1. $B=(A\cap B)\cup(B-A)$ 이므로, $P(B)=P\{(A\cap B)\cup(B-A)\}$를 만족한다. 여기서, $(A\cap B)$, $(B-A)$는 배반사건이므로 axiomatical probability (AX 3) 에 의하여,

$$P(B)=P(A\cap B)+P(B-A) \qquad \cdots\cdots \ ㉠$$

$A\cup B=A\cup(B-A)$ 이므로 $P(A\cup B)=P\{A\cup(B-A)\}$를 만족한다. A, $(B-A)$ 또한 배반사건이므로 axiomatical probability(AX 3) 에 의하여,

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B-A) \qquad \cdots\cdots \ ㉡$$

㉠에서 ㉡을 빼면, $P(B)-P(A\cup B)=P(A\cap B)-P(A)$ 이고 이를 정리하면,

$$P(A)+P(B)-P(A\cap B)=P(A\cup B)$$

2. $P_A(\bullet)$ 는 표본공간 S상에서의 확률이 되기 위하여 3가지 공리를 만족함을 보여라.

(1) $P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}\geq 0$, since P(·) is probability.

(2) $P_A(S)=\dfrac{P(A\cap S)}{P(A)}=\dfrac{P(A)}{P(A)}=1$, S is sample space.

(3) $\{B_i | i=1,2,\ldots\}$: disjoint event.

$$P_A(\cup_{i=1}^{i=\infty}B_i)=\frac{P[(A\cap B_1)\cup(A\cap B_2)\cup\ldots]}{P(A)}=\frac{P(A\cap B_1)}{P(A)}+\frac{P(A\cap B_2)}{P(A)}+\ldots$$

$$=P(B_1|A)+P(B_2|A)+\ldots.=\sum_{i=1}^{\infty}P_A(B_i)$$