

학과:

학번:

이름:

점수:

\*문제의 의미가 모호한 경우에는 반드시 감독자에게 문의하세요.

\*풀이과정에 있는 답만 채점을 합니다 (계산기 사용가능, 수치계산에서는 중력가속도  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$  를 이용한다)

\*특별한 언급이 없으면 마찰이나 공기저항 등은 무시하세요.

**문제 1.** 구하라가 바닥에 몸무게를 짤 수 있는 저울이 설치된 엘리베이터를 타고 아파트 1층에서 꼭대기 층까지 올라갔다가 다시 내려왔다. 꼭대기 층까지 올라가는데 24초, 다시 내려오는데 24초 걸렸고, 중간층에서 정지하지 않았다. 구하라의 몸무게가 40kg일 때, 엘리베이터를 타고 있는 동안 저울의 눈금-시간 그래프를 추정하여 그리고, 왜 그런지 설명하라. (꼭대기 층에서 문 열리고 닫히는 시간은 5초) [7점]

y축:  $F_N - mg = ma_y \rightarrow F_N = m(g + a_y)$  (위쪽 +) **걸보기 무게 = 수직항력. (2점)**

위로 올라가는 동안  $a > 0$ ,

올라가는 중간:  $a = 0$ ;

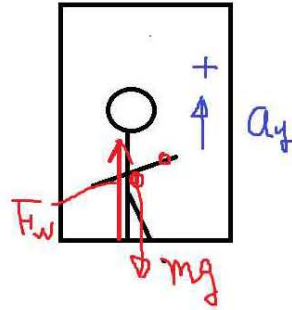
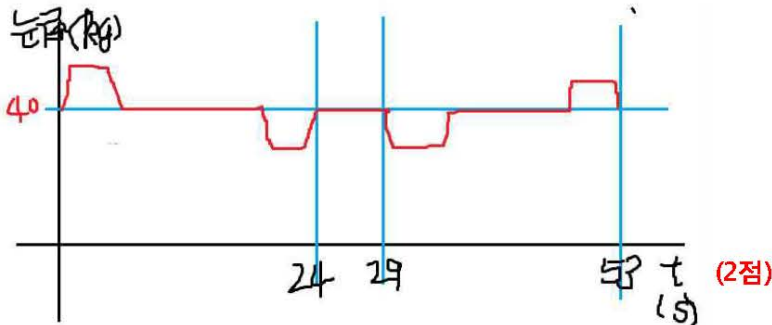
꼭대기 근방(위 방향 속도  $\rightarrow 0$ ):  $a < 0$ ;

꼭대기 문 열고-닫고:  $a = 0$

꼭대기에서 내려올 때, 아랫방향 속도 크기 증가:  $a < 0$

내려오는 중간:  $a = 0$ ;

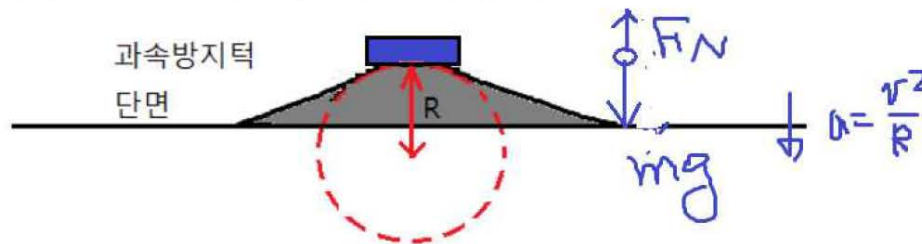
1층 근방: (아랫방향 속도 크기 감소)  $a > 0$  **(3점)**



**\*\*채점기준:** 대략 경향이 맞아야 함( $a$ =일정으로 해도 OK), 설명 4점 + 그림 (2점)

● 등가속도 구간이어도 오케이, 그러나 24초 동안 올라가는데 중간에 등속구간이 없다는 것은 무리==>감점대상

**문제 2.** 학교 내부 도로에서 자동차의 최고속력은 30km/h이다. 학내 도로에 그림과 같이 꼭대기 부분이 둥근 과속방지턱을 만들려고 한다. 이 둥근 부분의 곡률반지름(R)을 얼마로 하면 좋을지 추정하라.[8점]



30km/h를 넘으면 방지턱 꼭대기에서 차가 뜨게 만들면 된다(방지턱에서 차가 덜컹 거리는 이유).

꼭대기에서 원운동을 하는데, 중력과 수직항력의 조합이 구심력 제공. 수직항력이 0이면 뜨게 되므로.

$$\text{아래 } +: mg - F_N = m \frac{v^2}{R}$$

$$v=30\text{km/h까지 안전해야 하므로}; F_N = mg - m \frac{v^2}{R} \geq 0 \rightarrow R_{\max} = \frac{v_{\max}^2}{g}$$

$$R = 7.1 \text{ (m)}$$

**\*\*채점: 설명 4점, 식-계산 점: 4 점**

**문제 3.** 바닥에 놓인(마찰은 무시) 용수철의 한쪽을 고정하고, 반대쪽에 물체를 메달아 당긴 후 놓으면 물체는 평형점을 기준으로 일정한 시간간격(=주기)로 진동을 한다. 만약 용수철의 당긴 길이를 처음의 2배로 하면 진동주기는 얼마로 바뀔까? 진동주기가 일반적으로 당긴 거리, 물체의 질량, 용수철 상수에 의존한다고 가정하고 차원해석을 이용하라.[7점]

당긴 길이를 A, 질량 m, 용수철 상수 k

주기:  $P = (\text{상수}) A^a m^b k^c$  **여기까지 시도 3점;**

용수철 상수의 차원:  $F = k x \rightarrow [k] = \text{M L T}^{-2} / \text{L} = \text{M T}^{-2}$  \* 뉴턴의 법칙에서 힘의 차원은 얻을 수 있음.

$$\text{차원해석 적용: } T^1 = L^a M^b (MT^{-2})^c = L^a M^{b+c} T^{-2c} \rightarrow a=0, c=-1/2, b=-c=1/2, P = \text{상수} \sqrt{\frac{m}{k}}$$

따라서 주기는 당긴거리에 무관함. **(4 점)**

학과:

학번:

이름:

점수:

(\*\*정성적으로는, 더 멀리당기면 --> 더 큰 가속도 생기므로 --> 더 빨리 움직여서, 한 주기를 움직인 시간에 변함이 없는 것임); 단위를 써서 해도 됨.

문제 4. 반지름이 8m 인 Ferris Wheel의 cart들은 일정한 속력 6.4m/s로 시계방향으로 회전을 하고 있다.

(a) A와 B-위치의 중간에 cart가 도달했을 때 타고 있는 구하라의 가속도를 벡터로 표현하라.[3점]

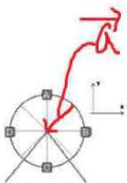
등속원운동을 한다. 가속도크기  $a = \frac{v^2}{R} = 5.12 \text{ m/s}^2$ , 방향은 중심방향(45도 4사분면 향함)

$\vec{a} = -a \cos 45^\circ \hat{i} - a \sin 45^\circ \hat{j} = -3.62 \hat{i} - 3.62 \hat{j} (\text{m/s}^2)$  벡터표현을 아는가 물어보는 것임.

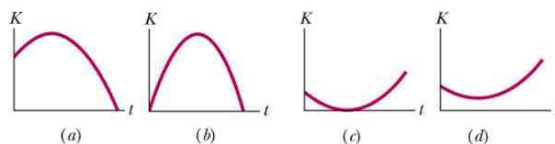
3. 단위 빼면 1점 감함. 성분으로 표현해도 OK

(b) cart가 A, B, C, D 위치에 있을 때 타고 있는 구하라에게 작용하는 알짜힘의 크기를 비교하라.[3점]

구하라 자신도 등속원운동이므로 알짜힘의 크기는 어디서나 같다. 3점(거저 주는 수준)



문제 5. 다음 그래프는 일정한 중력만 받으면서 운동을 하는 물체의 운동에너지  $K$ 를 시간의 함수로 표현한 것이다. 각각의 그래프에 해당하는 물체의 운동을 간략히 설명하라 (불가능한 경우는 그 이유를 설명해야 한다) [8점]



(a) 불가: 처음 구간만 보면 운동에너지가 증가하므로 아래로 내려가는 속도가 있다.

중력은 계속 아래로 내려가는 성분을 증가시키므로 운동에너지가 감소할 수 없다.

(b) (a)와 동일한 이유

© 수직방향으로 똑바로 위로 던지는 경우에 해당함. 꼭대기에서 순간 정지하므로 운동에너지 0. 그 이후에는 운동에너지 증가

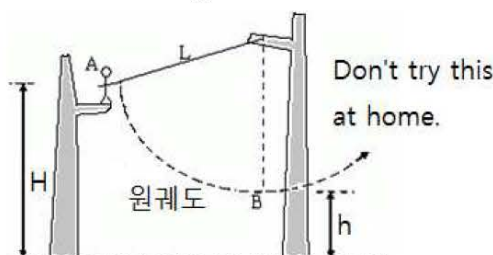
(d) 수평에 대해서 기울게 위로 던져진 포물체운동. 속도 수평성분이 일정하므로 이것에 의한 운동에너지 기여는 일정. 꼭대기에서 속도 수직성분=0으로 최소. 그 이후에 증가...

\*\*각 2점씩

문제 6. 기계공학도 김재원이 그림처럼 높이  $H=22\text{m}$  나뭇가지 위 A지점에서  $L=21\text{m}$  인 줄을 그네처럼 이용해서 높이  $h=13\text{m}$  인 B-지점(줄이 매달린 지점에서 연직방향)으로 이동하는 무모한 도전을 하였다.

(a) A에서 B지점까지 가는 동안 김재원에 작용하는 중력이 한 일  $W_g$ , 장력이 한 일  $W_T$ , 알짜힘이 한 일  $W_{tot}$ 를 비교하라.[4점]

(b) B지점에서 줄의 장력을 구하라. (단, 김재원의 몸무게 60kg이다)[5점]



(a) 중력이 한 일  $= -(U_B - U_A) > 0$

장력이 한 일  $= 0$ . (이동방향과 힘방향 직각)

물체에 작용하는 알짜힘 = 중력, 장력 --> 알짜힘이 한 일 = 중력이 한 일

$W_g = W_{tot}$ ,  $W_T = 0$  (4점)

(b): 역학적E 보존:  $mg(H-h) = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = \sqrt{2g(H-h)}$ , 여기까지 2점;

장력-중력 = 구심력(위+):  $T - mg = \frac{mv^2}{L} \rightarrow T = mg + \frac{mv^2}{L} = mg + mg \frac{2(H-h)}{L} = 1092 \text{ (N)}$  (3점)

문제 7. 질량이  $M$ 인 물체와  $m$ 인 물체가 서로를 향해  $V_0$ 의 속도로 접근한 후 충돌한다.  $m$ 은 그림처럼 충분히 탄력적인 용수철(질량은 무시)을 왼쪽에 달고 있다. 마찰은 무시하고 탄성충돌이라고 하자. 용수철이 최대 압축이 될 때  $M$ 이 받는 가속도는? (용수철 상수  $k$ 가 충분히 커서 충돌과정에서 용수철이 완전히 압축되는 경우는 생각하지 않는다) [6점]

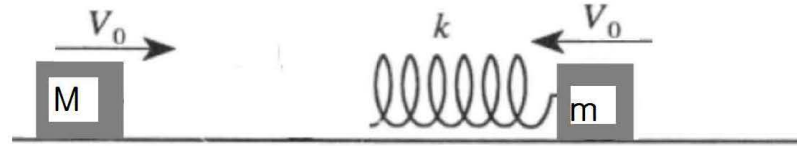


학과:

학번:

이름:

점수:



용수철의 탄성력은  $\{M+m\}$ 을 하나로 내력이므로 전체 운동량이 보존된다. 용수철이 최대 압축이 되는 순간에  $M, m$ 은 같은 속도(cm 속도)로 움직인다. (2점)

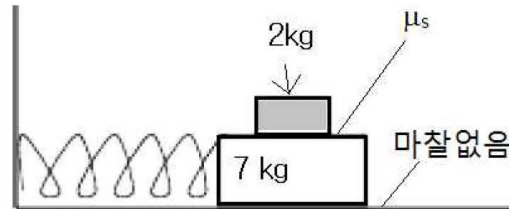
$$MV_0 + m(-V_0) = (M+m)v, \rightarrow v = \frac{M-m}{M+m} V_0$$

$$\text{탄성충돌이므로: } \frac{1}{2}(M+m)V_0^2 = \frac{1}{2}(M+m)v^2 + \frac{1}{2}kd^2$$

$$d = \sqrt{\frac{4Mm}{(M+m)k}} V_0, \text{ 최대압축될 때, 용수철은 } F=kd \text{ 크기로 } M \text{과 } m \text{을 밀어냄.}$$

$$\text{따라서 } M \text{의 가속도는 } a = \frac{kd}{M} = \sqrt{\frac{4km}{(M+m)M}} \text{ (왼쪽) (4점)}$$

**문제 8.** 마찰이 없는 바닥에 놓인 7kg의 상자 위에 2kg의 물체를 놓았다. 7kg의 물체는 한 쪽 끝이 벽에 부착된 용수철에 매달려 있다. 상자와 물체사이의 정지마찰계수는  $\mu_s = 0.45$  이다. 용수철 상수는 200 N/m로 주어진다. 7kg의 상자를 조금 당긴 후 놓으면 상자와 물체는 같이 진동을 한다. 상자 위의 물체가 미끄러지지 않고 같이 진동운동을 할 수 있는 최대 당김거리는? [7점]

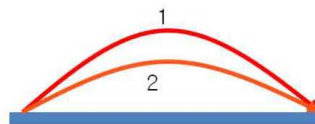


용수철은 최대 당긴 위치에서 최대의 힘을 상자+물체에 주어 최대 가속도를 만든다. A만큼 당겨졌을 때, 상자(M)와 물체(m)가 같이 움직이는가속도는 :  $(M+m)a_{\max} = kA \rightarrow a_{\max} = \frac{kA}{M+m}$ , (3점)

상자 위의 물체를 움직이는 것은 정지마찰력이므로 최대 당길 때 정지마찰력도 최대--> 이 정지마찰력이  $\mu_s F_N$ 보다는 작아야 함.

$$f_s = ma_{\max} = \frac{mkA}{M+m} \leq \mu_s F_N (F_N = mg) \rightarrow A \leq \mu_s \frac{(M+m)g}{k} = \mathbf{0.198 \text{ (m)}} \text{ (4점)}$$

**문제 9.** 아래 그림은 구하라(1)와 한승연(2)이 프로야구 시구에서 던진 야구공의 경로를 그린 것이다. 어느 공이 공중에 더 오래 떠 있는가? (필요한 식은 간단히 유도해서 써야 한다). [8점]



$$\text{최고점: } v_y = 0 \rightarrow t_* = \frac{v_0 \sin \theta}{g}, \text{ 도달거리: } R = v_0 \cos \theta \times (2t_*) = \frac{2v_0^2 \sin \theta \cos \theta}{g}$$

$$\text{구하라 처음 (속력, 각도)} = (v_1, \theta_1), \text{ 한승연 처음 (속력, 각도)} = (v_2, \theta_2)$$

$$\text{도달거리=same} = \frac{2v_1^2 \sin \theta_1 \cos \theta_1}{g} = \frac{2v_2^2 \sin \theta_2 \cos \theta_2}{g} \rightarrow \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{\sin \theta_2 \cos \theta_2}{\sin \theta_1 \cos \theta_1}$$

$$\begin{aligned} \text{체공시간 비:} &= \frac{\text{최고점 도달비}}{t_2} = \frac{t_1}{t_2} = \frac{v_1 \sin \theta_1}{v_2 \sin \theta_2} = \sqrt{\frac{\sin \theta_2 \cos \theta_2}{\sin \theta_1 \cos \theta_1}} \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \\ &= \sqrt{\frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2}} \end{aligned}$$

tangent는 각도에 대해서 증가함수이므로 (90까지) 각도가 큰 구하라의 공이 더 오래 떠 있다.

**\*\*도달거리 및 최고점 도달시간, 공식을 외운 경우는 절반만 줄 것**

**문제 10.** 그림처럼 설치된 실험장치에서  $m_1$ 를 손으로 잡고 있다 놓았다. (단,  $m_1$ 이 움직이는 수평면과  $m_1$ 을 매단 줄은 충분히 길다. 또, 도르래의 무게는 무시하고,  $m_1$ 이 놓인 바닥의 운동마찰계수는  $\mu_k = 0.35$ ,  $m_1 = m_2 = 1\text{kg}$ )

(a)  $m_2$ 가 1미터 내려왔을 때,  $m_1$ 가 움직인 거리는? [2점]

(b) 이 때,  $m_2$ 속력은? [6점]