Physics Laboratory

Last modified : 2015-08-31

실험 1-2. 관성 모멘트 측정

실험 목적

물체를 회전장치를 통한 중력의 일정한 힘으로 회전시키고, 이 때의 회전장치의 각속도 및 각가속도를 직접 측정하여 물체의 관성모멘트를 구한다. 또한 회전반경과 관성 모멘트, 평행축 정리등의 이론을 실험을 통해 확인한다. 부가적으로 회전운동과 토오크의 관계를 실험적으로 확인한다.

실험 방법

실험실에는 이 실험을 위해서 다음과 같은 장치가 준비되어 있다.

① 관성모멘트 실험장치
② 사각, 원판, 원환 시료
③ I-CA 시스템
④ 버어니어 캘리퍼스, 전자저울

▮그림 3▮ 관성모멘트 측정 실험장치

① 버어니어캘리퍼스와 전자저울을 이용하여, 회전축 반경 및 각 시료의 길이, 질량을 측정하고 이를 기록한다.

② 그림 3과 같이 관성모멘트 측정 실험장치를 실험테이블에 수평이 되도록 조정하고 클램프로 고정한다. 100~200g 추를 매달고 도르래의 높이를 조절하여 실이 회전판과 평행이 되도록 조정하여 고정한다. 실의 길이는 바닥에 닿지 않을 정도로 한다.

③ 스텐드를 이용하여 그림4와 같이 회전 실험판이 카메라 중앙에 수직으로 선명하게 보이도록 줌과 밝기를 조정하여 I-CA 시스템을 준비한다.

④ 회전 실험판에 아무 시료도 없는 상태에서 실을 천천히 감아 손으로 잡아 고정시키고 있다가 추를 자유낙하시키고 이를 I-CA 시스템으로 촬영 저장한다.

⑤ 좌표계 설정을 클릭 촬영한 영상을 불러들여 좌표계를 설정한다. 원점은 회전 실험판의 중앙으로, 길이는 회전판 중앙에서 색상인식 스티커까지의 거리를 측정 이 값을 입력한다. 이 후에 줌등 세팅이 바뀌지 않도록 주의한다.

⑥ 촬영한 영상을 분석화면에 불러들여 색상인식 스티커의 운동을 분석, 결과를 txt파일로 저장한다. 저장된 시간에 따른 피사체의 좌표를 액셀등의 프로그램으로 분석하여 시간에 따른 회전각도(θ)의 값으로 변환한다. 이를 그래프로 그리고 추세선을 이용하여 식(7)과 비교하여 $\alpha/2$ 값을 구한다. 분석 시작점은 실험회전판이 막 회전하기 시작하는 시점으로 한다.

⑦ 식(9)를 이용하여 회전장치의 관성모멘트(I_0)를 구한다.

⑧ ④ ~ ⑦의 과정을 3번 반복하여 회전장치의 관성모멘트를 구하고 이를 평균하여 회전장치 자체의 관성모멘트로 한다.

⑨ 회전 실험판에 사각판 시룔를 올려 놓고, 위의 ④ ~ ⑦의 과장과 같이 Total 관성모멘트를 구하고 위에서 구한 회전장치 자체의 관성모멘트를 빼어 사각판 시료의 관성모멘트를 구하고 이를 이론값과 비교하여 본다. 마찬가지로 위의 과정을 3회 반복한다.

⑩ 회전 실험판에 원판 시료를 올려 놓고 ⑨의 과정과 같이 원판시료의 관성모멘트를 구한고 이를 이론값과 비교하여 본다.

⑪ 회전 실험판에 원환 시료를 올려 놓고 ⑨의 과정과 같이 원환시료의 관성모멘트를 구한고 이를 이론값과 비교하여 본다.

배경 이론

강체는 그 계에 속하는 입자가 항상 상호간 같은 상대적인 위치를 유지하는 물체를 말하는데, 그러한 강체의 회전에너지에 대해 생각해 보자. 회전에너지는 물체의 질량 외에 모양과 크기에 따라 다르게 되는데 이와 같이 회전에너지를 설명할 때 관성모멘트라는 물리량을 사용하면 편리해 진다. 직선운동의 경우 물체의 질량이 관성의 역할을 하는데 회전운동의 경우 바로 이 관성모멘트가 관성의 역할을 한다. 질량이라는 물리량이 있어 직선운동의 기술이 편리해진 것 처럼 회전운동의 경우 관성모멘트의 정의로 인해 회전운동의 기술이 편리해 진다.

개의 질점으로 구성된 강체가 고정 축 주위를 각속도 ω로 회전하면, 총 운동에너지 K는

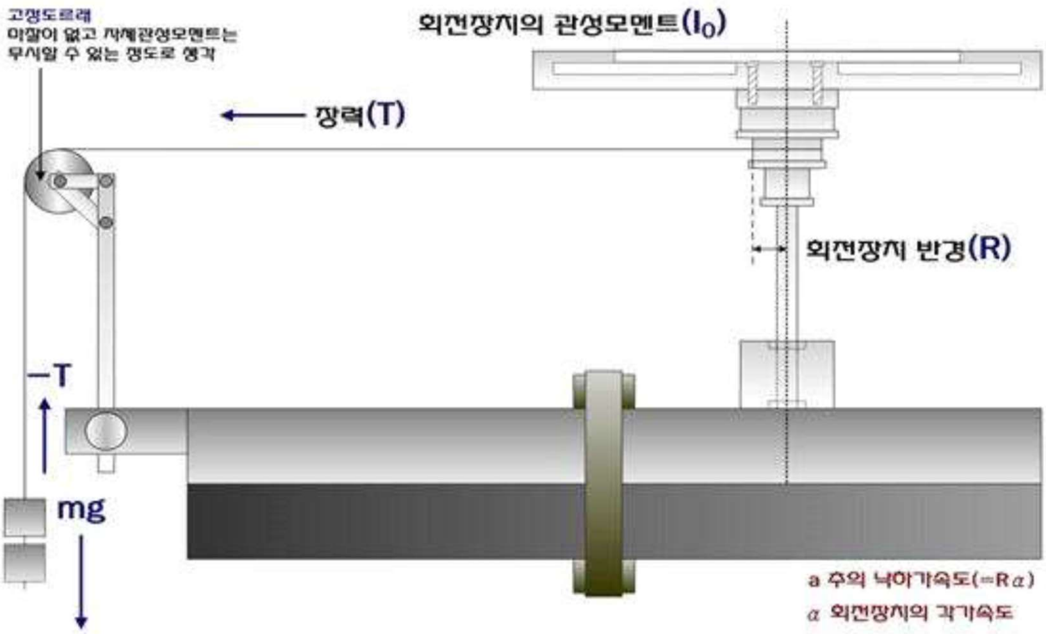
$$K = \frac{1}{2}\left(\sum m_i r_i^2\right)\omega^2 = \frac{1}{2}\mathrm{I}\omega^2 \qquad (1)$$

이다. 여기서 I 는 아래와 같이 정의된 양으로 관성모멘트라 한다.

$$I = \sum m_i r_i^2 \tag{2}$$

여기서 r_i는 회전축으로부터의 거리이다. 연속적인 질량분포의 경우에는 다음과 같다

$$I = \int r^2 \, dm \tag{3}$$



▮그림 1▮ 관성모멘트 실험 장치

그림 1과 같이 질량 m인 추가 도르래와 실을 통해 회전장치에 연결되어 있는 경우를 생각해 보자. 추가 가속도 a로 자유 낙하하는 경우 실에 작용하는 장력(T)을 고려하면

$$\mathrm{ma} = \mathrm{mg} - T = \mathrm{m}R\alpha \tag{4}$$

의 관계가 성립한다. 여기서 α는 회전장치의 각 가속도로 실이 미끄러짐 없이 풀리는 경우로 가정하였다. 따라서 회전장치에 작용하는 토오크(τ)는

$$\tau = I_0\alpha = RT \tag{5}$$

로 주어지며, 이 경우 회전장치의 각 가속도 및 시간에 따른 회전각은 다음과 같다.

$$\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{mgR}{I_0 + mR^2} \qquad (6)$$

$$\theta(t) = \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{mgR}{2(I_0 + mR^2)}t^2$$
$$\equiv At^2 \qquad (7)$$

여기서 초기 조건으로 t=0에서 $\theta(0) = 0$, $\dot{\theta}=0$로 하였다.

질점의 관성모멘트는 $I = mr^2$으로 표현되며, 연속적인 질량분포의 경우에는 식(3)과 같이 $I = \int r^2\,dm$으로 주어진다. 일례로 그림 2와 같이 가로 세로가 각각 a, b인 직사각형 판의 경우

$$I = I = \int r^2\,dm = \int (a^2 + b^2)\rho\,dadb$$
$$= \frac{M}{12}(a^2 + b^2) \qquad (8)$$

으로 주어진다. 그림 2는 다양한 형태에 대한 물체의 관성모멘트 값들의 일례이다.

실험에서는 식(7)에서 각가속도 α를 측정하여 아래와 같이 관성모멘트를 결정한다.

$$\wp I = \frac{mgR}{2A} - maR^2 \qquad (9)$$

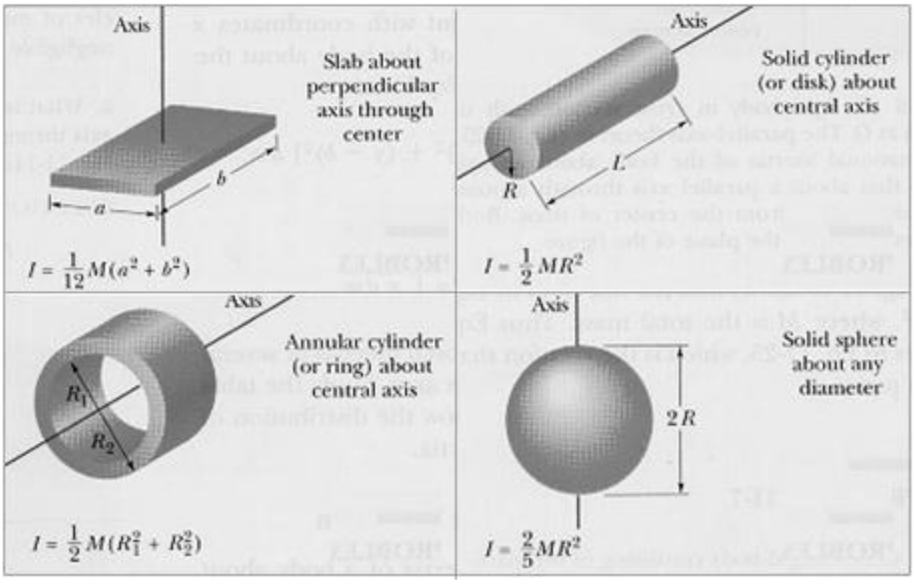


그림 2 물체의 관성모멘트