

Quiz 3 (5월 8일, 시험시간: 20분)
[2015년 1학기 미적분학 및 연습 1]

* 답안지에 학번과 이름을 쓰시오. 답안 작성시 풀이과정을 명시하시오.

1. (각 2점) 다음 명제가 참이면 T, 거짓이면 F로 답하시오.

(a) $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_k$ 가 단위벡터일 때, 임의의 실수 a_1, a_2, \dots, a_k 에 대해

$$|a_1\mathbf{v}_1 + \dots + a_k\mathbf{v}_k|^2 = a_1^2 + \dots + a_k^2$$

(b) $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3) \in \mathbf{R}^3$ 가 단위벡터일 때, $v_1 + v_2 + v_3$ 의 최대값은 $\sqrt{3}$ 이다.

(c) $(1, 2, 3), (4, 5, 6), (7, 8, 9)$ 는 일차독립이다.

(d) $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n$ 은 일차독립이고, $\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_m$ 도 일차독립이면,
 $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n, \mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_m$ 은 일차독립이다.

2. (6점) $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_k$ 가 일차독립이고 영벡터가 아닌 \mathbf{w} 가 $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_k$ 와 모두 수직이다. 이 때 $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_k, \mathbf{w}$ 가 일차독립임을 보이시오.

3. $L_1 : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^2, L_2 : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^3$ 는 다음과 같이 주어지는 선형사상이다.

$$L_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}, L_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}, L_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$L_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, L_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

(a) (2점) 두 선형사상의 합성 $L_2 \circ L_1 : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ 도 선형사상임을 보이시오.

(b) (4점) $L_2 \circ L_1$ 을 나타내는 행렬을 구하시오.