

Quiz 3 (5월 2일 금 7, 8교시)

[2014 수학 및 연습 1]

(시간은 20분이고, 20점 만점입니다)

* 답안지에 학번과 이름을 쓰시오. 답안 작성시 풀이과정을 명시하시오.

1. (5점) 공간에서 $(1, 2, 3)$ 방향으로 진행하던 빛이 벡터 $(1, 1, 1)$ 에 수직인 평면에 반사되어 나가는 방향 \mathbf{v}^* 를 구하시오.
2. (5점) 평면 $\alpha : x + y - z = 1$, 직선 $l : \frac{x-1}{3} = -y + 2 = \frac{z-3}{4}$, 점 $P = (1, 2, -3)$ 에 대하여, 선분 PQ 가 평면 α 에 평행하게 되는 직선 l 위의 점 Q 를 구하시오.
3. (10점) 좌표 공간 상의 벡터 $\mathbf{a} = (1, 2, 2)$, $\mathbf{b} = (2, 1, 2)$, $\mathbf{c} = (2, 2, 1)$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오.
 - (a) (5점) 벡터 \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} 의 일차독립, 일차종속 여부를 판단하시오.
 - (b) (5점) 벡터 $\mathbf{x} = (1, 1, 1)$ 에 대하여 정사영 $p_{\mathbf{a}}(\mathbf{x})$, $p_{\mathbf{b}}(\mathbf{x})$, $p_{\mathbf{c}}(\mathbf{x})$ 의 일차독립, 일차종속 여부를 판단하시오.

Quiz 3 모범답안 및 채점기준 예시

1.

$$\mathbf{v}^* = (1, 2, 3) - 2 \frac{(1, 2, 3) \cdot (1, 1, 1)}{|(1, 1, 1)|^2} (1, 1, 1) = (-3, -2, -1) \quad (5\text{점})$$

(부분 점수 없음)

2. \mathbf{n} 이 평면 α 의 법선벡터, 직선 l 위의 점 $Q = (x, y, z)$ 라고 하자.

그러면 $x = 3t + 1, y = -t + 2, z = 4t + 3$ 이다.

$$\overrightarrow{PQ} = (3t, -t, 4t + 6)$$

$$\overrightarrow{PQ} \cdot \mathbf{n} = (3t, -t, 4t + 6) \cdot (1, 1, -1) = 0 \text{ 에서}$$

$$t = -3 \text{ 이다.} \quad (4\text{점})$$

$$\text{따라서, 구하려는 점 } Q \text{ 는 } (-8, 5, -9) \text{ 이다.} \quad (5\text{점})$$

3. (a) $p\mathbf{a} + q\mathbf{b} + r\mathbf{c} = 0$ 을 만족하는 p, q, r 을 구하자.

$$p + 2q + 2r = 0, 2p + q + 2r = 0, 2p + 2q + r = 0$$

$$\text{에서 } p = q = r = 0 \text{ 이므로 벡터 } \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} \text{ 는 일차 독립.} \quad (5\text{점})$$

(부분 점수 없음)

$$(b) p_{\mathbf{a}}(\mathbf{x}) = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{x}}{|\mathbf{x}|^2} \mathbf{a}, \quad p_{\mathbf{b}}(\mathbf{x}) = \frac{\mathbf{b} \cdot \mathbf{x}}{|\mathbf{x}|^2} \mathbf{b}, \quad p_{\mathbf{c}}(\mathbf{x}) = \frac{\mathbf{c} \cdot \mathbf{x}}{|\mathbf{x}|^2} \mathbf{c} \text{ 에서}$$

$$\frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{x}}{|\mathbf{x}|^2}, \frac{\mathbf{b} \cdot \mathbf{x}}{|\mathbf{x}|^2}, \frac{\mathbf{c} \cdot \mathbf{x}}{|\mathbf{x}|^2} \text{ 는 각각 } 0 \text{ 이 아닌 상수 이므로 (a) 에 의해서}$$

$$p_{\mathbf{a}}(\mathbf{x}), p_{\mathbf{b}}(\mathbf{x}), p_{\mathbf{c}}(\mathbf{x}) \text{ 도 일차 독립.} \quad (5\text{점})$$

(부분 점수 없음)