

Quiz 3 (5월 13일 화 7.5,8.5 교시)

[2014년 1학기 수학 및 연습 1]

(시간은 20분이고, 20점 만점입니다.)

* 답안지에 학번과 이름을 쓰시오. 답안 작성시 풀이과정을 명시하시오.

1. (5점) 삼차원 공간에서 점 $A(-1, 1, 2)$ 를 지나고 $N = (1, 2, 3)$ 에 수직인 평면을 α 라 할 때, 점 $B(1, 2, 3)$ 의 α 에 대한 대칭점 C 의 좌표를 구하시오.
2. (5점) 영이 아닌 벡터 \mathbf{n} 에 수직인 두 평면 $\mathbf{n} \cdot \mathbf{X} = c_1$ 과 $\mathbf{n} \cdot \mathbf{X} = c_2$ 사이의 거리를 c_1, c_2, \mathbf{n} 을 써서 표현하시오.
3. (5점) 다음의 4개의 벡터가 일차독립인지 일차종속인지 판별하시오.

$$x = (0, 1, 1, 1), y = (1, 0, 1, 1), z = (1, 1, 0, 1), w = (1, 1, 1, 0)$$

4. (5점) \mathbb{R}^n 에서 k 개의 벡터 $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_k$ 가 일차독립일 때, $\mathbf{w} = c_1\mathbf{v}_1 + c_2\mathbf{v}_2 + \dots + c_k\mathbf{v}_k$ 이고 $c_1 \neq 0$ 이면 $\mathbf{w}, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_k$ 도 일차독립임을 보이시오.

Quiz 3 모범답안 및 채점기준

1. 점 B 에서 평면 α 에 내린 수선의 발을 H 라고 하자.

\overrightarrow{BH} 는 \overrightarrow{BA} 의 N 방향으로서의 정사영이므로

$$\overrightarrow{BH} = \frac{(A - B) \cdot N}{|N|^2} N = -\frac{1}{2}(1, 2, 3)$$

따라서, 대칭점 $C = B + 2\overrightarrow{BH} = (0, 0, 0)$ 이다. (5점)

(부분 점수는 없음)

2. X_1, X_2 를 각각 평면 $\mathbf{n} \cdot X = c_1$ 과 $\mathbf{n} \cdot X = c_2$ 위의 점이라 하면 X_1 에서 평면 $\mathbf{n} \cdot X = c_2$ 에 내린 수선의 발은

$$X_1 + \frac{(X_2 - X_1) \cdot \mathbf{n}}{|\mathbf{n}|^2} \mathbf{n} = X_1 - \frac{c_2 - c_1}{|\mathbf{n}|^2} \mathbf{n}$$

이다.

따라서, 두 평면사이의 거리는 $\frac{|c_1 - c_2|}{|\mathbf{n}|}$. (5점)

(부분 점수는 없음)

3. $ax + by + cz + dw = 0$ 을 만족하는 a, b, c, d 를 구하자.

$$b + c + d = 0, a + c + d = 0, a + b + d = 0, a + b + c = 0$$

이므로 $a = b = c = d = 0$ 이다. 따라서 주어진 벡터 x, y, z, w 는 일차 독립이다. (5점)

(부분 점수는 없음)

4. $a_1\mathbf{w} + a_2\mathbf{v}_2 + \cdots + a_k\mathbf{v}_k = 0$ 을 만족하는 a_1, a_2, \dots, a_k 를 구하자.

$$a_1c_1\mathbf{v}_1 + (a_1c_2 + a_2)\mathbf{v}_2 + \cdots + (a_1c_k + a_k)\mathbf{v}_k = 0$$

가정에서 벡터 $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_k$ 가 일차독립이므로

$$a_1c_1 = 0, a_1c_2 + a_2 = 0, \dots, a_1c_k + a_k = 0 \text{ 이다.}$$

$c_1 \neq 0$ 이므로 $a_1 = 0$ 이고, 따라서 $a_2 = \cdots = a_k = 0$ 이다.

따라서, $\mathbf{w}, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_k$ 도 일차독립이다. (5점)

(부분 점수는 없음)