한 값(예: $U_{\text{지구 표면}} = 0$)으로 정하면, 높이 h 인 곳에서 이 물체의 중력 퍼텐셜에너지는

$$U = mgh \tag{5}$$

가 된다. 이 퍼텐셜에너지를 구하는 과정에서 이미 물체의 역학적 에너지 즉, 운동에너지와 퍼텐셜에너지의 합

$$E = T + U = 1/2\ mv^2 + mgh \tag{6}$$

이 일정하게 유지되는 것을 사용하였기 때문에 역학적 에너지의 보존은 자동적으로 만족된다. 쇠 공의 운동은 중심의 운동만으로는 충분히 설명되지 못한다. 이는 질량중심의 위치가 변하지 않더라도 쇠공이 얼마든지 도는(회전) 운동을 할 수 있기 때문이다. 일반적으로 쇠공과 같은 강체(단단한 물체, rigid body)의 운동에너지는 질량 중심의 병진 운동에너지와 질량 중심을 지나는 축에 대한 회전운동에너지의 합이 된다. 질량이 m, 반지름이 r, 중심의 이동 속력이 v_{cm}, 중심을 지나는 회전축에 대한 각속도(angular velocity, 1초 동안에 회전하는 각도)가 ω 인 공의 운동에너지는

$$T = \frac{1}{2} m v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 \tag{7}$$

으로, 여기서 I 는 공의 중심을 지나는 축에 대한 관성 모멘트이다.(moment of inertia) 관성 모멘트란 회전 운동의 관성에 해당하는 양으로 밀도가 고른(균질, homogeneous) 구의 경우에는 아래와 같다.

$$I = \frac{2}{5} m r^2 \tag{8}$$

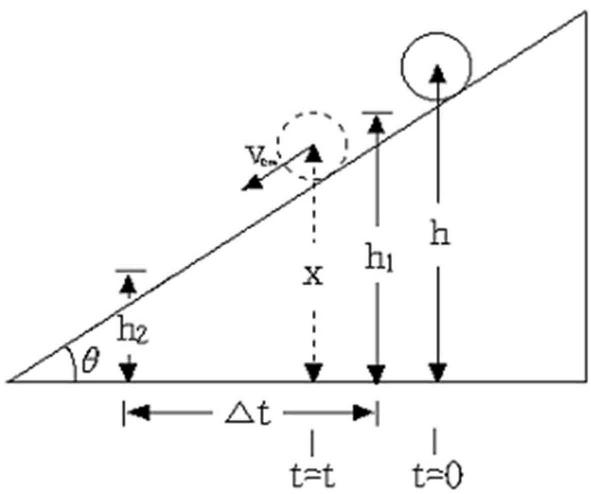
이제, 구가 미끄러지지 않고 구르는 경우에는

$$\omega = \frac{v_{cm}}{r} \tag{9}$$

로 주어진다. 따라서 식(6)의 역학적 에너지는 미끄러지지 않고 굴러서 내려오는 공의 경우에는

$$E = T + U = (7/10)\ m v_{cm}^2 + mgx \tag{10}$$

가 된다. 여기서 x 는 공의 높이(수직 방향)임에 유의하라. 높이 h 인 지점에 정지해 있던 공이 경사면을 구르기 시작하여 높이 h_1 인 곳과 h_2 인 곳 사이를 지나는데 걸린 시간 △t 를 살펴보기로 한다.



먼저 높이 h 인 지점에 정지한 공의 역학적 에너지는

$$E = mgh \tag{11}$$

이므로, 높이 x 인 곳을 지나는 공의 질량중심 속력(중심의 경사면에 병진 운동 속력) v_{cm} 는 역학적 에너지의 보존을 가정하면

$$(7/10)mv^2_{cm} + mgx = mgh \tag{12}$$

따라서 $$v_{cm} = \sqrt{g(h-x)\frac{10}{7}} \tag{13}$$

이다. 경사면의 경사각을 θ 라고 하면, 질량중심 속력 v_{cm} 는

$$v_{cm} = -\frac{1}{\sin\theta}\frac{dx}{dt} \tag{14}$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = -\sin\theta\sqrt{g(h-x)\frac{10}{7}} \tag{15}$$

$$\frac{dx}{\sqrt{\frac{10}{7}g(h-x)}} = -\sin\theta dt \tag{16}$$

를적분하면

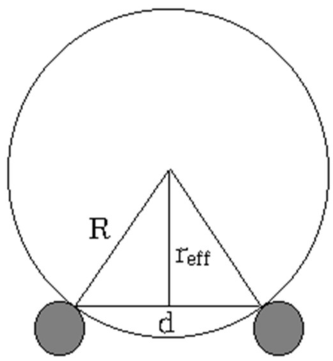
$$\int_{x_1}^{x_2}(h-x)^{-1/2}\,dx = \int_{t_1}^{t_2} -\sin\theta\sqrt{\frac{10}{7}g}\;dt \tag{17}$$

$$2[(h-x_2)^{1/2} - (h-x_1)^{1/2}] = \sqrt{\frac{10}{7}g}\,\sin\theta(\Delta t) \tag{18}$$

즉, $$\Delta t = \sqrt{\frac{14}{5g}}\frac{1}{\sin\theta}[(h-x_2)^{1/2} - (h-x_1)^{1/2}] \tag{19}$$

이다. 이 식은 역학적 에너지의 보존을 가정하고 얻은 식이므로, 높이 h 인 곳에 정지해 있던 공이 굴러서 높이 h_1 과 h_2 인 곳 사이를 지나는데 걸린 시간 △t 를 측정하여 식 (19)와 비교하면, 역학적 에너지가 보존되는지 여부를 확인할 수 있다. 이 실험에서와 같이 경사면이 아니라 경사진 궤도를 공이 구르는 경우에는 공이 구르는데 따른 회전 운동의 유효 반지름이 그림에서

$$r_{eff} = [R^2 - (d/2)^2]^{1/2} \tag{20}$$



로 달라진다. 여기서 d 는 궤도에 공이 닿는 두 지점간의 거리이다.

식(9)는 이 유효 반지름을 사용하여

$$\omega = \frac{v_{cm}}{r_{eff}} \tag{21}$$

로 쓸 수 있다. 이때 식(18)의 표현이 어떻게 달라지겠는가? 또, 쇠공이 미끄러지면서 구르는 경우에는 어떻겠는가? 반경이 R_{cir}인 원형궤도을 돌수 있는 최소 높이는 다음과 같이 구할 수 있다. 원형 궤도의 최고점에서 총역학적 에너지는

$$E = \frac{1}{2}mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + 2R_{cir}mg \tag{22}$$

만약 구슬이 원형 궤도의 최고점에서 떨어진다면, 그 때 원형궤도에 의한 항력(normal force)이 없게되도, 또한 떨어질 때 최고점에서 구슬이 받는 중력에 의한 힘과 구심력은 같게된다.

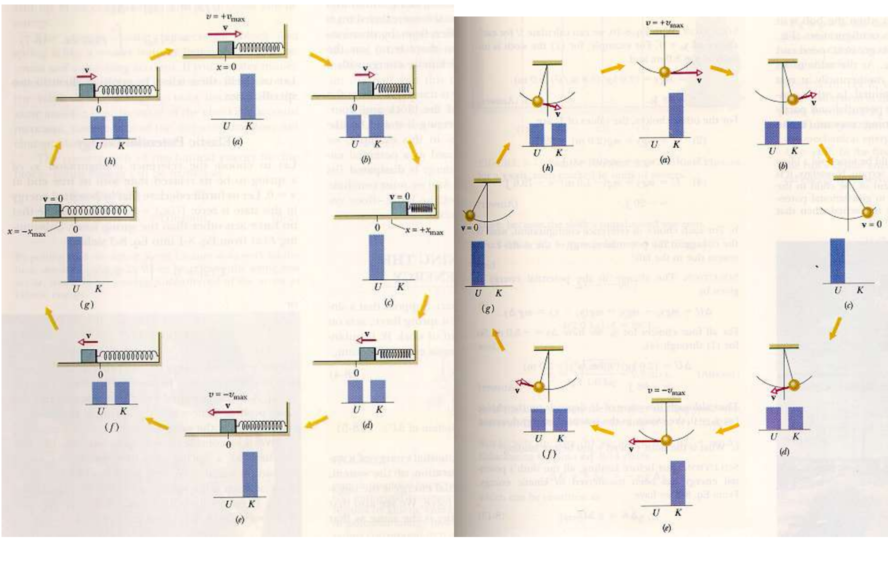
$$\frac{mv_{cm}^2}{R_{cir}} = mg \tag{23}$$

이로부터 구슬이 최고점까지 떨어지지 않고 올라갈 수 있는 최소 시작 높이(h_{min})를 구할 수 있다.

생각해 볼 만한 것들

롤러코스터는 원형궤도를 떨어지지 않고 회전 위해 원형궤도의 꼭대기 점에서 일정속력이상을 가져야 한다.(이는 실험에서도 구해 보았다.) 또한 직선궤도의 끝부분에서(대개는 최저 지점) 최고 속력이 나오게 함으로써 타는 이들의 재미를 더해 주게 된다. 그렇다면 최저 지점의 속력을 2 배로 올리려면 높이를 얼마나 올려야 할까?(마찰에 의한 감쇠를 무시 할 때) 속력이 2 배가 되었을 때 운동량과 운동에너지는 얼마나 증가하나?

에너지 보존 법칙과 물리현상의 시간 축 이동에 대한 대칭 특성 에너지 보존 법칙은 자연의 특성으로 물리학에서 중요하게 다루고 있는 몇 가지 보존 법칙 중의 하나이다. 운동량 보존, 각운동량 보존 등과 마찬가지로 에너지 보존 법칙은 고립된 계의 에너지의 총량이 시간이 흘러도 변화하지 않는다는 것으로, 이는 고립된 (전체)계를 이루는 내부의 (부분)계와 (부분)계 사이에 에너지를 주고받거나 고립된 계가 갖고 있는 에너지의 형태는 변화될 수가 있어도, 에너지 자체가 소멸되거나 생성되지는 않는다는 것을 의미한다. 시간에 따라 계의 에너지가 변하지 않는다는 것은 또 무엇을 의미하는가? 계의 에너지, 나아가 그와 관련된 자연현상이 언제 측정하더라도 같다는 것을 의미한다. 이러한 특성을 시간 축 이동에 대한 대칭성이라고 부른다. 이와 같이 보존 법칙들은 계나 자연이 갖는 대칭 특성에서 기인한다. 운동량 보존은 계를 관측하는 좌표 계의 축을 공간상에서 이동시키더라도 계의 특성이 달라지지 않는 것에 기인하며, 각운동량 보존은 좌표 계의 방향을 돌려놓더라도 특성이 달라지지 않는 것을 의미한다. 또, 이들 보존 법칙은 자연현상에서 절대적인 의미를 갖는 시간 축(시계)이나 공간 좌표 계가 존재하지 않는 것과 일치한다.



– Halliday & Resnick 책에서

실에 매단 추(a)와 용수철에 붙어 있는 물체(b)의 마찰이 없는 경우에 역학적 에너지는 보존되고 이들의 운동은 영원히(?) 계속된다. 이럴 때 물체의 운동을 관찰하기 시작하는 시각에 상관없이 이들의 운동을 관장하는 같은 자연법칙(운동법칙)을 알아낼 수 있다.

※마찰과 에너지 보존 법칙

운동하는 물체에 마찰이 작용하는 경우, 계의 역학적 에너지는 보존되지 않는다. 즉, 시간에 따라서 계의 역학적 에너지가 변한다. 마찰은 물체와 다른 계(책상, 공기 등)와의 상호작용이기 때문에 이때 물체는 고립된 계가 아니며, 따라서 고립된 계에서 성립하는 (역학적)에너지 보존 법칙을 따르지 않는다. 그러나 마찰은 역학적 에너지의 일부를 열에너지로 바꾸기 때문에, 고립된 전체 계(물체 + 책상, 물체 + 공기 등)의 열을 포함한 총 에너지는 보존된다. 이를 넓은 의미의 에너지 보존 법칙이라고 부른다. 역학적 에너지 중에서 운동에너지와 퍼텐셜에너지(potential energy) 사이의 교환이 자유롭게 이루어지는 반면에 열에너지와 역학적 에너지 사이의 변환에는 특정한 방향성이 존재한다. 즉, 역학적 에너지는 마찰 등에 의해서 열에너지로 변환되지만, 열에너지는 스스로는 역학적 에너지로 변환되지 않는다. 왜 그럴까? 우리가 속해 있는 자연계에 이러한 방향성이 존재하는 것을 열역학의 제2법칙이라고 부른다. 만약 역학적 에너지와 열에너지 사이의 변환에 이 방향성이 존재하지 않았다면, 연료를 사용하지 않고도 바닷물의 온도를 아주 조금씩 낮추면서, 그 열에너지를 이용하여 커다란 배도 항해시킬 수가 있었을 것이다. 열역학의 제2법칙이라고 이름 붙여진 자연계의 이 특성은 영구 기관의 불가능성과 한 방향으로 흐르는 시간의 화살 등 우리에게 많은 생각할 재료를 제공한다.