Quiz 1 (3월 21일 금 7, 8 교시)

[2014년 1학기 수학 및 연습 1]
(시간은 20분이고, 20점 만점입니다)

* 답안지에 학번과 이름을 쓰시오. 답안 작성시 풀이과정을 명시하시오.

1. 다음 급수의 수렴, 발산을 판정하고 수렴하면 절대수렴인지 조건 수렴인지를 판정하시오.

   (a) (5점) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n^2+1}{2n^2+1}\right)^n$

   (b) (5점) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\log n}$

   (c) (5점) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n^3}{3^n}$

2. (5점) 다음 점화식으로 주어지는 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ 의 수렴, 발산을 판정하여라.

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = \frac{5n+1}{4n+3}a_n, \qquad n \geq 1$$

Quiz 1 모범답안 및 채점기준 예시

1. (a) $a_n = (\frac{n^2+1}{2n^2+1})^n$이라고 할때

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \frac{1}{2} < 1$$

이다. (3점)

따라서, 멱근판정법에 의해서 절대수렴한다. (5점)

(b) $\frac{1}{\log n} \geq \frac{1}{n}$ 이다. 따라서 비교판정법에 의해서 주어진 급수는 절대수렴하지 않는다. (3점)

교대급수 정리에 의해서 주어진 급수는 조건수렴한다. (5점)

(c) $a_n = \frac{n^3}{3^n}$ 이라고 할때

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{3}$$

이다. (3점)

따라서, 비율판정법에 의해서 절대수렴한다. (5점)

2. (방법 1)

$n \geq 2$ 이면

$$\frac{5n+1}{4n+3} \geq 1$$

이다. 그리고, $a_2 = \frac{12}{7} > 1$ 이다. 따라서, $n \geq 3$ 에 대하여 $a_n > 1$ 이다. 그러므로

$$\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$$

이다. (3점)

따라서 일반항 판정법에 의해서 주어진 급수는 수렴하지 않는다. (5점)

(방법 2)

$a_1 > 0$ 이고 주어진 점화식으로 부터 수열 a_n 은 양항 수열임을 알 수 있다.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{5n+1}{4n+3} = \frac{5}{4} > 1$$

(3점)

따라서, 비율판정법에 의해서 주어진 급수는 수렴하지 않는다. (5점)