



Physics Laboratory

Last modified : 2015-08-31

실험 1-5. 당구의 역학

조교 유의 사항

1) 실험 시작 시간 5 분전까지 실험 준비실(19-111 또는 25-418)에서 실험실 열쇠와 준비물을 받아 입실한 다음, 실험 장치

공기 흐름판(테이블) (12)

알루미늄 원판 ((7g, 10g, 15g) x2) (12)

속빈 원판 (2) (12)

수평기 (12)

철띠 탄성체 (12)

은박지 종이 (12)

악어 집게가 달린 전선 (12)

30 cm 자 (12)

각도기 (12)

목 장갑 (12)

전자저울 (2, 공용)

실험토리 (1, 공용)

의 이상 유무를 확인한다.

4) 다음의 유의 사항을 학생들에게 주지시킨다.

1. 철판 위에 직접 알루미늄 판 등 물건을 올려놓지 않도록 한다.
2. 두 알루미늄 판의 질량을 측정할 때 저울을 판 위로 조심해서 가져다 놓고, 알루미늄 판의 무게를 고무 튜브가 붙어 있는 채로 측정하도록 한다. 고무 튜브를 빼려고 하거나 고무 튜브만 잡고 원판을 들면 스파크 전극선이 떨어져 못쓰게 되므로 하지 않도록 주의시킨다.
3. 고무 튜브가 끌려 실험에 지장을 주지 않도록 실 등으로 조치한다.
4. 시작할 때 평형을 확인하는 과정이 가장 중요하므로 바람을 넣어 무마찰 상태에서 속빈 원판이 평형을 유지하는지 확인해 가면서 평형을 맞추게 한다.

실험시 I-CA 를 통해 모든 좌표를 추적할 수 있다. 따라서 여러가지 다른 방법으로 충돌실험을 실행하고 이에 대한 분석을 하도록 하게 한다. 실험 반에 따라 담당 조교의 재량으로 실험 내용을 다소 변화시켜도 무방하다.

7) 시간이 끝나면 공기 압축기와 컴퓨터를 끄고 컴퓨터의 전기 꽂이를 빼어 놓는다.

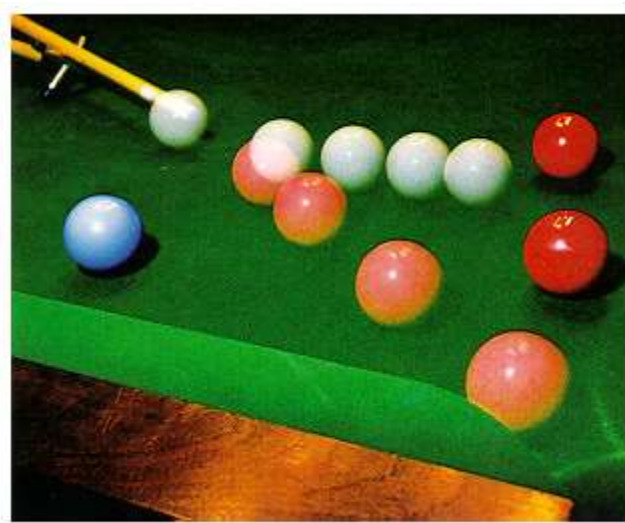
8) 창문을 잠그고 소등 후 퇴실, 실험실의 문을 잠근다.

9) 실험실 열쇠와 준비물을 실험 준비실로 반납하고 수정해야 할 사항 등을 알린다. (특히 고장난 알루미늄 원판은 실험 준비실로 가져온다.)

실험 목적

당구공의 굴림과 충돌은 강체의 회전운동과 2차원 충돌 현상을 공부하는 대상으로 훌륭한 역할을 한다. 이 실험에서는 편의상 굴림 운동을 제외시킨 판의 2차원 계(system) 즉, 두 물체에 가해지는 힘은 내력(internal force)뿐이므로, 계의 운동량은 충돌 전후에 보존된다. 여기서 물체에 가해지는 중력은 왜 생각할 필요가 없는가?

그러나 실제로 역학적 에너지는 충돌 중에 소리, 열 등으로 변환되어 감소될 수 있다. 이 실험에서는 충돌이 일어나는 전후로 시간에 따른 두 물체의 위치에 대한 흔적을 얻고, 이로부터 속도를 측정하여 운동량 보존과 에너지 보존 여부를 조사한다. 또, 탄성체(공기 테이블의 옆 벽면)에 충돌하는 물체의 운동을 살피고, 물체의 운동에너지와 공기 테이블 벽면의 탄성 퍼텐셜에너지(potential energy) 사이의 교환을 조사한다. 벡터 물리량의 처리 방법과 그래프에 의한 측정 결과의 분석 방법을 익힌다.



– Halliday & Resnick 일반물리학 책에서

실험 개요

- 마찰과 회전 운동을 무시한 이상적인 2차원 충돌 현상을 이해한다.
 - 충돌하는 물체들의 총 운동에너지는 충돌 전후에 달라질 수 있지만 총 선운동량은 항상 보존된다. 그 이유는 무엇인가?
- 마찰을 줄인 공기 테이블에서의 두 원판의 충돌 실험에서 두 물체의 선운동량의 합이 각각 보존 되는가 직접 알아본다.
- 탄성체와 충돌과정에서 탄성체의 탄성 퍼텐셜에너지와 원판의 운동에너지의 합이 보존 되는가 조사한다.
- 실제의 당구공과 같이 충돌하는 물체가 구르거나 또는 미끄러지면서 구르는 경우에는 무엇이 어떻게 달라지겠는가 생각해 본다.

실험 방법

실험실에는 이 실험을 위해서 다음과 같은 장치가 준비되어 있다.

(괄호 안은 준비된 개수)

공기 테이블(테이블) (1)

속이 비어있는 원판 (2)

알루미늄 원판 (7,10,15g x2)

수평기 (1)


자 (1)

이외에도 더 필요한 것이 있으면 미리 담당 조교나 실험 준비실(19동 111호, 25동 418호)로 문의하거나 각자가 준비하도록 한다.

권장할 만한 표준적인 실험 방법은 다음과 같다.

I-CA 사용법은 앞의 실험들을 통해 숙달하였을 것으로 본다. 만약 능숙하지 못하다면 실험 1-1 뉴턴의 사과의 매뉴얼이나 동영상 통해 좀더 익숙해지기를 바란다.


1) 공기 테이블과 측정 장치를 준비한다.

①수평기를 이용하여 공기 테이블의 수평을 조정한다. 공기 테이블과 air bolwer를 관으로 연결한다. 동영상 



※ 실험중간에 공기 테이블을 사용하지 않을 때는 전원을 꺼둔다.

2) 두 판의 충돌 - 2차원 충돌 현상

① 실험 장치를 [동영상](#)  과 같이 꾸민다. 컴퓨터를 켜고 "I CA" 프로그램을 실행시킨다. 메뉴중 [화면캡처]를 선택하여 CCD 화면이 나오는지 확인한다. 그림과 같이 화면상의 사각 위치에서도 원판위의 하얀 점이 보이는 지를 확인한다. (중간에 점이 화면 밖으로 나가게 되면 분석이 이루어지지 않는다.) 그냥 원판을 충돌해 보아 운동에 화면상에 잡히는지 확인한다.

② 질량이 같은 두 원판(그냥 원판을 사용)을 일정한 각도로 충돌시켜 실험을 시작한다. Data 저장기 끝나면 저장된 자료를 분석한다. 먼저 Data가 저장된 경로를 지정해 준 후, 분석할 처음 프레임과 마지막 프레임을 결정하고, 피사체의 기준색을 결정해 준다. 기준색을 잡을 때는 약간 어두운색을 기준으로 잡는다. 피사체는 서로 다른 색이므로 각각 피사체1, 피사체2에 기준색을 등록해 주면된다.

③ 분석이 끝나고 Data를 저장하면 분석에 사용한 image file과 피사체의 위치 정보 file이 화면상에 나타난다. (시간에 따른 x1, x2 좌표와 y1, y2 좌표)

④ Excel을 사용하여 얻은 그래프를 그릴 수 있다. (Origin을 사용하여 data를 불러오려면 먼저 Excel로 data를 열고 파일형식을 [텍스트(탭으로 분리)]를 선택하여 저장한 뒤

불러오면 된다.)

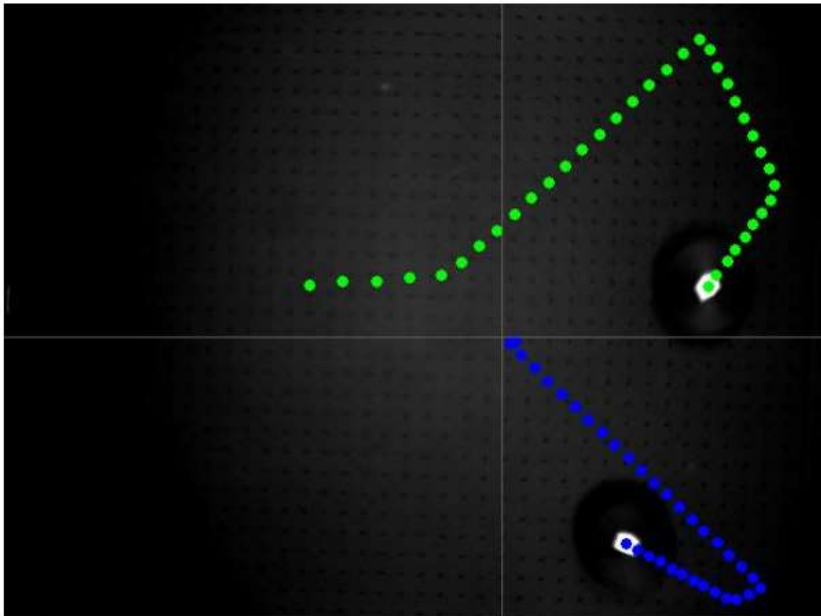
(여기까지 실험방법 항목에서 이 워드 파일에 포함된 동영상과 사진을 빼고는 모두 오래 되었으므로 삭제요망)

이 뒤로는 수정할 부분이 딱히 발견되지 않았습니다.

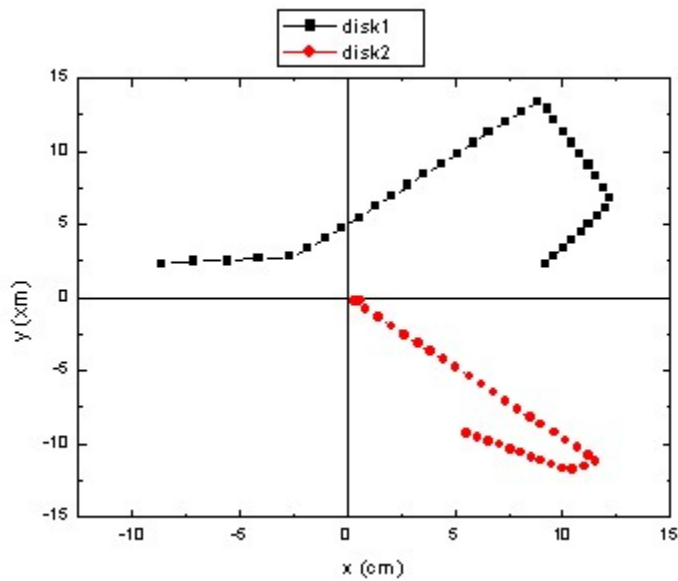
3) 질량이 같은 두 원판의 충돌

정지해 있는 원판에 질량이 같은 다른 원판을 충돌시킨 뒤, 두 원판의 충돌 각 b_1 과 b_2 의 합을 구해보아라. 두 각의 합이 $\pi/2$ 보다 큰가? 작은가? 그 이유에 대해 생각해 보아라.

라. [동영상](#) 



[동영상](#) 



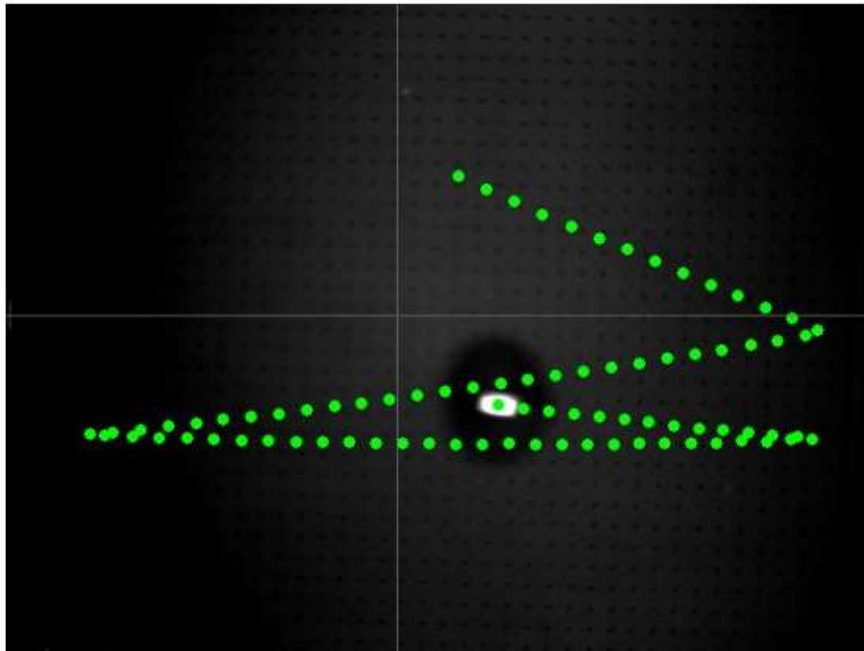
4) 질량을 알지 못하는 원판을 사용하여 실험을 행한다.

질량을 알 수 없는 원판에 코드번호가 적혀있는데 실험조교들은 이 코드로 질량을 알 수 있으나 학생들에게는 가르쳐 주지 않는다. 실험하는 학생들은 질량을 모르는 두 개의 원판에 대하여도 위에서 한 것과 같은 실험을 실행해서 이론적인 계산에 따라 원판의 질량을 얻어내고 리포트에는 코드번호와 함께 제출한다. (원판의 질량을 구한 과정을 채점에 반영한다.)

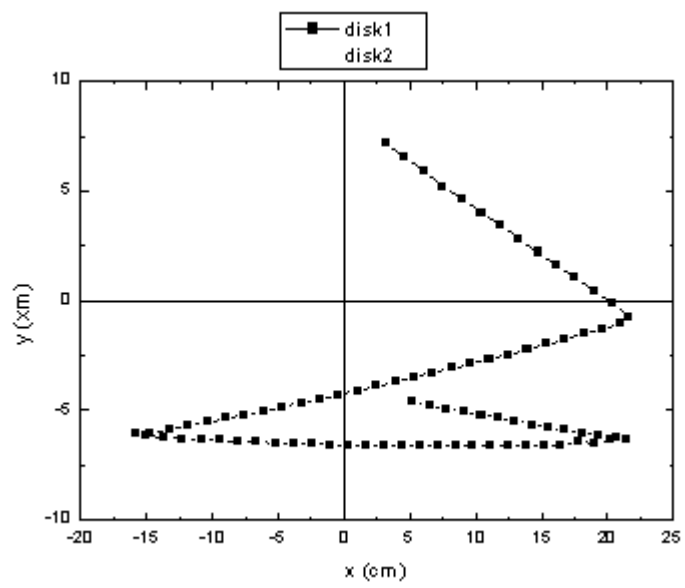
5) 탄성계수 측정 및 비탄성 충돌

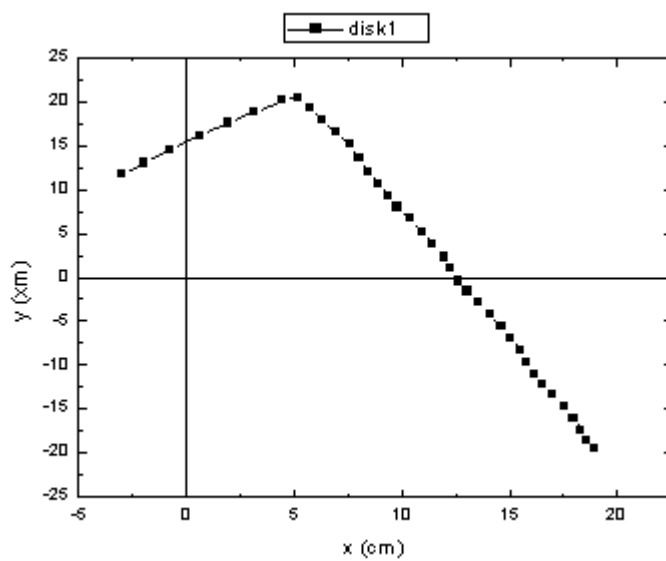
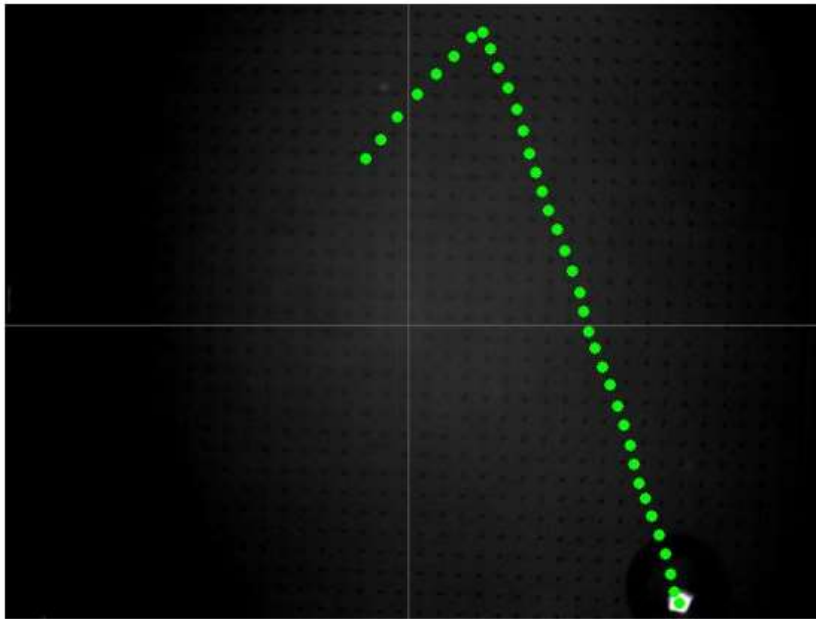
두 개의 운동하는 원판이 충돌하는 경우, 하나의 정지해 있는 원판에 다른 원판이 충돌하는 경우, 공기 테이블 옆 철선에 충돌하는 경우에 대해 탄성계수를 구해보아라. (충돌 전후의 운동에너지를 비교하여 구할 수 있다.) 모든 충돌에서 회전 운동 효과를 최대한 제거하여 실험한다. 또한 마찰력도 없다고 가정하라. 즉 원판을 최대한 회전시키지 않게 충돌을 시킨다. 회전하지 않는 원판을 충돌 시켜도 회전 운동 효과는 들어간다. 그 이유는 무엇인가 생각해 보아라. 공기 테이블의 옆 철선에 원판을 일정한 입사각으로 입사시켜 충돌이 완전 탄성충돌인지, 비탄성 충돌인지 알아보아라.





[동영상](#)

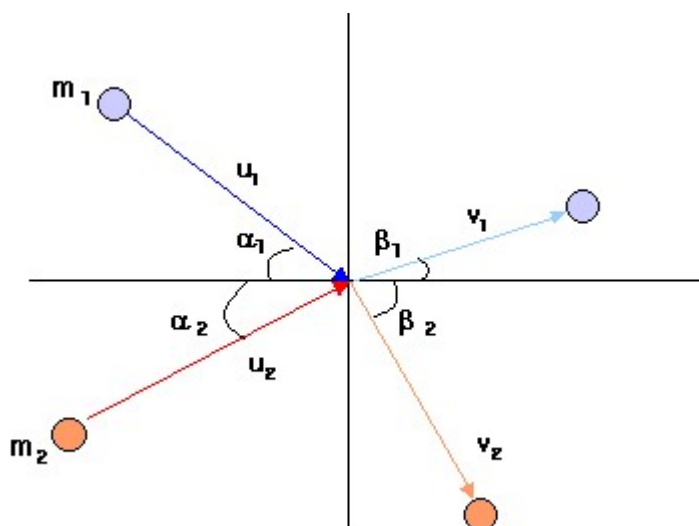




배경 이론

2차원 충돌을 하는 입자(질량 m_1 과 m_2)의 경우 충돌 과정에서 이 계에 작용하는 힘은 서로 밀치는 힘으로 두 입자에 같은 크기, 그러나 서로 반대 방향으로 작용하여 계 전체로는 상쇄된다. 이러한 힘을 계의 속힘(내력, internal force)이라고 부르며 이 특성은 물

체에 가해지는 힘의 작용 반작용의 법칙 (law of action and reaction)에서 기인한다. 외력이 작용하지 않는 계(즉, 고립된 계)의 선운동량은 보존되므로, 두 입자의 충돌 전후에 입자 계의 총 선운동량은 같다. 그림1과 같이 좌표 계를 택하면 총 선운동량의 x, y 성분이 각각 보존되므로



$$m_1 u_1 \cos \alpha_1 + m_2 u_2 \cos \alpha_2 = m_1 v_1 \cos \beta_1 + m_2 v_2 \cos \beta_2 \dots\dots\dots (1)$$

$$-m_1 u_1 \sin \alpha_1 + m_2 u_2 \sin \alpha_2 = m_1 v_1 \sin \beta_1 - m_2 v_2 \sin \beta_2 \dots\dots\dots (2)$$

으로, 여기서 α , β , u_i , v_i 충돌 후 입자 1 과 2 의 산란각과 속력들이다. 이 충돌이 완전 탄성 충돌이라면 충돌 전후에 운동에너지도 보존되므로

$$\frac{1}{2}m_1 u_1^2 + \frac{1}{2}m_2 u_2^2 = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 \dots\dots\dots (3)$$

이 성립한다. 정지해 있는 원판에 질량이 같은 다른 원판을 충돌 시킨다면, $m_1 = m_2$ 이고 $u_2 = 0$ 이므로 식 (1), (2), (3)은 다음과 같이 된다.

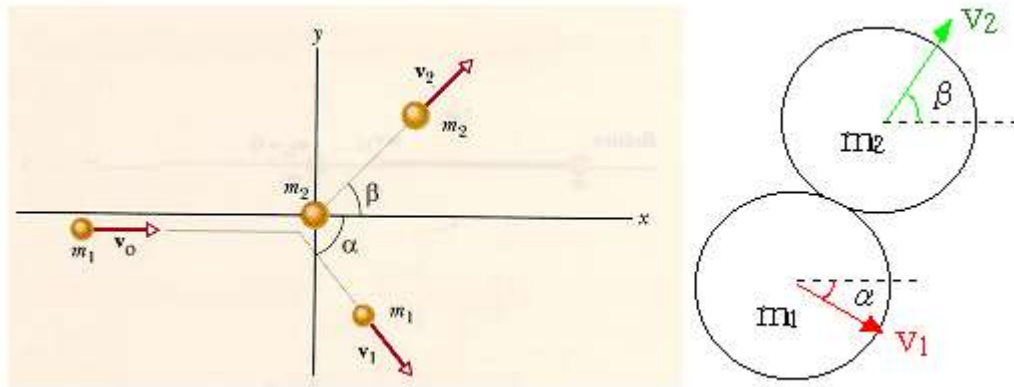
$$u_1 = v_1 \cos \beta_1 + v_2 \cos \beta_2 \dots\dots\dots (4)$$

$$0 = v_1 \sin \beta_1 + v_2 \sin \beta_2 \dots\dots\dots (5)$$

$$u_1^2 = v_1^2 + v_2^2 \dots\dots\dots (6)$$

두 원판의 충돌 후의 각도의 합은 $\beta_1 + \beta_2 = \pi/2$ 이 된다. 이를 직접 구해 보아라

[Hint : 식 (4), (5)를 제곱하여 더한 후 삼각함수 합·곱의 공식을 사용하라]



충돌 전과 후의 계의 운동에너지의 비는

$$f_r = ma = \frac{dv}{dt} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = -\left(\frac{b}{m}\right)v \dots\dots\dots (7)$$

과 같은데, $f = 1$ 인 경우가 완전 탄성 충돌의 경우이고, 충돌 후 두 물체의 속도가 같은 경우가 완전 비탄성 충돌이 된다.(즉 두 물체가 완전 합쳐짐) 탄성 계수가 $0 < f < 1$ 가 일반적인 비탄성충돌이다.

이 실험에서도 마찰력이 얼마나 작용하는 가를 알아 볼 수 있다. 운동에 따른 마찰은 운동하는 물체에 가해지는 마찰력(frictional force)로 나타내며 마찰력 f_r 은 물체의 속력의 함수로 많은 경우에 속력에 비례하게 된다.

$$f_r = bv \dots\dots\dots (8)$$

방향은 운동 방향의 반대 방향이고, 상수 b 는 운동하는 물체의 크기나 모양 등에 따라서 정해지는 양이다. 즉 이러한 마찰력이 질량 m 인 원판에 작용하므로 시간에 따라 속도가 줄어들게 된다.(운동과 반대 방향의 가속도)

$$f_r = -ma = -m \frac{dv}{dt} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = -\left(\frac{b}{m}\right)v \dots\dots\dots (9)$$

처음($t=0$) 속력 v_0 로부터 시간 t 에서의 속력 v 까지 양변을 적분하여

$$v(t) = v_0 e^{-\frac{b}{m}t} \dots\dots\dots (10)$$

실험에서는 시간 t 에서의 속력 $v(t)$ 를 먼저 구하여 $\log v(t)$ 대 시간 t 의 가웃로그(semi-log) 그래프를 그려서

$$\ln v(t) = \ln v_0 - \frac{b}{m} t \dots\dots\dots (11)$$

의 직선으로 맞춤(fitting)하여 맞춤 직선의 기울기 (b/m) 으로부터 마찰 계수 b 를 구할 수 있다.

벽과의 충돌에서 원판에 작용하는 힘은 벽에 수직인 성분 뿐이므로(벽면과의 마찰이 없다고 가정하는 경우), 알루미늄 판의 운동량의 벽에 평행한 방향 성분은 보존된다. 즉, 그림 2에서와 같이 알루미늄 판의 입사각을 θ , 충돌 전의 속력을 v_0 , 충돌 후의 속력을 v , 반사각을 θ' 이라고 하면

$$mv_0 \sin \theta = mv \sin \theta' \dots\dots\dots (12)$$

이 된다. 또, 충돌에 의해 운동에너지가 보존된다면(즉, 완전 탄성 충돌의 경우)

$$\frac{1}{2} mv_0^2 = \frac{1}{2} mv^2 \dots\dots\dots (13)$$

$$\therefore v_0 = v \Rightarrow \theta = \theta' \dots\dots\dots (14)$$

즉, 반사각이 입사각과 같은 반사의 법칙이 성립한다.

비탄성 충돌에 의해 충돌 후 원판의 운동에너지가 충돌 전에 비해 $f(<1)$ 배가 된다면, 식 (13)은

$$\frac{1}{2} mv^2 = f \left(\frac{1}{2} mv_0^2 \right) \dots\dots\dots (15)$$

로 대체되고, 따라서 충돌 후 알루미늄 판의 속력은

$$v = \sqrt{f} v_0 \dots\dots\dots (16)$$

가 된다. 이때도 벽면과의 마찰을 무시하면 벽에 평행한 선운동량 성분은 역시 보존되므로

$$\sin\theta' = \frac{1}{\sqrt{f}} \sin\theta \dots\dots\dots (17)$$

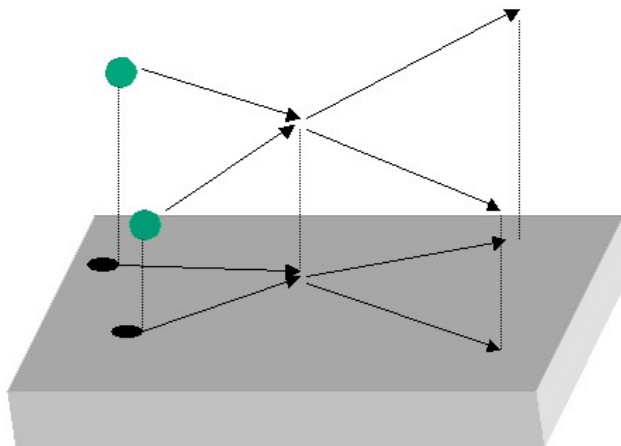
즉 반사각 θ' 은 입사각 θ 보다 커진다.(충돌 시의 입사각과 반사각을 측정하여 비교하여도 완전 탄성충돌 여부를 정량적으로 확인할 수 있다.)

실제로는 벽면과의 마찰에 의해 원판의 벽에 평행한 선운동량 성분이 충돌 후 줄어들 뿐 더러 판이 회전운동을 하는 것을 볼 수 있다. 이때 원판이 미끄러지지 않는다면 벽면과의 마찰에 의해 판의 병진 운동에너지의 일부가회전운동 에너지로 바뀐다. 따라서 이 경우 식(17)을 직접 적용할 수는 없으나, 충돌 전후의 벽에 수직인 속도 성분을 비교하여 탄성 충돌 여부를 가릴 수 있다.

생각해 볼 만한 것들

(1)그림과 같이 공중에서 탄성충돌을 하는 두개의 공의 운동을 그림자를 통해 지켜보았다. 만약 그림자의 질량이 실제 공의 질량에 비례하는 값을 갖는다면, 그림자의 2차원 충돌에서도 역시 운동량이 보존이 되는가? 운동에너지의 경우는 어떠한가?

(2)독립계에서(closed, isolated system) 일차원 충돌을 생각해 보자. 즉 두 공의 속력이 각각 u_1 과 u_2 이라면 충돌 후 속력이 v_1 , v_2 라면 질량중심의 속력은 어떻게 달라지는가? 두 공의 운동 방향이 다를 때와 같을 때(이 경우 뒤에서 쫓아오는 공의 속도가 더 크다) 각각 생각해 보아라.



(3) 2차원 충돌을 아래와 같이 두 개의 다음 frame에서 볼 수 있다.

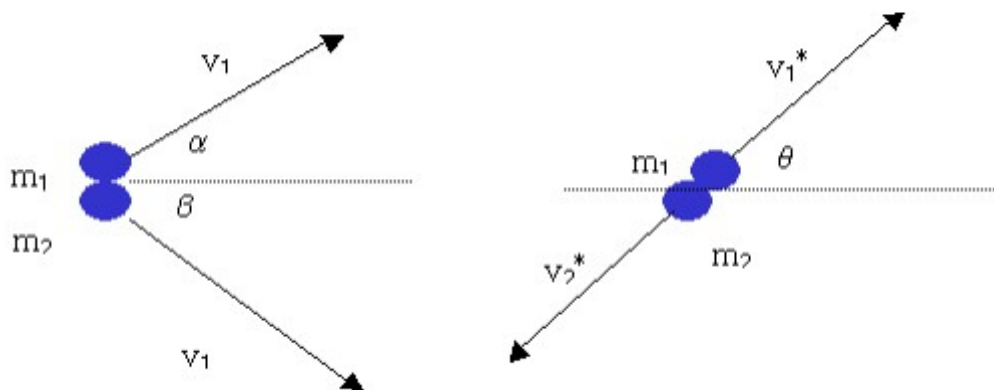


충돌 전

[LAB frame]

[Center of mass frame]

충돌 후



완전 탄성 충돌을 한다면 center of mass frame에서의 충돌 전후속도는 어떻게 되겠는가?

참고사항

- 측정 데이터 처리 방법
- 그래프에 의한 분석 방법