

## 통계학 ( 강좌) 기말고사 (16:00~18:00)

※ 답안지에 소속, 학번, 이름을 빠짐없이 기록하였는지 확인 후, 다음 물음에 대한 정답을 반드시 풀이 과정과 함께 잘 정리하여 제출하세요. 부정행위 (계산기 부정사용 포함) 적발 시 즉시 퇴실 조치할 것입니다.

※ 소수점 넷째자리까지 쓰세요.

1. (총 10점, 각 2점) 다음 물음에 맞으면 O, 틀리면 X로 답하시오.

(1) 단순선형회귀분석에서 추정된 최소제곱 회귀직선은 항상 자료의 중심  $(\bar{x}, \bar{y})$ 를 지난다.

(2) 최소제곱 회귀직선  $\hat{y}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) 에 대하여  $\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y}) = 0$  이다.

(3) 두 변수간의 상관계수가 1에 가까울수록 직선관계가 강하고, -1에 가까울수록 직선관계가 약하다.

(4)  $X$ 와  $Y$ 는 서로 독립인 확률변수로 각각  $\chi^2(k_1)$ ,  $\chi^2(k_2)$  분포를 따른다고 하자. 여기서  $k_2 > k_1$ 라고 하면 확률변수  $Y-X$ 는  $\chi^2(k_2 - k_1)$  분포를 따른다.

(5) 단순선형 회귀분석에서  $E(Y|x)$ 의 신뢰구간의 길이는 주어진  $x$ 의 값이  $\bar{x}$ 에 가까워질수록 짧아진다.

2. (총 15점) 단순 선형 회귀 모형

$$Y_i = \alpha + \beta x_i + e_i \quad (i=1, \dots, n)$$

에서 오차항  $e_i$  ( $i=1, \dots, n$ )가 서로 독립이고 평균이 0, 분산이  $\sigma^2$ 인 정규분포를 따른다고 하자.

(1) (5점)  $H_0: \beta=0$  vs  $H_1: \beta \neq 0$  의 검정에 대한  $t$ -검정 통계량( $T$ )과  $F$ -검정 통계량( $F$ )에 대하여  $T^2 = F$  가 성립함을 보이시오.

(2) (10점) 최소제곱 회귀직선  $\hat{Y}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x_i$  에 대하여

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 + \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

이 성립함을 보이시오.

3. (5점) 다음은 6쌍의 형제에 대하여 심리검사를 실시하여 얻은 자료이다.

번호	1	2	3	4	5	6
형	83	73	88	62	78	75
동생	87	68	85	70	68	73

이 자료에 대하여 이변량정규분포인 모집단을 전제할 때, 모집단 상관계수  $\rho$ 에 관한 가설

$$H_0: \rho=0, \quad H_1: \rho>0$$

을 유의수준 1%에서 검정하여라.

4. (총 30점) S전자 서비스센터는 컴퓨터 수리와 관련된 전화 서비스를 체계적으로 관리하고자, 서비스 센터로 걸려온 전화에 대해 고장난 컴퓨터의 교환되거나 수리되어야 할 부품의 수 ( $x$ )와 고객과의 통화시간( $Y$ , 단위:분)을 조사하였다. 조사한 자료를 이용하여  $x$ 와  $Y$  간의 산점도를 그려보니 직선관계로 판명되어서, 단순선형회귀모형

$$Y_i = \alpha + \beta x_i + e_i \quad (i=1, \dots, n)$$

$$e_i \sim N(0, \sigma^2) \text{ 단, } e_i \text{ 는 서로 독립}$$

을 가정하고 자료 분석을 하기로 하였다. 조사된 자료는 다음과 같다.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
부품수 ( $x$ )	1	2	3	4	4	5	6	6	7	8	9	9	10	10
통화 시간 ( $Y$ )	23	29	49	64	74	87	96	97	109	119	149	145	154	166

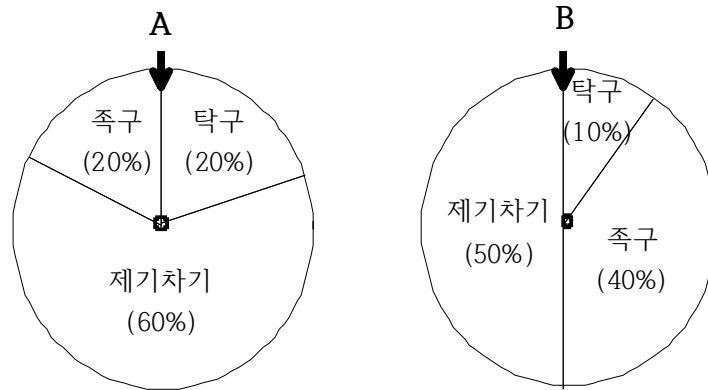
- (1) (5점) 최소제곱법을 이용하여 추정된 최소제곱회귀 직선식을 써라.
- (2) (10점) 회귀직선의 유의성을 검정하기 위한 분산분석표를 작성하고, 적절한 통계적 가설을 세우고 유의수준 5%에서 가설검정을 시행하시오.
- (3) (5점) 손상된 부품이 4개일 때, 고객과의 평균 통화시간은 60분을 초과한다고 할 수 있는가? 적절한 통계적 가설을 세우고 유의수준 5%에서 검정하시오.
- (4) (5점) 부품수가 1개 증가할 때, 평균 통화시간은 12분을 초과하여 증가한다고 말할 수 있는가? 적절한 통계적 가설을 세우고 유의수준 5%에서 이를 검정하시오.
- (5) (5점) 부품수가 1개 증가할 때, 실제 평균 통화시간은 14분 증가한다고 한다. 이 때 유의수준 5%에서의 검정력을 구하시오. 단, 오차 분산  $\sigma^2 = 30$  으로 알려져 있다고 하자.

5. (총 35점) 학급별로 남녀에 따른 성적에 차이가 있는지 알아보기 위해 다음 자료를 얻었다.

	학급 1	학급 2	학급 3	평균
남	70	76	69	73.0
	76	77	67	
	78	78	66	
여	80	79	63	74.3
	82	78	62	
	85	77	63	
평균	78.5	77.5	65.0	73.67

- (1) (5점) 주어진 자료를 이용하여  $y$  축을 남녀별 성적 평균,  $x$  축을 학급으로 두는 평균그림을 그리시오. 이 그래프를 통해 확인할 수 있는 정보는 무엇인가?
- (2) (5점) (1)을 바탕으로 분석에 필요한 모형과 적절한 가정을 기술하여라.
- (3) (15점) 주어진 자료를 이용하여 분산분석표를 작성하고(10점), 완성된 분산분석표를 이용하여 각 인자별 유의성을 적절한 통계적 가설을 세운 후 유의수준 5%에서 검정하여라. (단, SST=876.0 임을 이용하시오. )
- (4) (10점) 교호작용이 있다면 남학생에 해당하는 자료만을 사용하여 학급별 성적평균에 차이가 있는지 일원배치법으로 검정하여라. 일원배치 분산분석표를 작성하고, 적절한 통계적 가설과 함께 유의수준 5%에서 이를 검정하시오.

6. (5점) MT를 간 지원이와 호동이는 게임을 통해 승자는 따뜻한 방에서, 패자는 밖에서 텐트를 치고 자기로 하였다. 탁구, 제기차기, 족구 세 가지 게임 중 아래와 같은 원형판을 힘껏 돌려서 12시 방향의 바늘이 지목하는 게임으로 경기를 한 후, 승자를 정하기로 하였다. 지원이는 본인의 승리 확률이 탁구 경기에서는 20%, 제기차기 경기에서는 60%, 그리고 족구 경기에서는 50% 라고 믿고 있다. 이 때, A,B 중 어떤 원형판으로 게임 종목을 정하는 것이 지원에게 유리할 것이라고 생각되는가?



7. (총 15점) Finasteride가 탈모에 효과가 있는 것으로 알려져 있다. 이를 확인하기 위하여 9쌍의 일란성 쌍둥이들에 대해 약품을 투여한 그룹과 그렇지 않은 그룹(비교그룹)으로 나누어 실험을 한 결과가 다음과 같다. 점수가 높을수록 모발이 증가한 것을 나타낸다고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Finasteride 투여 그룹	5	3	5	6	4	4	7	4	3
비교 그룹	2	3	2	4	2	2	3	4	2

(1) (10점) Finasteride가 실제로 탈모에 효과가 있다고 할 수 있는가? 적절한 통계적 가설을 세우고 유의수준 5%에서 이를 검정하시오. 또한 검정에 필요한 합리적인 가정을 함께 기술하시오.

(2) (5점) 실험대상을 일란성 쌍둥이로 한 이유는 무엇이라고 생각하는가? 그 이유에 대해 답하시오.

8. (5점) 주간 근무자와 야간 근무자의 업무 성과의 변동량을 비교하기 위하여 랜덤하게 선택된 주, 야간 근무자에 대해 업무 성과를 나타내는 점수를 조사한 결과가 아래와 같다. 주어진 자료를 바탕으로 주간 근무자의 업무 성과의 변동량( $\sigma_1^2$ )과 야간 근무자의 업무 성과 변동량( $\sigma_2^2$ )의 비(ratio)를 관심모수로 하는 아래의 가설을 유의수준 5%에서 검정하시오. 단, 두 모집단은 모두 정규분포를 따른다고 가정하자.

$$H_0 : \sigma_2^2 / \sigma_1^2 = 1 \quad , \quad H_1 : \sigma_2^2 / \sigma_1^2 > 1$$

	주간 근무자	야간 근무자
표본수	8	9
표본평균	540	520
표본분산	20	38

9. (10점) 다음은 400명의 학생들을 대상으로 성별과 선택전공분야에 대해 조사한 결과이다.

전공 분야	남	여	전체
의학	80	40	120
경영학	60	20	80
공학	160	40	200
전체	300	100	400

학생들의 성별과 선택 전공분야는 관계가 있는가? 주어진 자료에 대한 적절한 통계적 가설을 쓰고 유의수준 5%에서 이를 검정하시오.

10. (10점) 무연탄에서 코크스를 제조하는데 첨가하는 역청탄을 5종류( $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$ ) 선택하고, 타르피치의 첨가량을 4수준 ( $B_1, B_2, B_3, B_4$ ) 택하여 첨가한 후에 이것을 가열 성형하고, 코크스의 내압강도를 측정한 결과가 다음 표와 같다. 이 자료에 대하여 이원배치법의 모형을 적용할 때, 적절한 분산분석표를 작성하고 역청탄의 종류와 타르피치의 첨가량이 코크스의 내압강도에 유의한 영향을 미치는지를 유의수준 5%에서 검정하여라. (단 SST=2153.8 임을 이용하여라.)

	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	평균
$B_1$	79	72	51	58	68	65.6
$B_2$	75	66	48	56	65	62
$B_3$	69	64	44	51	61	57.8
$B_4$	65	62	41	45	58	54.2
평균	72	66	46	52.5	63	59.9