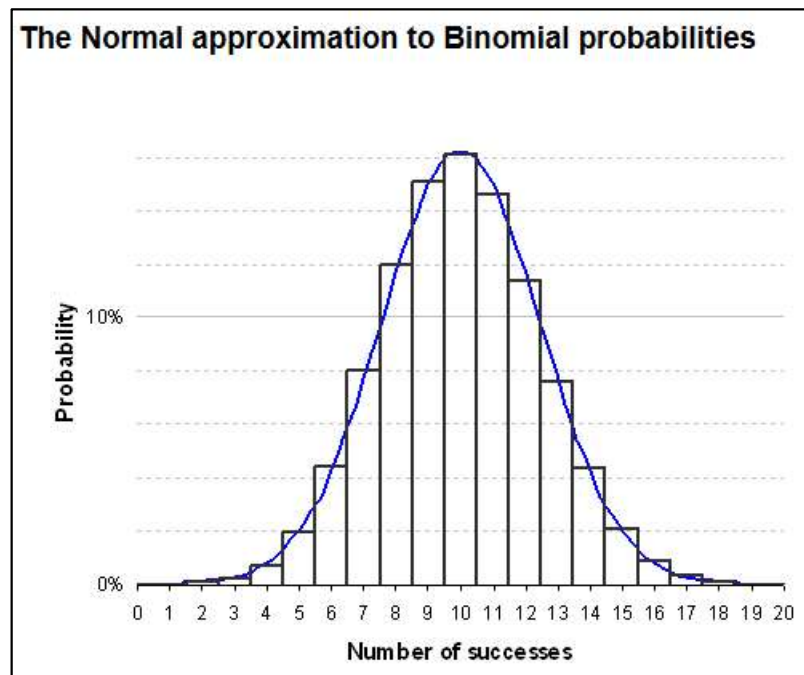


4 표본평균의 분포

- 이항분포의 정규근사

$X \sim B(n, p)$ 이고 n 이 충분히 클 때 (혹은 $np > 5, n(1-p) > 5$), X 는 근사적으로 정규 분포 $N(np, np(1-p))$ 를 따른다. 즉, $\frac{X - np}{\sqrt{np(1-p)}} = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{p(1-p)/n}} \approx N(0,1)$ (단, $\hat{p} = X/n$)

- 연속성 수정계수



$X \sim B(n, p)$ 일 때,

$$P(X < 5) = P(X \leq 4) \approx \Phi\left(\frac{4.5 - np}{\sqrt{np(1-p)}}\right)$$

$$P(X = 5) \approx \Phi\left(\frac{5.5 - np}{\sqrt{np(1-p)}}\right) - \Phi\left(\frac{4.5 - np}{\sqrt{np(1-p)}}\right)$$

$$P(X \geq 5) \approx 1 - \Phi\left(\frac{4.5 - np}{\sqrt{np(1-p)}}\right)$$

$$P(X \leq 5) \approx \Phi\left(\frac{5.5 - np}{\sqrt{np(1-p)}}\right)$$

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

(표준정규분포에 대한 누적확률분포함수값)

4 표본평균의 분포

(예) 어떤 공장의 생산품 중 10%가 불량품이라고 한다. 이 공장의 생산품에서 단순랜덤복원추출로 100개의 상품을 꺼냈을 때, 그 중 불량품이 12개를 넘을 확률을 구하여라.

(풀이)

1. 이항분포 사용

$$X \sim B(100, 0.1) \text{ 이므로 } P(X \geq 13) = 1 - \sum_{x=1}^{12} \binom{100}{x} 0.1^x 0.9^{100-x} = 0.1982$$

2. 근사분포 사용

$X \sim B(100, 0.1)$ 이고 $np=10 > 5$, $n(1-p)=90 > 5$ 이므로 정규분포근사를 이용할 수 있다.

$$P(X \geq 13) = 1 - P(X \leq 12) \approx 1 - \Phi\left(\frac{12-10}{3}\right) = 0.2524$$

3. 연속성 수정계수 사용

$$P(X \geq 13) = 1 - P(X \leq 12.5) \approx 1 - \Phi\left(\frac{12.5-10}{3}\right) = 0.2023$$

근사값의 정확도를 개선하기 위해서 연속성 수정계수를 사용하여 보정을 하게 된다.

