

Quiz 4 (5월 24일 금 7, 8 교시)

[2013년 1학기 수학 및 연습 1]

(시간은 20분이고, 20점 만점입니다)

* 답안지에 학번과 이름을 쓰시오. 답안 작성시 풀이과정을 명시하시오.

1. 다음 물음에 답하시오.

- (a) (3점) 세 점 $(1, 1, -2)$, $(1, 2, -3)$, $(2, 2, -4)$ 을 지나는 평면 m 의 방정식을 반드시 외적을 이용하여 구하시오.
- (b) (5점) 삼차원 좌표공간에서 평면 m 에 대한 대칭이동을 나타내는 선형사상을 L 이라고 할 때, 사상 L 에 대응되는 행렬 A 를 구하시오.
- (c) (5점) 행렬식 $\det A$ 를 구하시오.

2. (7점) 좌표평면의 곡선 $2y^2 = 3x^3 + x^2$ 을 매개화하시오.

Quiz 4 모범답안 및 채점기준 예시

1. (a) 두 벡터 $\mathbf{a} = (1, 2, -3) - (1, 1, -2) = (0, 1, -1)$, $\mathbf{b} = (2, 2, -4) - (1, 1, -2) = (1, 1, -2)$ 에 대해 $\mathbf{n} = \mathbf{a} \times \mathbf{b} = (-1, -1, -1)$ 은 평면 m 의 법선벡터이고, 이로부터 평면 m 의 방정식은

$$\mathbf{n} \cdot ((x, y, z) - (1, 1, -2)) = 0, \quad \text{즉, } x + y + z = 0$$

이다. (3점)

- (b) $L(\mathbf{x}) = \mathbf{x}'$ 이라고 두면 $\mathbf{x}' = t(1, 1, 1) + \mathbf{x}$, ($t \in \mathbb{R}$) 꼴이고, 두 점 \mathbf{x} , \mathbf{x}' 의 중점은 평면 $x + y + z = 0$ 에 있어야 한다.

$\mathbf{x} = (x, y, z)$ 에 대하여

$$\frac{1}{2}(2x + t) + \frac{1}{2}(2y + t) + \frac{1}{2}(2z + t) = 0 \Rightarrow t = -\frac{2}{3}(x + y + z)$$

이므로 $\mathbf{x}' = -\frac{2}{3}(x + y + z)(1, 1, 1) + (x, y, z)$ 이고, (3점)
사상 L 에 대응되는 행렬은

$$\left(L(\mathbf{e}_1), L(\mathbf{e}_2), L(\mathbf{e}_3) \right) = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -2 & 1 & -2 \\ -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

이다. (5점)

$$(c) \det A = \frac{1}{27} \det \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 0 & -3 & -6 \\ 0 & -6 & -3 \end{pmatrix} = \frac{1}{27} \det \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 0 & -3 & -6 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix} = -1$$

(5점)

2. [주어진 곡선 위에서 $x = 0$ 이면 $y = 0$ 일 수밖에 없으므로] $y = tx$ 를 이용하여 주어진 곡선을 매개화할 수 있다.

(단, [\dots] 부분은 언급하지 않더라도 감점하지 말 것)

그러면 $2(tx)^2 = 3x^3 + x^2$ 으로부터
 $x \neq 0$ 일 때, $x = \frac{2t^2 - 1}{3}$, $y = \frac{t(2t^2 - 1)}{3}$ 을 얻는다.
 $t = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$ 일 때, $x = y = 0$ 이므로
 $\left(\frac{2t^2 - 1}{3}, \frac{t(2t^2 - 1)}{3} \right), (t \in \mathbb{R})$ 이 주어진 곡선의 매개화이다. (7점)

* 위에서 구한 매개화가 $(0, 0)$ 을 표현가능함을 언급하지 않으면 2점 감점.