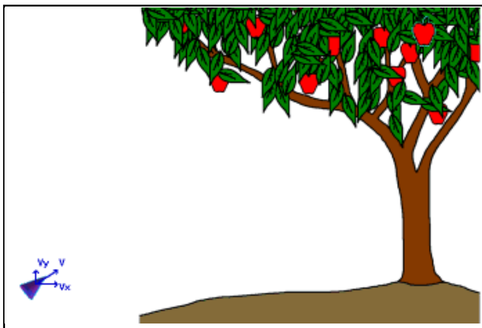


Chapter 4. 2,3 차원 운동

1차원 운동: 위치를 표현하는데 1개 변수가 필요(x or y)
2차원 운동: 위치를 표현하는데 2개 변수가 필요(x, y)
3차원 운동: 위치를 표현하는데 3개 변수가 필요(x, y, z)

1차원 등가속도 운동: 요약

등가속도 운동 $(a = \text{일정})$

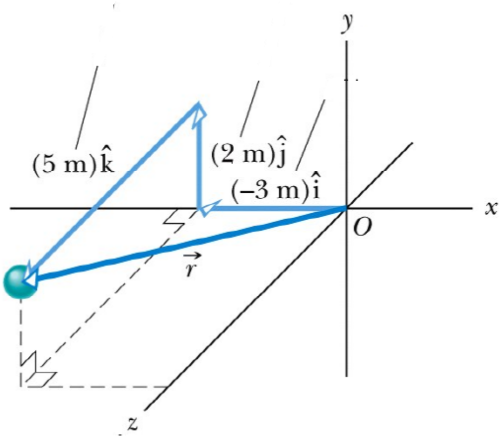
현재 상태 $(x_0, v_0) \xrightarrow{a}$ 미래(x, v)를 결정

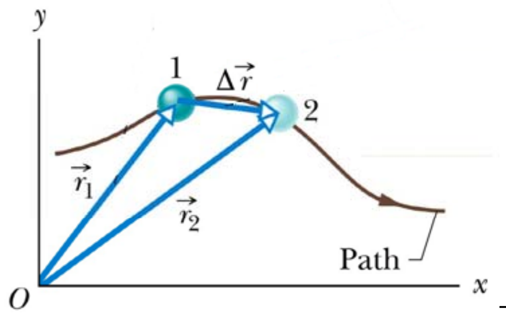
$$\boxed{\begin{aligned} v(t) &= v_0 + at \\ x(t) &= x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 \\ v^2(t) - v_0^2 &= 2a(x(t) - x_0) \end{aligned}}$$

*위치는 원점, +방향이 정해져야 한다

위치와 변위

- 위치, 변위, 속도, 가속도: 1D 벡터 → 2, 3 D 벡터





• 위치벡터:

$$\boxed{\vec{r}=\vec{r}(t)=x(t)\hat{i}+y(t)\hat{j}+z(t)\hat{k}}$$

각 성분은 시간의 함수

예: $\vec{r}=-3\hat{i}+2\hat{j}+5\hat{k}\quad(m)$

• 변위벡터: Δt 동안 $\vec{r}_1\rightarrow\vec{r}_2$

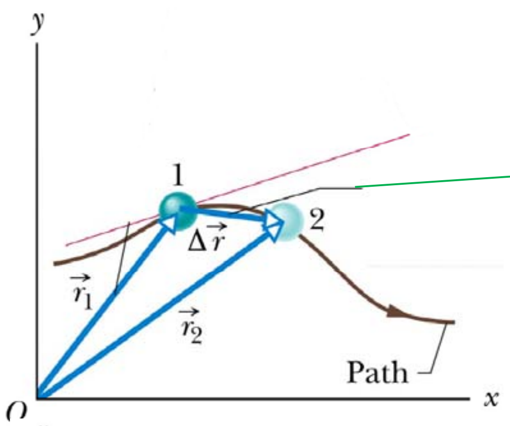
$$\Delta\vec{r}=\vec{r}_2-\vec{r}_1$$

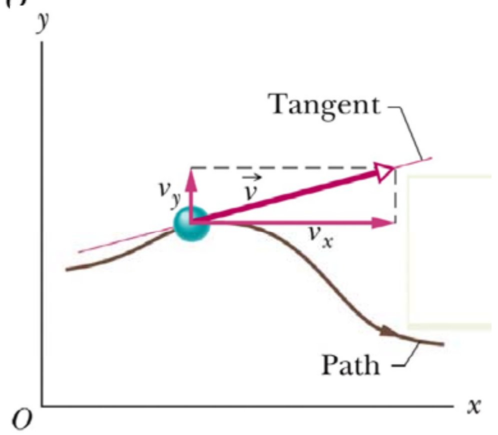
$$=(x_2-x_1)\hat{i}+(y_2-y_1)\hat{j}+(z_2-z_1)\hat{k}$$

$$\therefore\ \boxed{\Delta\vec{r}=\Delta x\,\hat{i}+\Delta y\,\hat{j}+\Delta z\,\hat{k}}$$

$\Rightarrow \Delta x,\ \Delta y,\ \Delta z$ 를 구하면 된다!

속도





• 평균속도 $=\dfrac{\text{위치변화}}{\text{시간변화}}$

$$\Delta\vec{r}=\vec{r}_2-\vec{r}_1$$

$$\Rightarrow\ \vec{v}_{avg}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\hat{i}+\frac{\Delta y}{\Delta t}\hat{j}+\frac{\Delta z}{\Delta t}\hat{k}$$

$$=(\bar{v}_x,\bar{v}_y,\bar{v}_z)$$

• (순간)속도:

$$\vec{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{d\vec{r}}{dt}=\frac{dx}{dt}\hat{i}+\frac{dy}{dt}\hat{j}+\frac{dz}{dt}\hat{k}$$

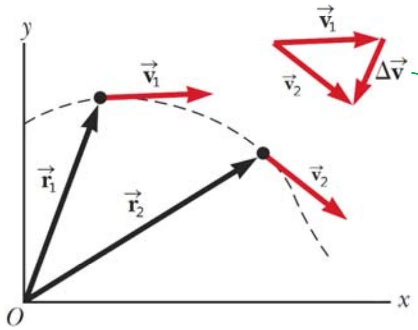
⇒ 항상 경로에 접선방향임;

• 속도성분:

$$\vec{v}=v_x\hat{i}+v_y\hat{j}+v_z\hat{k}=(v_x,v_y,v_z)$$

$$\Rightarrow v_x=\frac{dx}{dt},\quad v_y=\frac{dy}{dt},\quad v_z=\frac{dz}{dt}$$

가속도



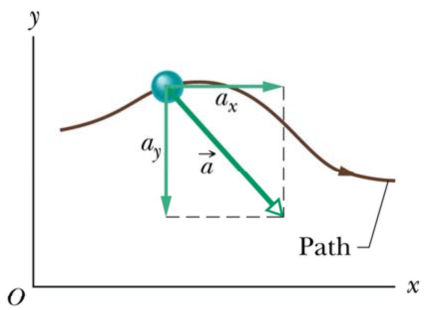
$$\bullet \text{평균가속도} = \frac{\text{속도변화}}{\text{시간변화}}$$

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

$$\Rightarrow \ \vec{a}_{avg} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}\hat{i} + \frac{\Delta v_y}{\Delta t}\hat{j} + \frac{\Delta v_z}{\Delta t}\hat{k}$$
$$= (\bar{a}_x, \bar{a}_y, \bar{a}_z)$$

$$\bullet (\text{순간})\text{가속도}:$$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\hat{i} + \frac{dv_y}{dt}\hat{j} + \frac{dv_z}{dt}\hat{k}$$



$$\bullet \text{가속도성분}:$$

$$\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k} = (a_x, a_y, a_z)$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt}, \quad a_z = \frac{dv_z}{dt}$$

*물체의 가속도의 방향은 경로에 접선방향이 아니다

Velocity & Acceleration의 벡터관계

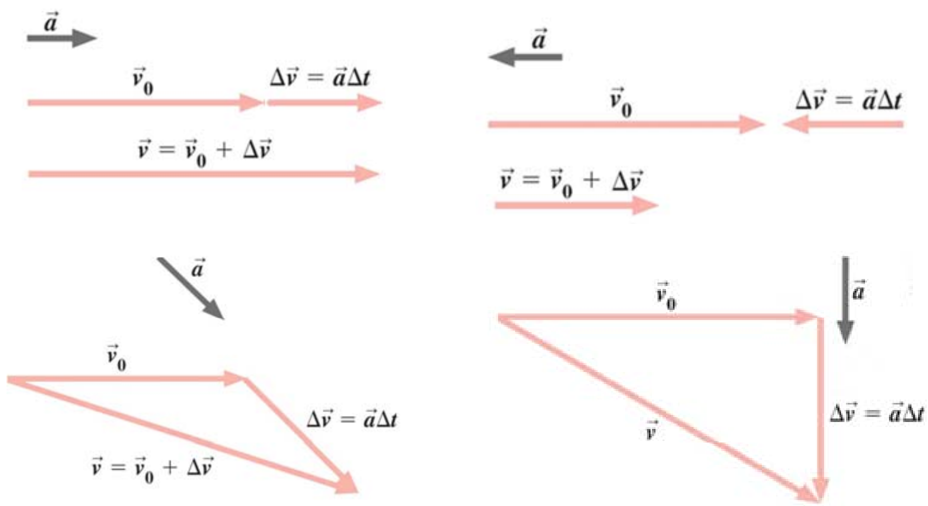
현재 속도($\mathbf{v}_0$)와 가속도(**a**)를 알면 Δt 초 후의 속도(**v**)를 알 수 있다.

$\vec{a}$ 를 알면 (뉴턴법칙이 제공함: Chap 5):

$$\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \vec{a} \longrightarrow \boxed{\Delta\vec{v} = \vec{a}\Delta t}:$$

$$\longrightarrow \boxed{\vec{v}_f = \vec{v}_i + \Delta\vec{v} = \vec{v}_i + \vec{a}\Delta t}: \ \vec{v}_f \text{ 를 알 수 있다}$$

물체의 운동에 대한 정성적 이해에 도움이 된다



Ex. 위치가 시간의 함수로 주어진 경우…

- $x(t) = -0.31\,t^2 + 7.2\,t + 28$ (m), $y(t) = 0.22\,t^2 - 9.1\,t + 30$ (m) 일 때, t = 10(s) 일 때, 위치, 속도, 속력, 가속도, 가속도 크기를 구하라.

$\bullet$ 위치: $\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} = (-0.31t^2 + 7.2t + 28)\hat{i} + (0.22t^2 - 9.1t + 30)\hat{j}$

가 주어졌으므로 속도, 가속도는 미분하여서 얻음

$$\bullet \text{속도}: \vec{v}(t) = \frac{dx(t)}{dt}\hat{i} + \frac{dy(t)}{dt}\hat{j}$$

$$= (-0.62t + 7.2)\hat{i} + (0.44t - 9.1)\hat{j}$$

$$\bullet \text{속력}: v = \sqrt{(v_x(t))^2 + (v_y(t))^2}$$

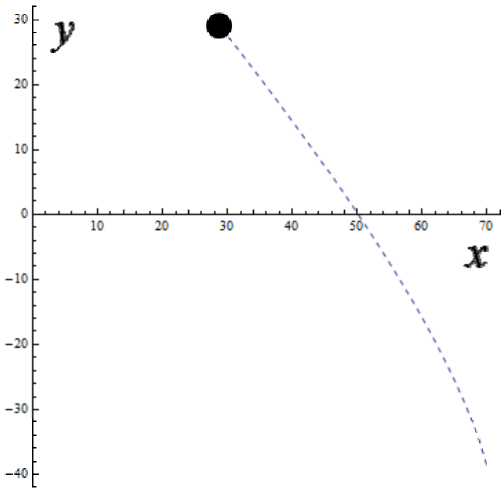
$$= \sqrt{(-0.62t + 7.2)^2 + (0.44t - 9.1)^2}$$

$$= \sqrt{134.65 - 16.936\,t + 0.578\,t^2}$$

$$\bullet \text{가속도}: \vec{a}(t) = \frac{dv_x(t)}{dt}\hat{i} + \frac{dv_y(t)}{dt}\hat{j}$$

$$= (-0.62)\hat{i} + (0.44)\hat{j} \rightarrow \text{등가속운동}$$

$$\bullet\, a = \sqrt{(a_x)^2 + (a_y)^2} = 0.76 \text{ m/s}^2$$



2차원 등가속도 운동

$$\boxed{\text{2차원 등가속도 운동}: \vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} = \text{일정} \quad \Leftrightarrow \quad a_x = \text{일정},\ a_y = \text{일정}}$$

- x방향 운동과 y방향은 운동은 **독립적**으로 취급해서 분석할 수 있다
  - x 축과 y축에 비추어지는 두 그림자의 운동(1차원)으로 해석
  - 시간만 공유한다.
  - 좌표축은 반드시 수평 수직방향을 선택할 필요는 없고, 서로 직각인 임의의 두 좌표축을 잡아도 독립적으로 분석할 수 있다.

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j}$$

$$\vec{v}(t) = v_x(t)\hat{i} + v_y(t)\hat{j}$$

$x-$방향:

$a_x = $ 일정

$$\boxed{\begin{aligned} x &= x_0 + v_{0x}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 \\ v_x &= v_{0x} + a_x t \\ v_x^2 - v_{0x}^2 &= 2a_x(x - x_0) \end{aligned}}$$

$y-$방향:

$a_y = $ 일정

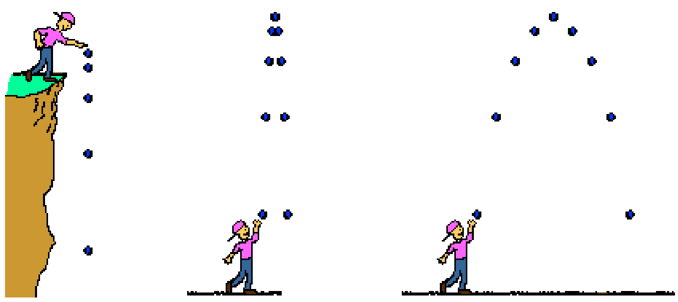
$$\boxed{\begin{aligned} y &= y_0 + v_{0y}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2 \\ v_y &= v_{0x} + a_y t \\ v_y^2 - v_{0y}^2 &= 2a_y(y - y_0) \end{aligned}}$$

왜 물체는 포물선을 그리나?

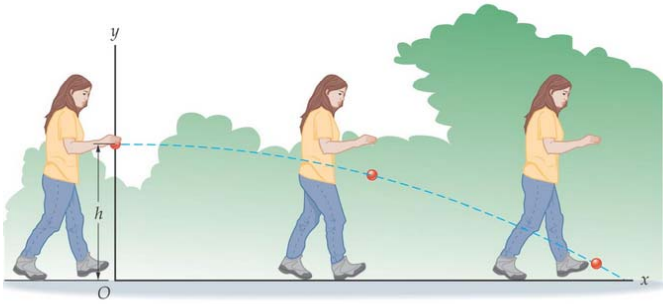
Projectile motion

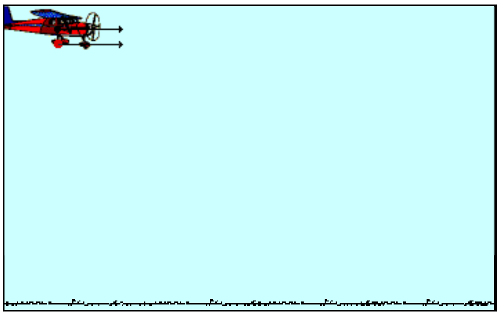
- **포물체 운동 (추진체, 투사체,...) :**공중으로 던져진 후에 오직 중력에 의해서 가속되는 물체의 운동(free fall)을 의미한다.
  - 가속도가 일정한 운동이다.
  - 일반적으로 평면(2차원)에서 움직인다.
    - 초기 속도($\mathbf{v}_0$)와 가속도 벡터($\mathbf{a}$)가 만드는 평면
  - **수직방향 : 등가속도 운동**
  - **수평방향 : 등속도 운동**
  - 문제에 따라 편리한 다른 직교 좌표계를 사용할 수 있다.

Types of Projectiles



수평방향의 초기속도를 가지는 경우

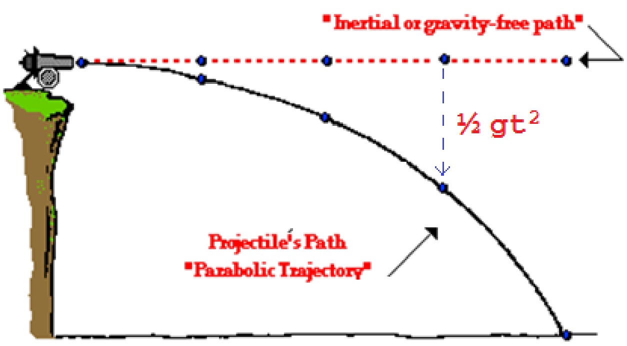


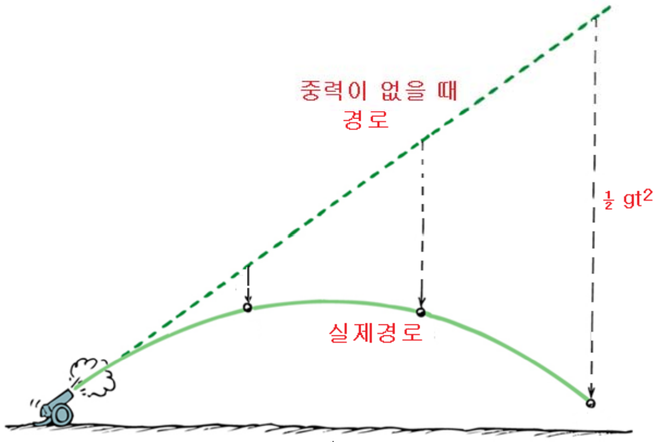


- 가속도는 아래방향으로만 작용하므로 수평방향은 등속도 운동을 한다 : 비행기(학생)의 수평위치와 낙하물의 수평위치는 같다.

포물체 운동 & 중력

- 중력이 없는 경우 물체는 처음 출발속도 방향으로 직선운동을 한다.
- 물체의 실제 경로는 중력이 없을 때의 경로에서 아래방향(중력방향)으로 ½ gt^2 만큼 떨어진 위치다.





포물체 운동

$\Rightarrow$ 관심 $\begin{cases} x(t) = ? \\ y(t) = ? \end{cases}$

- 공중으로 비스듬히 던져진 물체의 운동 : 초기속도가 있음

•좌표계:

$\begin{cases} x-\text{축}:\text{오른쪽}+ \\ y-\text{축}:\text{위쪽}+ \end{cases}$

•가속도 : $\vec{a} = -g\,\hat{j} = (0,-g)$

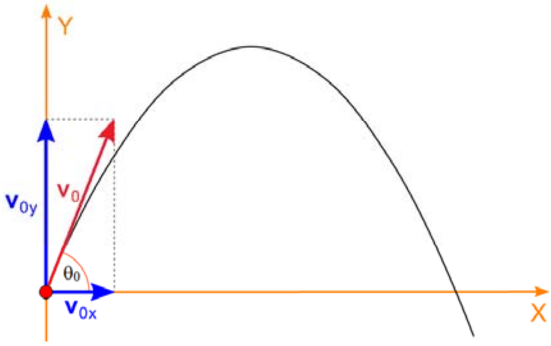
$\Rightarrow \begin{cases} \text{수평방향:등속운동}: \quad a_x = 0 \\ \text{수직방향:등가속도운동}: \quad a_y = -g \end{cases}$

수평/수직운동은 독립적으로 취급

•초기위치: 주어져야 한다

$\vec{r}_0 = x_0\hat{i} + y_0\hat{j} = (x_0, y_0)$

;반드시 원점일 필요가 없다



•초기속도: 주어져야 한다

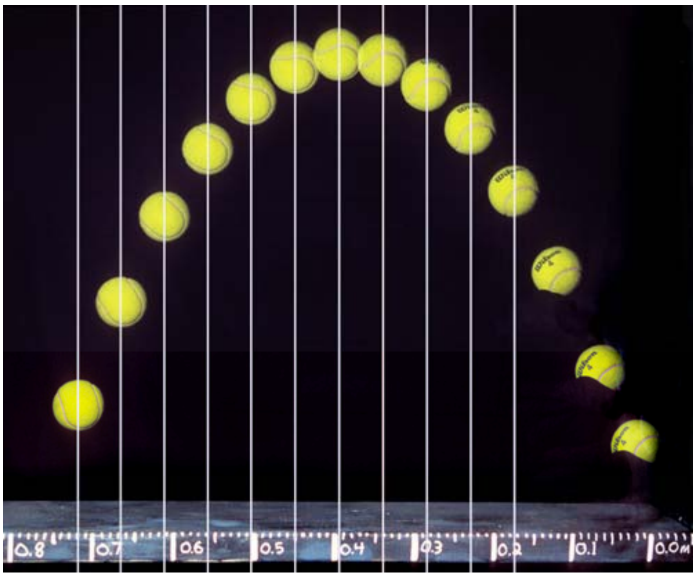
$\vec{v}_0 = v_{0x}\hat{i} + v_{0y}\hat{j} = (v_{0x}, v_{0y})$

:처음 던져지는 빠르기와 각도로 결정

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos\theta_0 \\ v_{0y} = v_0 \sin\theta_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2} \\ \tan\theta_0 = \dfrac{v_{0y}}{v_{0x}} \end{cases}$$

포물체 운동: 수평운동

$\Rightarrow$ 관심 : $x(t) = ?$



•수평운동 : $a_x = 0$

$\Rightarrow$ 등속도 운동

$\begin{cases} \text{처음속도}: v_{0x} = v_0 \cos\theta_0 \\ \text{처음위치}: x_0 \end{cases}$

$$v_x = v_{x0} + a_x t = v_{x0}$$

$$\therefore \boxed{v_x = v_0 \cos\theta_0 = \text{const}}$$

$$x = x_0 + v_{0x}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 = x_0 + v_{0x}t$$

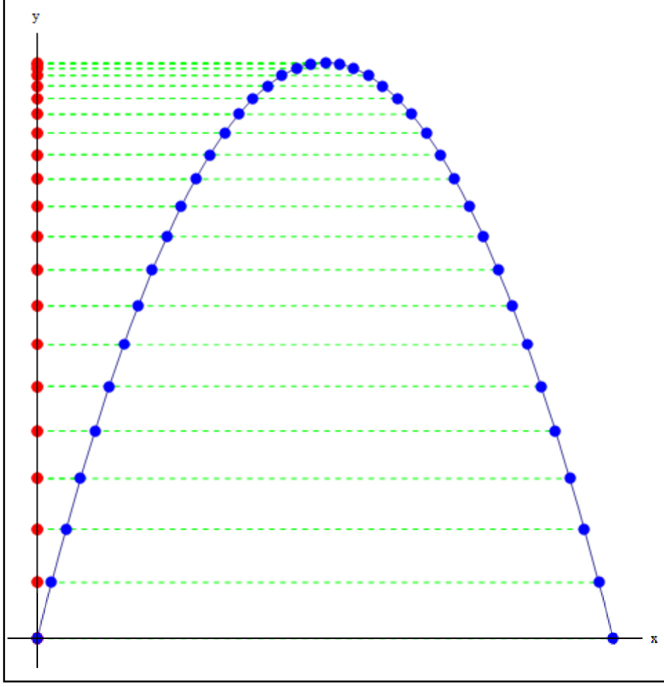
$$\therefore \boxed{x - x_0 = (v_0 \cos\theta_0)t}$$

수평운동: $a_x = 0$

➔등속운동 : x-위치는 일정하게 변함.

포물체 운동: 수직운동 $\Rightarrow$ 관심: $y(t)=?$

- 수직운동: 등가속도 운동 $a_y = -g$ (자유낙하)
  - 똑바로 위로 쏘아 올린 공의 운동(red)과 같다.



•수직운동: $a_y = -g$ (윗방향 +)

$\Rightarrow$ 등가속도 운동

$$\begin{cases} \text{처음속도}: v_{0y} = v_0 \sin\theta_0 \\ \text{처음위치}: y_0 \end{cases}$$

$$v_y = v_{0y} - gt$$

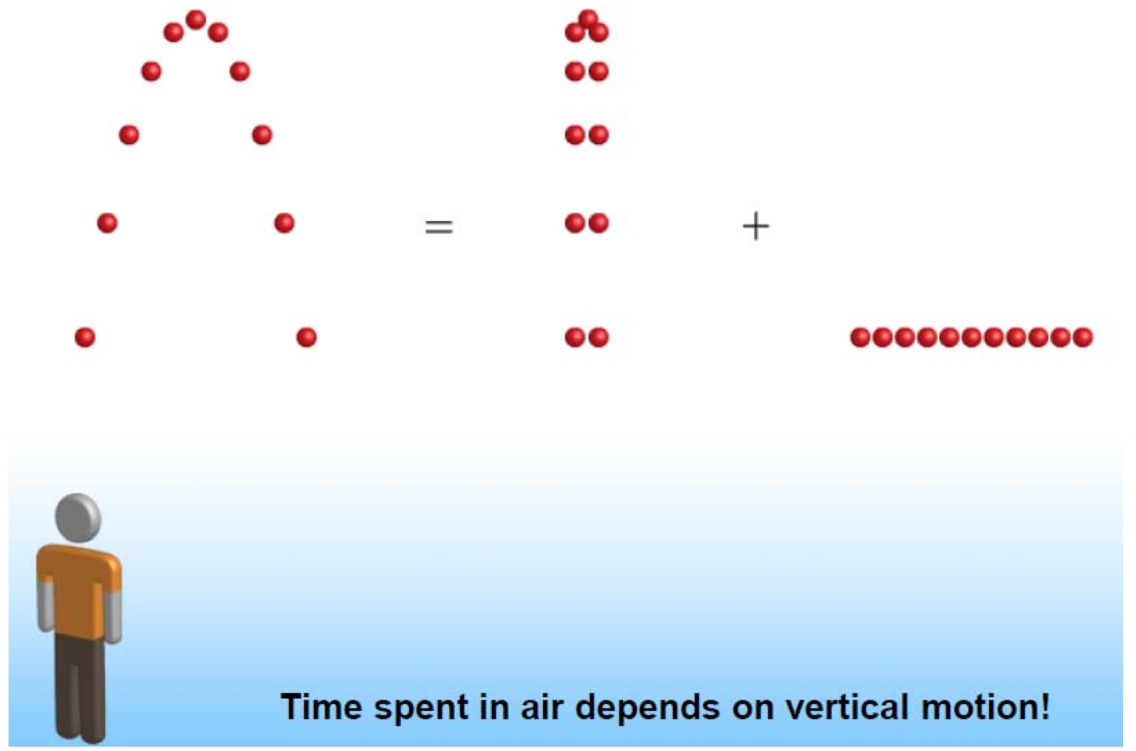
$$\therefore \boxed{v_y = v_0 \sin\theta_0 - gt}$$

$$y = y_0 + v_{0y}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2 = y_0 + v_{0y}t - \tfrac{1}{2}gt^2$$

$$\therefore \boxed{y - y_0 = (v_0 \sin\theta_0)t - \tfrac{1}{2}gt^2}$$

포물체 운동 = 등가속 수직운동 + 등속 수평운동

$\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j}$ $\quad y(t) \quad x(t)$



포물체 운동 분석

포물체의 수직위치(y)를 수평위치(x)의 함수로 표현하면 포물체의 운동의 의미가 명확해진다.

Let $(x_0, y_0) = (0,0) \leftarrow$ 출발점이 원점

$$\begin{cases} x = (v_0 \cos\theta_0)t \\ y = (v_0 \sin\theta_0)t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

•운동궤적 : t−소거

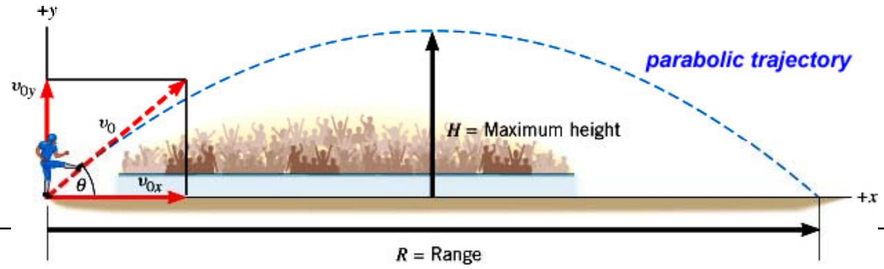
$$y = v_0 \sin\theta_0 \left(\frac{x}{v_0\cos\theta_0}\right) - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0\cos\theta_0}\right)^2$$

$$\therefore y = (\tan\theta_0)x - \left(\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta_0}\right)x^2$$

$\Rightarrow$ 이차함수 : $y = ax + bx^2$

포물선 모양 $(a = \tan\theta_0,\ b = -\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta_0})$

$\rightarrow$ 포물체 운동



Projectile Motion: Maximum Height

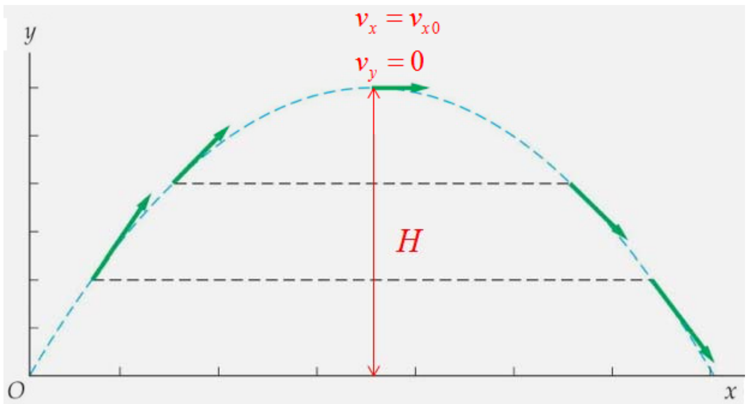
수직운동: a_y = −g인 등가속도 운동이므로 위로 한없이 올라갈 수 없다.

• 언제 최고점에 도달 : $t_{max} = ?$

최고점 : $v_y(t_{max}) = 0$

$$0 = v_0 \sin\theta_0 - gt_{max}$$

$$\Rightarrow\ t_{max} = \frac{v_0 \sin\theta_0}{g}$$



•최고점 높이 : H

$$H = y(t_{max}) = y_0 + v_{0y}t_{max} - \frac{1}{2}gt_{max}^2 = 0 + v_0 \sin\theta_0\left(\frac{v_0\sin\theta_0}{g}\right) - \frac{1}{2}g\left(\frac{v_0\sin\theta_0}{g}\right)^2$$

$$H = \frac{(v_0 \sin\theta_0)^2}{2g}$$: v_{0y}가 클수록 높다

Projectile Motion : Maximum Range

포물체가 날아가는 동안
수평방향 도달거리(R)는?

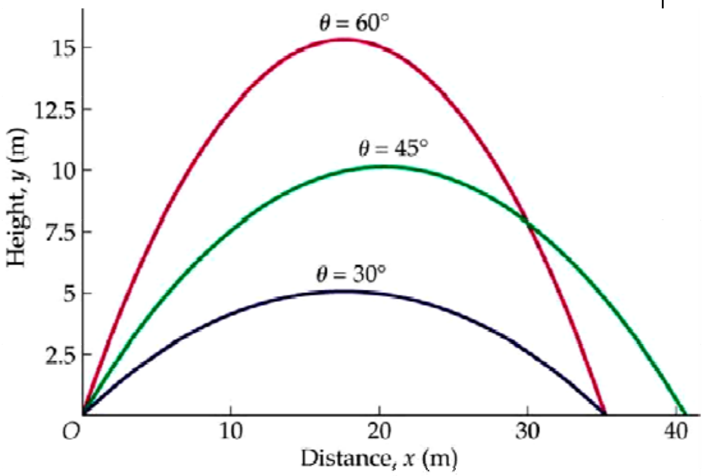
$$체공시간 = 2\times t_{max}$$

$$수평도달거리 = R = x(2t_{max})$$

$$= x_0 + v_{0x}(2t_{max}) = 0 + v_0\cos\theta_0\left(\frac{2v_0\sin\theta_0}{g}\right)$$

$$\Rightarrow R = \frac{v_0^2\sin(2\theta_0)}{g}$$

$$R \le \frac{v_0^2}{g} \Rightarrow R_{max} = \frac{v_0^2}{g} \quad \text{when } \theta = 45°$$

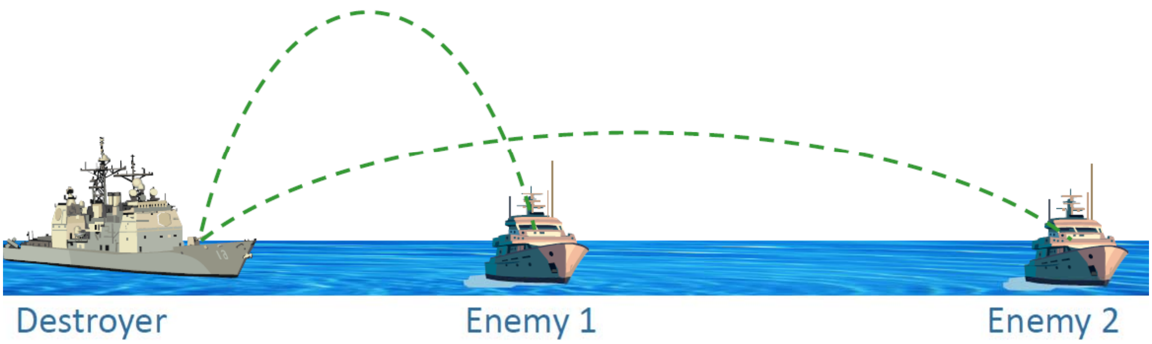


같은 속력으로 발사각을 달리 한 경우

같은 속력(v_0)으로 발사하더라도 발사각(θ_0)에 따라 Range가 다름
✓ 발사각이 크면 체공시간(2 t_{max})이 길지만 수평속도($v_0\cos\theta$)가 작음
✓ 발사각이 작으면 수평속도는 크나 체공시간이 짧음.

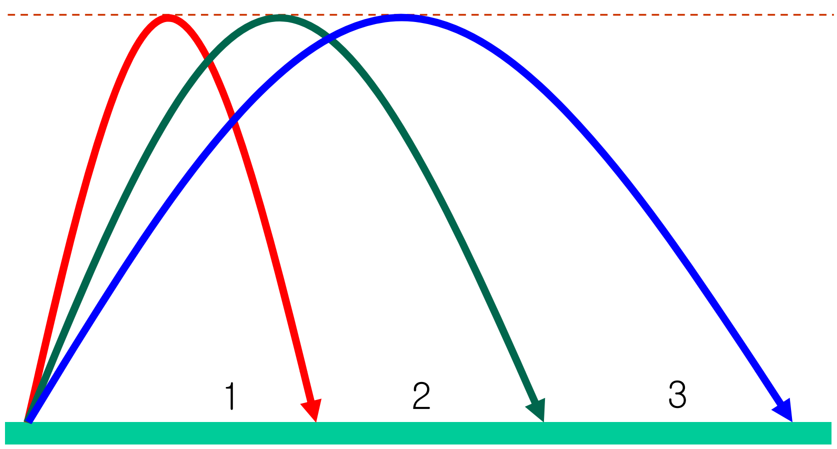
Question

A destroyer simultaneously fires two shells with the same initial speed at two different enemy ships. The shells follow the trajectories shown. Which ship gets hit first.



Question

1. 체공시간이 가장 긴 포물체는?
2. 처음속력이 가장 큰 포물체의 경로는?



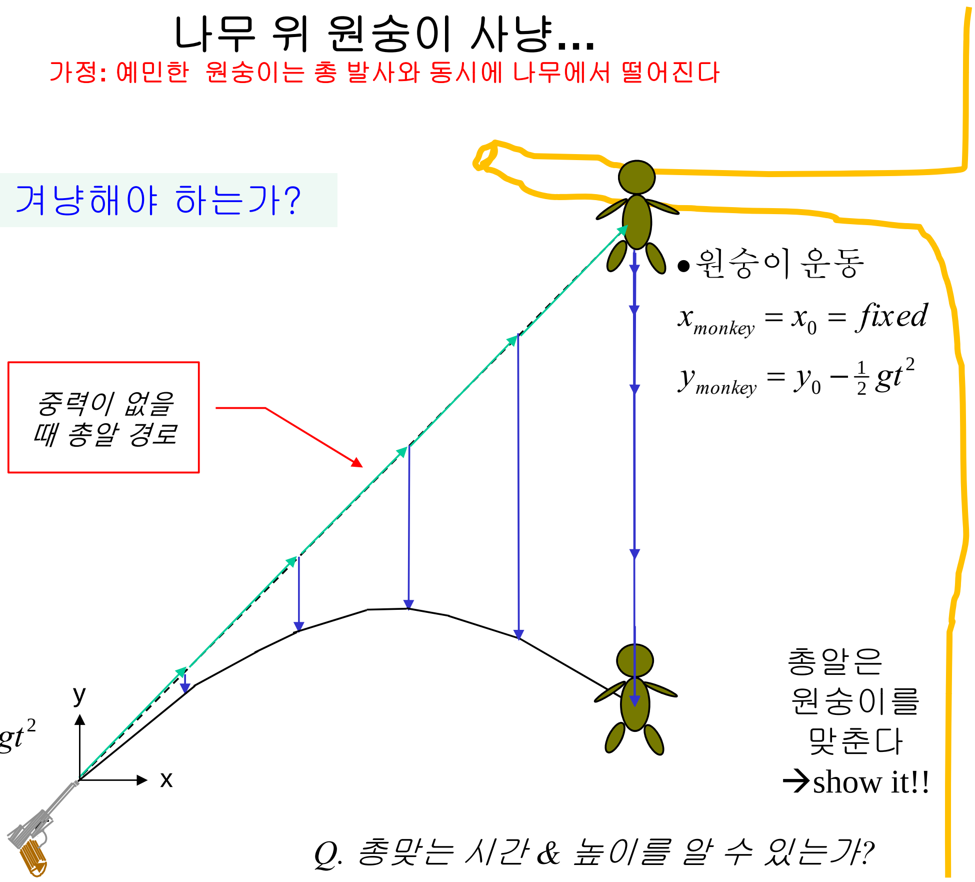
나무에서 꼼짝하지 않는 원숭이를 맞추려면 어디를 조준해야 하는가?

① 원숭이 위쪽
② 원숭이를 정면으로
③ 원숭이 아래쪽

나무 위 원숭이 사냥...

가정: 예민한 원숭이는 총 발사와 동시에 나무에서 떨어진다

Q. 어디를 겨냥해야 하는가?



• 원숭이 운동

$x_{monkey} = x_0 = fixed$

$y_{monkey} = y_0 - \frac{1}{2}gt^2$

• 총알의 운동

$x_{bullet} = v_{0x}t$

$y_{bullet} = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$

총알은 원숭이를 맞춘다 →show it!!

Q. 총맞는 시간 & 높이를 알 수 있는가?

원숭이 사냥-DEMO

실험장치: 발사 스위치를 당기는 순간 탄환이 발사되고, target (원판:원숭이)도 떨어지도록 장치가 설계되었다.

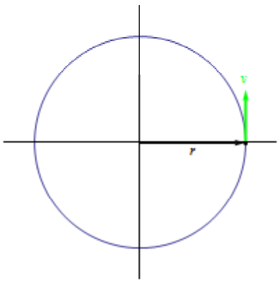
1. 조준방향은 target을 향해야 한다.
2. 탄환의 발사속도에 무관하게 맞출 수 있다.

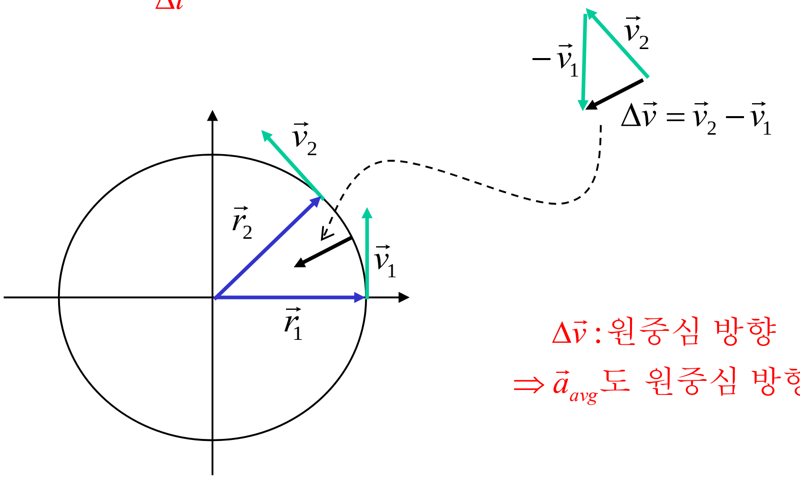
속도 방향이 변하는 운동: 등속원운동

- 등속 원운동하는 물체
  - 속도크기: 등속력 ➔ 일정
  - 속도방향 : 원의 접선 방향→ 계속 변함

등속원운동 =가속운동

$\vec{a}_{avg} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ 방향은?





$\Delta\vec{v}$: 원중심 방향

$\Rightarrow \vec{a}_{avg}$도 원중심 방향

등속원운동: 구심가속도

- 등속원운동 가속도 방향 : 원운동의 중심
- 등속원운동의 가속도 → 구심가속도

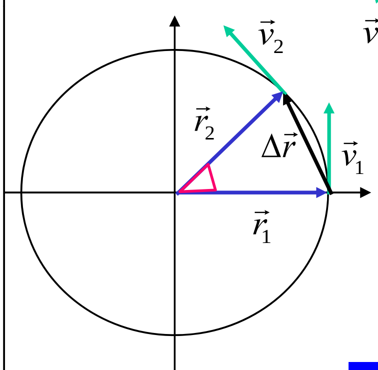
$$\begin{cases} \text{원운동}: |\vec{r}_1| = |\vec{r}_2| = r \\ \text{등속력}: |\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = v \end{cases}$$

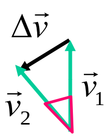
$$*\text{닮은꼴 삼각형}: \frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta r}{r}$$

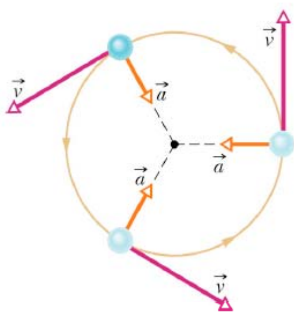
$$*\text{일정속력}: \Delta r \approx \text{호길이} = v\Delta t$$

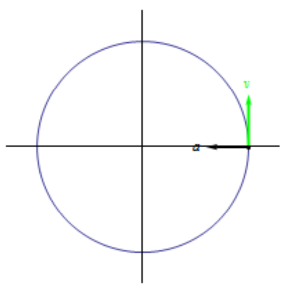
$$\Rightarrow \frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta r}{r} = \frac{v\Delta t}{r}$$

$$\therefore a_{avg} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}$$







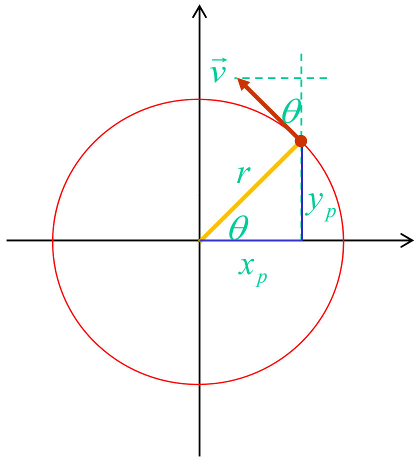


$\therefore a = \dfrac{v^2}{r}$: 구심가속도 크기

방향 : 원중심

등속원운동 주기 : $T = \dfrac{2\pi r}{v}$; 1회전 시간

구심가속도의 해석적 유도



- 등속원운동 속도: 원에 접선 방향

$$\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} = -v\sin\theta\,\hat{i} + v\cos\theta\,\hat{j}$$

;물체가 회전하면 θ가 변함

- note, $\cos\theta = \dfrac{x_p}{r}$, $\sin\theta = \dfrac{y_p}{r}$

$$\vec{v} = v\left(-\frac{y_p}{r}\hat{i} + \frac{x_p}{r}\hat{j}\right) = \frac{v}{r}(-y_p\hat{i} + x_p\hat{j})$$

- 등속원운동 가속도:

note. $\underline{v,\ r = \text{const}} \rightarrow \underline{dv/dt = 0 = dr/dt}$

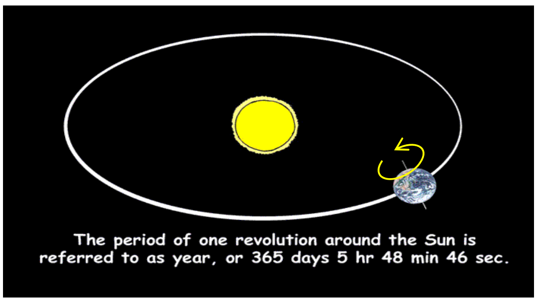
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{v}{r}\left(-\frac{dy_p}{dt}\hat{i} + \frac{dx_p}{dt}\hat{j}\right) = \frac{v}{r}\left(-v_y\hat{i} + v_x\hat{j}\right)$$

$$= -\frac{v^2}{r}(\cos\theta\,\hat{i} + \sin\theta\,\hat{j})$$

- note,

$\cos\theta\,\hat{i} + \sin\theta\,\hat{j} =$ 중심에서 (x_p, y_p)로 나가는 방향

전형적인 구심가속도 크기?



- 지구공전: $\begin{cases} \text{주기}: T = 1yr = 3.16\times10^7 s \\ \text{태양까지 거리}: r = 1.5\times10^8\,\text{km} \end{cases}$

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(2\pi r/T)^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

$$= 5.9\times10^{-3}\,\text{m/s}^3 = 6.0\times10^{-4}\ g$$

- 지구자전 (적도): $\begin{cases} \text{주기}: T = 24\text{hr} = 86400\text{s} \\ \text{반지름}: R = 6400\text{km} \end{cases}$

$$a = 0.034\,\text{m/s}^2 = 3.5\times10^{-3} g$$

- Ferris wheel : $\begin{cases} T = 1200\text{s} \\ R = 65\text{m} \end{cases}$

$$a = 1.78\times10^{-3}\,\text{m/s}^2 = 1.82\times10^{-4} g$$

상대운동

- 물체의 운동은 관찰자의 운동상태에 따라서 달라 보인다.
  - 관찰자 → 하나의 기준계(reference frame)를 구성한다
    - 원점, x, y, z 축 방향
  - 물체의 위치와 속도는 관찰자의 기준계 원점을 기준으로 기술하기 때문임.
- 정지한 관찰자(A)와 이에 대해서 일정한 속도로 움직이는 관찰자(B)가 보는 물체(P)의 위치, 속도, 가속도의 관계는?
  - A와 B : 관성계(inertial frame)임.

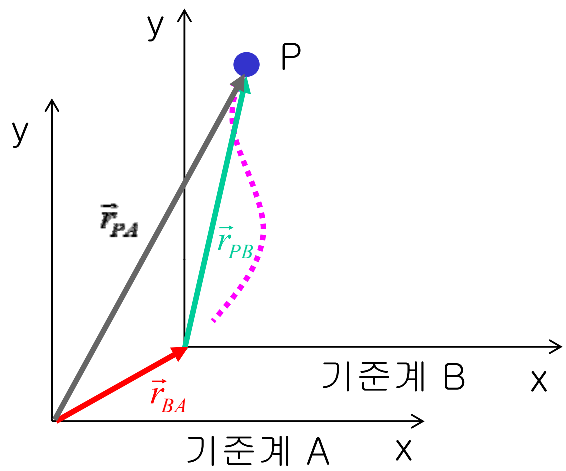
•관찰자 B의 원점이 A의 원점과 같지않을 때

$\vec{r}_{PA} = A$에 대한 P의 상대위치

$\vec{r}_{PB} = B$에 대한 P의 상대위치

$\vec{r}_{BA} = A$에 대한 B의 상대위치

위치: $\boxed{\vec{r}_{PA} = \vec{r}_{PB} + \vec{r}_{BA}}$



상대속도

•관찰자 B가 A에 대해서 움직일 때
B가 보는 물체의 속도(= B에 대한 상대속도)와
A가 보는 물체의 속도(= A에 대한 상대속도)의 관계?

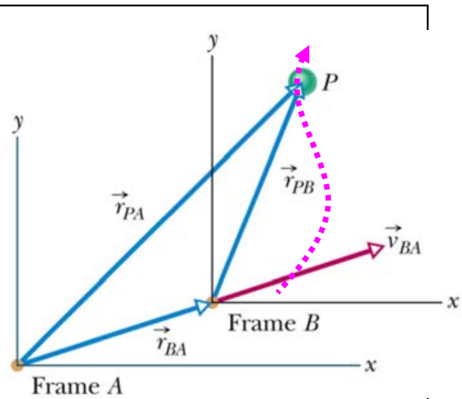
$$\vec{r}_{PA} = \vec{r}_{PB} + \vec{r}_{BA} \longrightarrow \frac{d\vec{r}_{PA}}{dt} = \frac{d\vec{r}_{PB}}{dt} + \frac{d\vec{r}_{BA}}{dt}$$

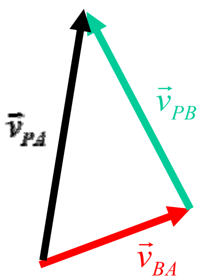
$$\vec{v}_{PA} = \frac{d\vec{r}_{PA}}{dt} = A\text{에 대한 } P\text{의 상대속도}$$

$$\vec{v}_{PB} = \frac{d\vec{r}_{PB}}{dt} = B\text{에 대한 } P\text{의 상대속도}$$

$$\vec{v}_{BA} = \frac{d\vec{r}_{BA}}{dt} = A\text{에 대한 } B\text{의 상대속도}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{v}_{PA} = \vec{v}_{PB} + \vec{v}_{BA}}$$





▪세 속도도 닫힌 삼각형을 형성
(위치벡터의 삼각형과 다름)

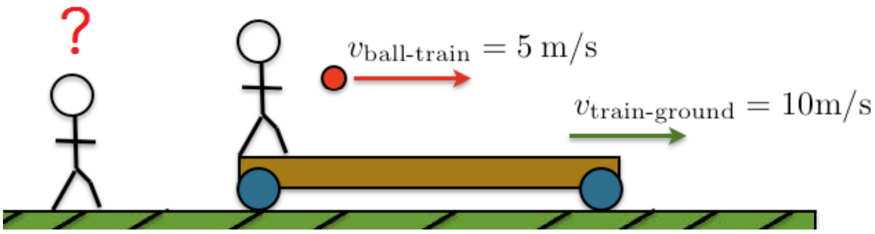
•가속도?: $\frac{d\vec{v}_{PA}}{dt} = \frac{d\vec{v}_{PB}}{dt} + \frac{d\vec{v}_{BA}}{dt}$

B가 등속도 운동을 하면(=관성계): $\frac{d\vec{v}_{BA}}{dt} = 0$

$\Rightarrow \boxed{\vec{a}_{PA} = \vec{a}_{PB}}$

;가속도는 모든 관성계에서 같음

1차원 상대속도



$\vec{v}_{\text{ball-train}} = (5\text{m/s})\hat{i}$: 열차내부관찰자에 대한 공의 상대속도

$\vec{v}_{\text{train-ground}} = (10\text{m/s})\hat{i}$: 지상관찰자에 대한 열차의 상대속도

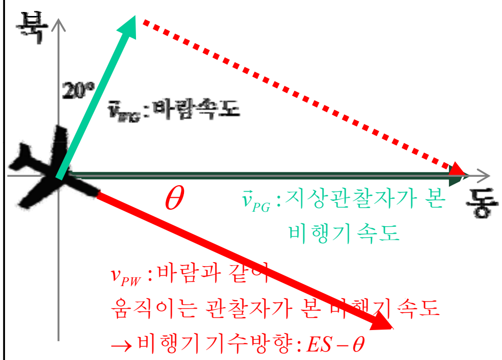
$\Rightarrow$ 지상관찰자에 대한 공의 상대속도?

$$\vec{v}_{\text{ball-ground}} = \vec{v}_{\text{ball-train}} + \vec{v}_{\text{train-ground}}$$
$$= (5\text{m/s})\hat{i} + (10\text{m/s})\hat{i}$$
$$= (15\text{m/s})\hat{i}$$

공중급유가 가능하려면 두 비행기의 서로에 대한 상대속도는 0이어야 한다

2차원 상대속도 예제

- 바람이 불 때 비행기가 원하는 목적지에 가려면 바람의 영향을 고려해야 한다.
- 바람은 지상에 대해서 $\mathbf{v}_{WG}$ = 65km/h (북동쪽으로 20°) 의 속도으로 분다.
- 바람에 대해서 상대적으로 215km/h로 운항하는 비행기가 있다 (=바람과 같이 움직이는 관찰자가 보는 비행기 상대속력 = $\mathbf{v}_{PW}$)
- **비행기의 지상에 대한 상대속도 방향이 동쪽이려면 비행기의 기수방향(θ)은 어디로?**



• 지상관찰자가 본 바람속도 :

$\rightarrow \vec{v}_{WG} = (65\text{km/h})\sin 20\ \hat{i} + (65\text{km/h})\cos 20\ \hat{j}$

• 바람과 같이 움직이는 관찰자가 본 비행기 속도 $\neq$ 동쪽 $\Rightarrow$ 기수방향이 동남쪽으로 θ라 하자 속력은 215km/h이므로

$\rightarrow \vec{v}_{PW} = (215\text{km/h})\cos\theta\ \hat{i} + (-215\text{km/h})\sin\theta\ \hat{j}$

• 지상관찰자에 대한 비행기 속도 : $\vec{v}_{PG} = \vec{v}_{PW} + \vec{v}_{WG}$

동쪽이어야 $\rightarrow v_{PG,y} = 0$

$$v_{PG,y} = (-215\text{km/h})\ \sin\theta + (65\text{km/h})\ \cos 20 = 0$$
$$v_{PG,x} = (215\text{km/h})\ \cos\theta + (65\text{km/h})\ \sin 20 = ?$$

• 비행기의 기수방향은?

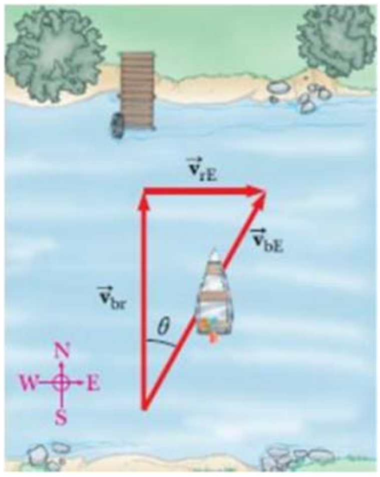
$$\sin\theta = \frac{65\text{km/h}}{215\text{km/h}}\cos 20 = 0.284$$

$\rightarrow \quad \theta = 16.5°$ (동남쪽)

$\therefore v_{PG} = 228\text{km/h}$

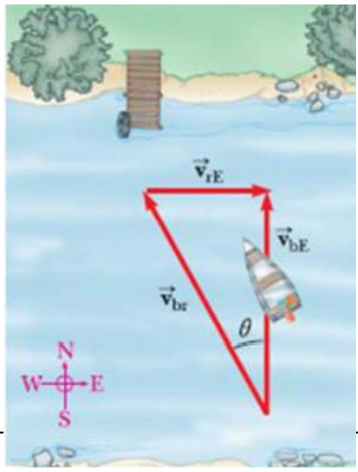
넓은 강을 건너는 **배가 물에 대해 상대적으로 10.0km/h의 속력으로 움직인다. 강물은 지구에 대해 동쪽으로 5.00km/h의 일정한 속력으로 흐르고 있다.** (A) 만약 배가 북쪽을 향하고 있다면, 강둑에 서 있는 관찰자에 대한 배의 상대 속도를 구하라. (B) 만약 최단거리로 북쪽으로 이동하려 한다면, 배가 향해야 하는 방향은?

$$\mathbf{v}_{bE} = \mathbf{v}_{br} + \mathbf{v}_{rE}$$



(A) $v_{bE} = \sqrt{v_{br}^2 + v_{rE}^2} = \sqrt{(10.0)^2 + (5.00)^2} = 11.2\,\mathrm{km/h}$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{v_{rE}}{v_{br}} = \tan^{-1}\left(\frac{5.00}{10.00}\right) = 26.6^\circ$$



(B) $v_{bE} = \sqrt{v_{br}^2 - v_{rE}^2} = \sqrt{(10.0)^2 - (5.00)^2} = 8.66\,\mathrm{km/h}$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{v_{rE}}{v_{bE}} = \tan^{-1}\left(\frac{5.00}{8.66}\right) = 30.0^\circ$$

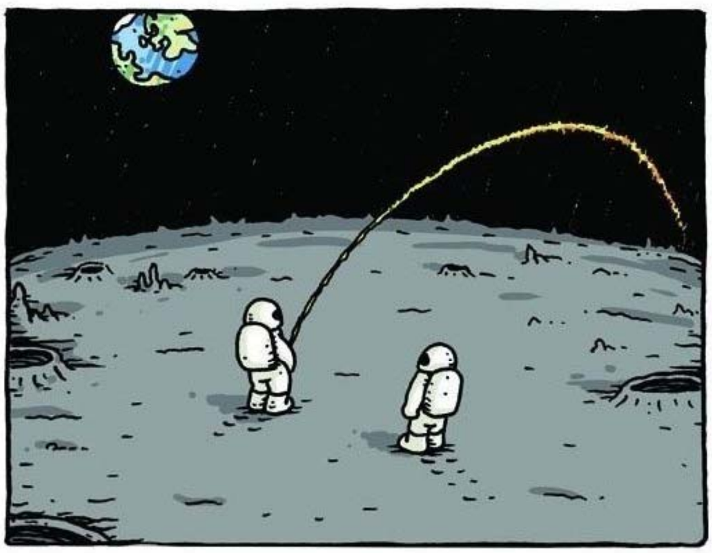
미끄러져 내려가는 차에서 수직으로 공을 발사할 때 공은 다시 차에 떨어질까?

수평면에서 일정하게 움직이는 차에서 위로 발사한 경우에는 다시 제자리로 떨어진다는 사실을 알 수 있었다. 그러나 경사면에서 가속할 때는 어떻게 될까?

summary

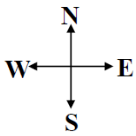
- 포물체 운동:
  - x/y 방향의 운동을 독립적으로
- 등속원운동:
  - 속도의 방향은 계속 변하는 속력은 일정
  - 가속도는 원의 중심을 향한다.
  - 구심가속도: 속력의 제곱에 비례/반지름에 반비례
- 물체의 운동은 관찰자의 속도에 따라 달라 보인다.

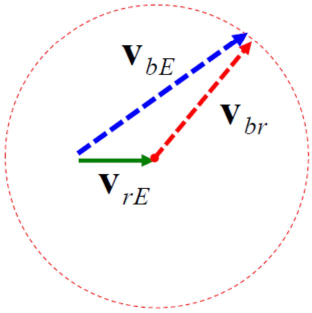
달은 포물체 운동을 데모하기에 좋은 조건을 가지고 있다. 왜?

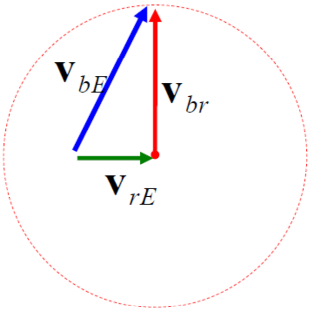


강건너기 참고자료

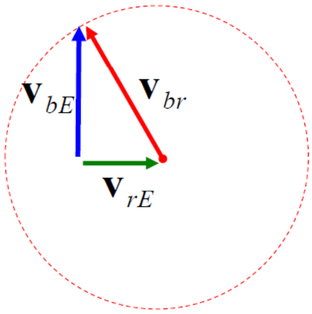
$$\mathbf{v}_{bE} = \mathbf{v}_{br} + \mathbf{v}_{rE}$$







최단 시간에 건너기



최단 거리로 건너기