2016년 물리학1 1차 시험 (서울대학교) 총 3페이지 / 시험시간: 100 분: 확인______________

학과: 학번: 이름: 점수:

*문제의 의미가 모호한 경우에는 반드시 감독자에게 문의하세요.

*풀이과정이 있는 답만 채점합니다. (계산기 사용가능, 수치계산에서는 중력가속도 $g=9.8\mathrm{m/s^2}$ 를 이용한다)

*특별한 언급이 없으면 마찰이나 공기저항 등은 무시하세요.

*수치계산에서 단위가 없는 경우 1 감점

문제 1. 다음의 문제에 답하라.

(a) 공기저항을 고려할 때 위로 똑바로 던져진 공이 최고점에 도달하는 시간(t_{up})과 최고점에서 다시 원래의 위치로 돌아오는 데 걸린 시간(t_{dn}) 중 더 큰 값은 어느 것인지 설명하라.[5]

공기저항은 속도에 반대로 작용하므로(1점)

올라가는 동안 중력방향과 공기저항 방향이 같다. 따라서 빨리 속력이 줄어들어 최고점에 도달한다.(2점)

내려가는 동안 중력방향과 공기저항 방향이 반대이므로 내려가는 속력이 빨리 증가 못한다. 따라서 느리게 내려간다.(2점)

(b) 밑변의 길이가 L, 높이가 H인 경사면(M) 꼭대기에 있는 작은 물체(m)가 경사면을 미끄러져 내려온다. 물체와 경사면, 경사면과 수평바닥 사이에는 마찰이 없다. 물체가 바닥에 닿기 직전 경사면은 처음 위치보다 어느 방향으로 얼마나 이동하였는가? (Hint: 경사면의 정확한 CM 위치를 알 필요는 없다)[6]

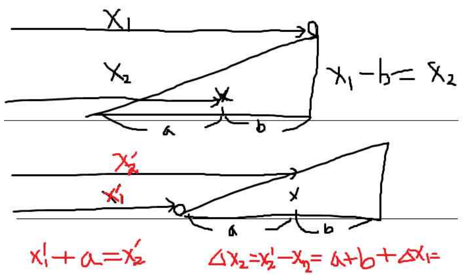
수평방향의 외력이 없으므로 수평방향 총운동량이 보존된다. 따라서 질량중심 속력이 일정한데 처음에 정지해 있으므로 질량중심은 변하지 않는다.

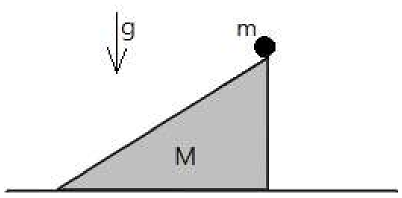
$x_{cm}=\dfrac{mx_1+Mx_2}{m+M}$, $x_1=m$의 위치, $x_2=M$의 cm

물체와 빗면이 움직이더라도 둘의 cm은 변하지 않으므로 $\Delta x_{cm}=0 \rightarrow m\Delta x_1+M\Delta x_2=0$ (3점)

물체가 내려오면 빗면의 cm은 물체에 대해서 상대적으로 L만큼 오른쪽 이동 $\Delta x_2=\Delta x_1+L$.

따라서, $\Delta x_2=\dfrac{mL}{m+M}$. (오른쪽) (3점)





문제 2. violin에서 나는 소리의 진동수(frequency)는 줄의 장력(tension) τ, 줄의 질량 m, 그리고 줄의 길이에 의존함이 실험적으로 알려졌다. 바이올린 줄의 장력을 10% 증가시킬 때 소리의 진동수가 어떻게 바뀔지 추정(estimate)하라. 차원해석을 이용해야 한다.[7]

let $f=C\tau^a m^b \ell^c \quad C=const.$

$[f]=T^{-1},\ [\tau]=kgm/s^2=MLT^{-2}$(3점)

좌우변 차원비교: $T^{-1}=(MLT^{-2})^a M^b L^c=M^{a+b}L^{a+c}T^{-2a}$

$a=1/2, b=c=-1/2$

$f=C\sqrt{\dfrac{\tau}{m\ell}}$ (3점) *비례상수(C)가 들어간 식이어야 한다.

따라서 장력을 바뀌면 $\tau'=1.1\tau\ \ f'=\sqrt{1.1}f=1.049f$ 대략 4.9%정도 진동수가 커진다.[1점]

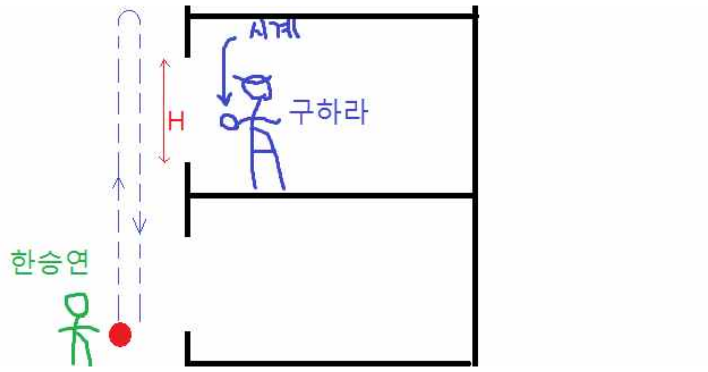
문제 3. 아파트 아래에 있던 한승연이 위로 똑바로 돌을 던졌다. 돌이 2층에 있는 구하라 집 창문 앞에서 위로 올라갔다가 다시 내려가는 것이 보였다. 돌이 창문 아래쪽에서 올라오는 것이 보이는 순간과 다시 창문 아래쪽으로 사라지는 순간의 시간간격은 T_A로 측정되었다. 또, 돌이 창문 위쪽으로 사라졌다 다시 창문 위쪽에서 내려오는 것이 보이는 시간간격은 $T_B(<T_A)$로 측정되었다. T_A, T_B와 창문의 높이 H (=아래-위 간격)를 측정하면 중력가속도 g를 얻을 수 있음을 보여라.[5] (그냥 창문 아래에서 올라와서 위로 사라지는 시간간격을 재면 되지 않느냐고 할 수 있으나, 이 간격은 일반적으로 짧은 시간이므로 측정오차가 많다. 따라서 되도록 긴 시간간격을 측정하도록 실험을 세팅한다. 물론 이 경우에는 공기저항 때문에 다시 오차가 생길 가능성이 커진다)

창문 아래를 원점으로 잡으면 쉽다. 돌의 최고점에 도달하는 시간은 $\tau=T_A/2$

$v=v_0-gt,$ 에서 창문 아래에서 올라오는 속력 $v_0=\dfrac{gT_A}{2}$

창문을 통과하는 시간은 $\tau=\dfrac{T_A-T_B}{2}$ $\quad H=v_0\tau-\dfrac{1}{2}g\tau^2=\dfrac{gT_A}{2}\tau-\dfrac{1}{2}g\tau^2$

-> $g = \frac{2H}{\tau(T_A - \tau)} = \frac{8H}{T_A^2 - T_B^2}$.



문제 4. 용수철 상수가 $k = 250\mathrm{N/m}$인 용수철 끝에 질량 $2\mathrm{kg}$인 판(plate)이 붙어있다. 질량 $1\mathrm{kg}$인 물체를 판 위에 올려 평형상태를 만들었다. $1\mathrm{kg}$ 물체를 손으로 일정한 거리(A)를 누른 후 손을 떼면 판과 물체는 위-아래로 같이 진동(oscillation)을 한다.

(a) 물체가 판과 같이 진동을 할 때, 물체가 위로 올라갈 수 있는 최대 높이는 평형위치에서 A만큼 위쪽임을 보여라. [7]

답:

평형위치가 처음 위치(용수철 원래길이)에서 d만큼 압축된 위치면, $(m+M)g = kd$. (1점)

중력위치에너지 기준을 평형위치로 잡으면,

압축된 위치에서 역학적 에너지: $-(m+M)gA + \frac{1}{2}k(A+d)^2 = \frac{1}{2}kA^2 + \frac{1}{2}kd^2$ (3점)

위로 올라간 거리를 A'이라면 역학적에너지는 $(m+M)gA' + \frac{1}{2}k(d-A')^2 = \frac{1}{2}kd^2 + \frac{1}{2}kA'^2$

따라서 $A = A'$ (3점)

(b) 처음에 너무 세게 누르면 어느 순간 $1\mathrm{kg}$ 물체는 판에서 떨어진다. 물체가 판에서 떨어지지 않고 같이 진동할 수 있는 최대거리 A는 얼마인가? [7]

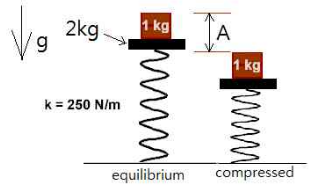
맨꼭대기에 올라갔을 때 물체에 판-물체에 작용하는 알짜힘은

$\sum F_y = k(d-A) - (m+M)g = -kA$ (4점)

$\rightarrow a_y = -\frac{kA}{m+M}$

이 가속도의 크기가 g를 넘으면 최고 높이에서 내려올 때 물체(판에 안 붙어있으므로 내려오는 가속도가 g를 넘을 수 없다)는 판과 분리된다.

$|a_y| \le g \rightarrow A \le \frac{(m+M)g}{k} = 0.118(\mathrm{m})$. (3점)



문제 5. 구하라(M)가 의자(m)가 달린 그네(swing, 길이$=L$)를 탄다. 가장 높이 올라갔을 때 (A-지점) 각도는 수직과 60°을 이룬다. 그네가 가장 낮은 위치(B-지점)에 도달할 때 구하라가 순간적으로 수평방향으로 의자에서 벗어났다. 이 후 의자는 수직과 45° 각도를 이루는 높이까지 올라갔다.

(a) A-지점에서 구하라(+의자)의 가속도 $\vec{a}_A = ?$ (방향, 크기)[5]

A지점에서 속도가 0이므로 구심력이 = 0 . $\rightarrow T = (m+M)g\cos\theta$,이어서

물체가 받은 알짜힘은 $F_{\mathrm{net}} = (m+M)g\sin\theta$. 접선방향, (3점)

가속도도 크기는 $a = g\sin\theta = \sqrt{3}g/2$, 방향은 접선방향: $\cos\theta\hat{i} - \sin\theta\hat{j} = \frac{1}{2}\hat{i} - \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{j}$

또는, $\vec{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}g(\cos\theta\hat{i} - \sin\theta\hat{j}) = \frac{\sqrt{3}}{4}g(\hat{i} - \sqrt{3}\hat{j})$

(b) B-지점에서 구하라가 의자에서 벗어나기 직전 줄의 장력은?[6]

장력과 중력이 구심력 역할을 함.

$\sum F_c = T-(m+M)g = (m+M)\frac{v^2}{L} \rightarrow T=(m+M)g+(m+M)\frac{v^2}{L}$, (3점)

역학적에너지 보존법칙 : $v^2 = 2gL(1-\cos 60) = gL$ (3점)

$T = 2(m+M)g$

(c) 구하라가 의자를 벗어나는 수평속력은 얼마인가?[6]

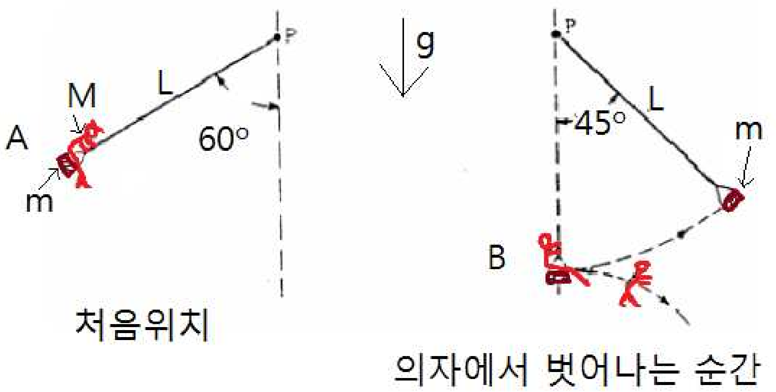
벗어난 직후 의자속력: 역학적 에너지 보존법칙 $\frac{1}{2}mv_2^2 = mgL(1-\cos 45) \rightarrow v_2 = \sqrt{gL(2-\sqrt{2})}$ (2)

벗어나는 순간 수평방향 외력없음 --> 수평방향의 총 운동량이 보존된다 (1)

운동량 보존법칙: $(m+M)\sqrt{gL} = Mv_1 + mv_2\sqrt{gL(2-\sqrt{2})}$

구하라 속력: $v_1 = \frac{m(1-\sqrt{2-\sqrt{2}})+M}{M}\sqrt{gL}$ (3)

* (a), (b), (c) 는 독립적으로 풀 수 있다.



문제 6. 매끄러운 table 위에 놓인 물체 A(m)를 가벼운 도르래를 이용해서 물체 B(m)에 연결하였다. 정지상태에서 출발한 A가 오른쪽으로 d만큼 움직이는 동안 (B는 바닥에 닿지 않는다)

(a) 장력이 각 물체에 한 일을 구하라.[7]

$A: \sum F_x = T = ma_A$, $B: \sum F_y = mg - 2T = ma_B$;(아래방향+), (2)

$\Delta x_A = 2\Delta x_B$ 이므로, $a_A = 2a_B$ (2)

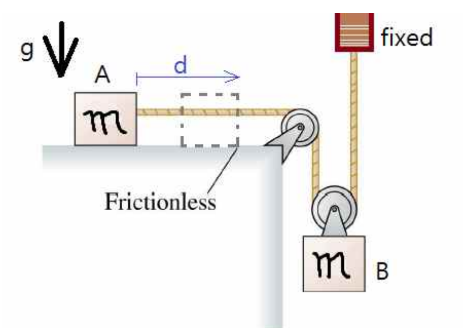
$a_A = \frac{2}{5}g,\ a_B = \frac{1}{5}g,\ T = \frac{2mg}{5}$

$W_A = Td = \frac{2mgd}{5}$, $W_B = (2T)(d/2)\cos 180^\circ = -\frac{2mgd}{5}$

(b) 각 물체의 속력을 구하라. [4]

$\Delta K = W$ 에서 $A: v_A = 2\sqrt{\frac{gd}{5}}$, (또는 역학적에너지 보존법칙 사용)

$v_B = \frac{1}{2}v_A = \sqrt{\frac{gd}{5}}$



문제 7. 마찰이 없는 평면에 놓인 물체를 ($m_1 < m_2$)을 가벼운 용수철로 연결하여 두 손으로 압축하였다. $t=0(\mathrm{s})$일 때 정지상태에서 손을 놓아 자유롭게 하였다. $t>0(\mathrm{s})$이 후 임의의 시간에 아래에 나열된 물리량의 크기가 두 물체에 대해서 같은지 아니면 다른지 설명하라.[8점]

운동에너지, 운동량, 가속도, 변위

두 물체에 작용하는 외력은 없다. 따라서 총운동량은 변하지 않는다. 처음에 정지상태에서 출발하였으므로 총운동량은 0이므로 두 물체의 운동량의 크기는 같다.

또 질량중심 속도 = 0이므로($P_{tot} = Mv_{cm}$) 질량중심은 변하지 않고, 따라서 $m_1 x_1 + m_2 x_2 = const \rightarrow m_1 \Delta x_1 + m_2 \Delta x_2 = 0$이므로 변위의 크기는 질량에 반비례한다(무거운 물체가 덜 움직임)

운동량의 크기가 같으므로 운동에너지는 $K = \dfrac{p^2}{2m}$이므로 가벼운 물체가 더 크다.

용수철의 양변에는 같은 크기의 반대방향 힘이 작용하므로 두 물체의 가속도 크기는 질량에 반비례한다

(각 2점: 일부만 맞는 경우 질량중심이 고정되어있다는 사실을 잘 언급하면 +1 점 추가)

문제 8. 구하라($45\,\mathrm{kg}$)가 도르래에 연결된 의자를 타고 줄을 당겨서 위로 가속을 하고 있다. 구하라가 의자를 누르는 힘이 $245\,(\mathrm{N})$으로 나왔다. 의자 질량은 $7.5\,\mathrm{kg}$이다. 구하라와 의자의 가속도는 얼마인가?[7]

구하라 : $\sum F_y = T + F_N - Mg = Ma$,

의자 : $\sum F_y = T - F_N - mg = ma$ (5 + FBD 포함)

$a = \dfrac{2F_N}{M-m} - g = \dfrac{49}{15} = 3.27\mathrm{m/s^2}$(2)

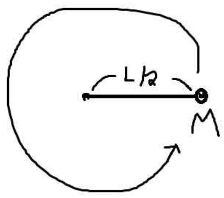
문제 9. 마찰이 없는 수평면에 놓인 길이 L인 막대(질량=M)의 한 끝이 자유롭게 회전할 수 있는 축에 고정되어 있고, 이 축에 대해서 1초에 2회전을 한다. 회전축이 막대에 작용하는 힘의 크기는? [6]

질량중심의 운동은 외력이 결정: $Ma_{cm} = F_{ext}$,

막대에 작용하는 유일한 외력은 회전축이 당기는 힘이므로 질량중심의 운동을 고려하면 막대를 당기는 힘을 구할 수 있다.

막대를 당기는 힘이 질량중심이 원운동하는데 필요한 구심력 역학을 한다.

막대의 질량중심은 회전축에서 L/2 떨어진 지점. (3)



$$\text{회전축당김힘}(F) = \text{구심력} = M\frac{v^2}{L/2} = \frac{2Mv^2}{L}$$

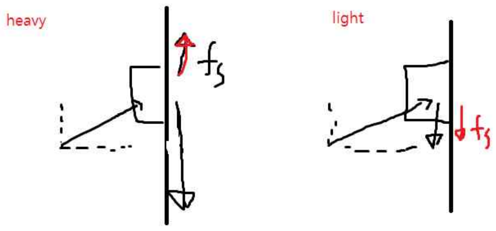
1초에 2회전이므로 주기 1/2(s): $v = \dfrac{2\pi L/2}{1/2} = 2\pi L$

$F = 8\pi^2 ML$**(3)**

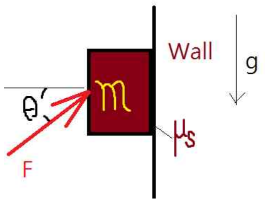
문제 10. 그림과 같이 질량 m인 물체를 벽에 대고 비스듬히 힘을 주어 움직이지 않게 밀고 있다.

(a) $\theta \neq 0$일 때 마찰력의 방향을 알 수 있는가?[4]

물체가 충분히 무거울 때는 미는 힘의 수직성분과 정지마찰력이 물체의 무게를 상쇄. 물체가 가벼운 때는 미는 힘의 수직성분이 무게와 정지마찰력 상쇄-->알 수 없음.



(b) 벽에 수직으로 밀 때, 표면이 거칠수록 더 작은 힘이 필요함을 설명하라.[6]



정지조건: $\sum F_x = F - F_N = 0, \sum F_y = f_s - mg = 0$, (3점) (자유물체도 포함)

$f_s \leq \mu_s F_N, \rightarrow mg \leq \mu_s F \rightarrow F \geq \dfrac{mg}{\mu_s}$ 따라서 지탱하기 위한 최소의 힘은 μ_s가 클수록 더 작다.(3)

문제 11. 질량이 $m = 3\,\mathrm{kg}$ 인 물체의 위치에너지는 $U(x) = 4 - 2x^2 + \frac{1}{4}x^4$ 이다 (이 보존력만 작용한다). U는 J 의 단위로 측정되고 x는 m의 단위로 측정된다. 물체는 $x = 1\,\mathrm{m}$ 지점에서 정지상태에서 출발한다.

(a) 물체의 출발가속도는 얼마인가(방향, 크기)? [3]

$F(x) = -\dfrac{dU}{dx} = 4x - x^3;\ F(x=1) = 4 - 1 = 3\,(\mathrm{N})$

$a = F(x=1)/m = 1\,\mathrm{m/s^2}$.

(b) $x = 1\,(\mathrm{m})$ 에서 출발한 물체가 $x = 2\,(\mathrm{m})$ 지점에 도달하였을 때 물체가 받은 총 일은 얼마인가?[4]

$W = -\Delta U = -U(x=2) + U(x=1) = 2.25\,(\mathrm{J})$

문제 12. 수평방향으로 ℓ 만큼 떨어지고 지면에서 높이 h 인 곳에 원숭이가 있다. 이 원숭이를 사냥하기 위해서는 총알의 속력은 최소한 얼마 이상이어야 하는가?(총알이 발사되는 순간 원숭이는 아래로 떨어진다)[6].

원숭이가 높이 h만큼 낙하하는 시간 : $h = \dfrac{1}{2}gt^2 \rightarrow t_{mon,바닥} = \sqrt{\dfrac{2h}{g}}$

총알이 수평 거리 ℓ(=원숭이 수평위치)을 이동하는 시간 : $t_{bullet} = \dfrac{\ell}{v_x} = \dfrac{\ell}{v_0 \cos\theta}$

원숭이가 바닥에 도달하기 전에 총알이 원숭이에 도달해야 하므로 ($t_{mon,바닥} \geq t_{bullet}$)

$\sqrt{\dfrac{2h}{g}} \geq \dfrac{\ell}{v_0 \cos\theta}$를 만족해야 한다. → $v \geq \underline{\sqrt{\dfrac{g}{2\ell}}\dfrac{\ell}{\cos\theta}}$ (4)

그런데 총알의 조준각도는 원숭이를 겨냥해야 하므로 $\cos\theta = \dfrac{\ell}{\sqrt{\ell^2 + h^2}}$

따라서, $v \geq \sqrt{\dfrac{g(\ell^2 + h^2)}{2h}}$ (2)

또는, 원숭이를 조준하면 항상 원숭이를 맞추므로 총알의 수평도달거리가 원숭이 수평위치를 넘도록 쏘면 된다.

총알수평도달거리 $= \dfrac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} \geq \ell$,

$v_0 \geq \sqrt{\dfrac{g\ell}{\sin 2\theta}} = \sqrt{g\dfrac{\ell}{2\sin\theta\cos\theta}} = \sqrt{\dfrac{g(\ell^2 + h^2)}{2h}}$, ($\sin\theta = \dfrac{h}{\sqrt{\ell^2 + h^2}}$)

● 조준각 θ를 주어진 h, ℓ로 표시하지 않은 경우 적당히 감점함.

유용한 공식

등가속도 운동: $x = x_0 + v_{x0}t + \frac{1}{2}a_x t^2$, $y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}a_y t^2$, $v_x^2 - v_{x0}^2 = 2a_x(x - x_0)$

$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a}$, $f_s \leq \mu_s F_N$, $f_k = \mu_k F_N$, $a_{구심력} = \dfrac{v^2}{r}$, Hook의 법칙: $F = -kx$,

운동에너지: $K = \frac{1}{2}mv^2$, $W = \vec{F} \cdot \vec{d}$, $W = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r}$, 일-운동에너지 정리:$\Delta K = W$

위치에너지:$\Delta U = -W$, $U_g = mgy, U_s = \frac{1}{2}kx^2$, $F_x = -\dfrac{dU}{dx}$, $E = K + U$, $W_{외부} = \Delta E + \Delta E_{th}$

$\vec{p}=m\vec{v}$, $\vec{J}=\int_1^2 \vec{F}dt$, 운동량-충격량 정리: $\Delta\vec{p}=\vec{J}$, $\vec{r}_{cm}=\frac{1}{M}\sum_{k=1}^{n} m_i\vec{r}_i$, $x_{cm}=\frac{1}{M}\sum m_i x_i$, $y_{cm}=\frac{1}{M}\sum m_i y_i$, $M=\sum m_i$

총운동량: $\vec{P}=\sum\vec{p}_i=M\vec{v}_{cm}$, $\frac{d\vec{P}}{dt}=\vec{F}_{외력}$. 운동량 보존법칙: $\vec{P}=$ 일정

$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$, $\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$

*필요한 공식이 없는 경우 시험감독에게 요청하세요.

--끝--