

통계학 (강좌) 중간고사 1 (16:00~18:00)

※ 답안지에 소속, 학번, 이름을 빠짐없이 기록하였는지 확인 후, 다음 물음에 대한 정답을 반드시 풀이 과정과 함께 잘 정리하여 제출하세요. 부정행위 (계산기 부정사용 포함) 적발 시 즉시 퇴실 조치할 것입니다.

※ 답은 소수점 셋째자리까지 쓰시오.

1. (총 15점 : 각 3점, 틀리면 2점 추가 감점) 다음 물음에 대하여 맞으면 O 틀리면 X로 답하시오.

- (1) 통계량은 모집단으로부터 얻어진다.()
- (2) 확률변수 X, Y 에 대하여 $Corr(2X, -3Y) = (2 \times (-3))Corr(X, Y)$ 이다. ()
- (3) 왜도가 양수이면 오른쪽으로 긴 꼬리를 가지는 분포이다. ()
- (4) 공분산의 값이 클수록 더욱 강한 선형관계를 나타내기 때문에, 공분산이 -5인 자료와 공분산이 -3인 자료보다 더 강한 음의 선형관계를 나타낸다. ()
- (5) 어느 백화점에서 판매하는 시계 100개 중 5개가 불량품이다. 손님이 시계 3개를 사갈 때 불량품을 사갈 확률을 계산하려고 한다. 이 때 불량품의 수를 확률변수 X 라 하면 확률변수 X 가 취할 수 있는 값은 1, 2, 3이다.()

2. (5점) 세 사건 E, F, G 에 대하여 다음이 성립함을 보이시오.

$$P(E|F) = P(E|F \cap G)P(G|F) + P(E|F \cap G^c)P(G^c|F)$$

3. (10점) 확률변수 (X_1, X_2, X_3) 에 대하여 $Var(X_1) = 5, Var(X_2) = 4, Var(X_3) = 7$ 이고 $Cov(X_1, X_2) = 3, Cov(X_1, X_3) = -2$ 이며 X_2 와 X_3 가 독립일 때, 다음 물음에 답하시오.

- (1) (5점) $Y_1 = X_1 - 2X_2 + 3X_3, Y_2 = -2X_1 + 3X_2 + 4X_3$ 의 공분산을 구하시오.
- (2) (5점) Y_1 과 Y_2 의 상관계수를 구하시오.

4. (10점) 다음 물음에 답하시오.

- (1) (5점) Z_1, \dots, Z_5 가 서로 독립이고 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, 다음 확률을 구하여라.

$$P(Z_1^2 + Z_2^2 \leq 6.37 \times (Z_3^2 + Z_4^2 + Z_5^2))$$

- (2) (5점) 정규분포 $N(0, 2^2)$ 를 따르는 것으로 알려진 모집단에서 크기 16인 랜덤표본을 추출하였을 때, $P(\bar{X} \leq y \cdot S) = 0.95$ 가 성립하는 y 를 구하여라.

5. (10점) 한 심리학자가 단어암기 방법에 대한 연구를 실시하였다. 한 고등학교 학생들 전체에게 새로운 암기방법으로 훈련을 시킨 후에 30명의 학생을 랜덤하게 골라 100개의 단어를 기억하도록 실험하여 각 학생이 기억한 단어의 수는 다음 표와 같다.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 91 | 64 | 98 | 66 | 83 | 87 | 83 | 86 | 80 | 93 |
| 83 | 75 | 72 | 79 | 90 | 80 | 90 | 71 | 84 | 68 |
| 69 | 90 | 84 | 78 | 65 | 80 | 92 | 72 | 76 | 77 |

단, $\sum x_i = 2406$, $\sum x_i^2 = 195,368$ 이다

(1) (5점) 줄기-잎 그림을 그려라. 단 잎의 폭을 10으로 하여라.

(2) (5점) 평균, 표준편차, 중앙값, 사분위수범위(IQR)을 구하라.

6. (15점) 확률변수 X, Y 의 결합확률함수가 다음과 같이 주어졌을 때, 다음 물음에 답하여라.

$$p(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & (x, y) = (-4, 1), (4, -1), (2, 2), (-2, -2) \\ 0, & o.w. \end{cases}$$

(1) (5점) $Cov(X, Y) = 0$ 임을 보이시오.

(2) (5점) X, Y 는 서로 독립인가? 독립이 아닌가? 이유를 들어 설명하시오.

(3) (5점) $g(X, Y) = |X - Y| - 1$ 일 때, $E(g(X, Y))$ 를 구하시오.

7. (20점) 다음은 어느 다섯 가족이 소유하고 있는 애완동물의 숫자를 나타낸 자료이다

| 가족 | A | B | C | D | E |
|--------|---|---|---|---|---|
| 애완동물 수 | 2 | 6 | 4 | 3 | 1 |

(1) (5점) 이 다섯 가족을 모집단이라고 할 때, 가족이 소유한 애완동물 수의 모평균과 모분산을 구하여라.

(2) (5점) 위의 유한 모집단에서 크기가 2인 표본을 비복원 단순임의추출로 뽑으려고 한다. 이 때 표본의 확률분포표를 작성하시오.

(3) (5점) 이 때, 표본평균의 표본분포표를 작성하시오.

(4) (5점) 표본 평균의 표준오차를 구하시오.

8. (15점) 다음의 확률을 계산하여라.

(1) (5점) 10000명을 대상으로 한 어떤 시험에서 학생들의 성적이 평균 $\mu=18.6$, $\sigma=6.3$ 라고 한다. 전체 응시한 학생들 중에서 81명을 랜덤하게 선택할 때, 이들의 평균이 20이상일 확률을 구하여라.

(2) (5점) 서울시는 한강물에 있는 대장균의 분포에 대해 매해 조사하고 있다. 한강물 1ml당 대장균수의 평균과 분산은 각각 $\mu=150$, $\sigma^2=100$ 의 정규분포를 따른다고 하자. 1ml당 대장균수가 155 이상인 지역은 수질 관리대상으로 정하려고 한다. 한강대교 부근 10군데에서 대장균수를 검사했고, 그 평균이 155과 비교되었을 때, 한강대교 부근이 수질 관리대상이 될 확률을 구하여라.

(3) (5점) 하루 10,000개의 전구를 생산하는 공장이 있다. 이 공장에서 생산되는 전구의 불량률이 0.003이라 한다. 어느 날 생산한 전구 중 불량품이 20개 이하가 될 확률을 구하여라.

t 분포표

$$t_{\alpha} : P(T \geq t_{\alpha}) = \alpha, T \sim t(df)$$

| df \ α | 0.10 | 0.05 | 0.025 | 0.01 |
|---------------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 3.078 | 6.31 | 12.71 | 31.82 |
| 2 | 1.886 | 2.920 | 4.303 | 6.965 |
| 3 | 1.638 | 2.353 | 3.182 | 4.541 |
| 4 | 1.533 | 2.132 | 2.776 | 3.747 |
| 5 | 1.476 | 2.015 | 2.571 | 3.365 |
| 6 | 1.440 | 1.943 | 2.447 | 3.143 |
| 7 | 1.415 | 1.895 | 2.365 | 2.998 |
| 8 | 1.397 | 1.860 | 2.306 | 2.896 |
| 9 | 1.383 | 1.833 | 2.262 | 2.821 |
| 10 | 1.372 | 1.812 | 2.228 | 2.764 |
| 11 | 1.363 | 1.796 | 2.201 | 2.718 |
| 12 | 1.356 | 1.782 | 2.179 | 2.681 |
| 13 | 1.350 | 1.771 | 2.160 | 2.650 |
| 14 | 1.345 | 1.761 | 2.145 | 2.624 |
| 15 | 1.341 | 1.753 | 2.131 | 2.602 |
| 16 | 1.337 | 1.746 | 2.120 | 2.583 |
| 17 | 1.333 | 1.740 | 2.110 | 2.567 |
| 18 | 1.330 | 1.734 | 2.101 | 2.552 |
| 19 | 1.328 | 1.729 | 2.093 | 2.539 |
| 20 | 1.325 | 1.725 | 2.086 | 2.528 |

F 분포표

$$F_{\alpha} : P(F \geq F_{\alpha}) = \alpha, F \sim F(df_1, df_2)$$

| | | 분자의 자유도 | | |
|---------|----------|---------|-------|-------|
| 분母的 자유도 | α | 2 | 3 | 4 |
| 2 | .100 | 9.00 | 9.16 | 9.24 |
| | .050 | 19.00 | 19.16 | 19.25 |
| | .025 | 39.00 | 39.17 | 39.25 |
| | .010 | 99.00 | 99.16 | 99.25 |
| 3 | .100 | 5.46 | 5.39 | 5.34 |
| | .050 | 9.55 | 9.28 | 9.12 |
| | .025 | 16.04 | 15.44 | 15.10 |
| | .010 | 30.82 | 29.46 | 28.71 |
| 4 | .100 | 4.32 | 4.19 | 4.11 |
| | .050 | 6.94 | 6.59 | 6.39 |
| | .025 | 10.65 | 9.98 | 9.60 |
| | .010 | 18.00 | 16.69 | 15.98 |

[illegible]