

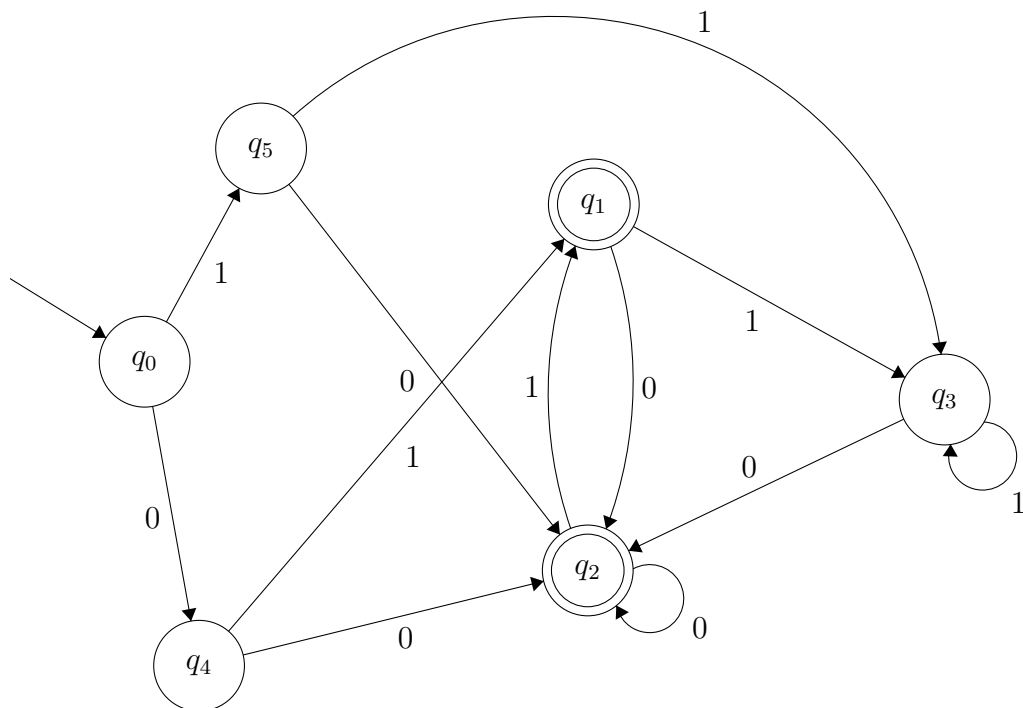
1. (10)

$(a|b)^*a(a|\epsilon)b(a|b)^*$ - заметим, что это все слова, в которых встречается подстрока либо ab либо aab , то так как строки с aab это подмножество строк с ab , можем сказать, что данное регулярное выражение эквивалентно $(a|b)^*ab(a|b)^*$. В таком случае, самой короткой строкой будет "ab" далее, например, "aab" и "bab".

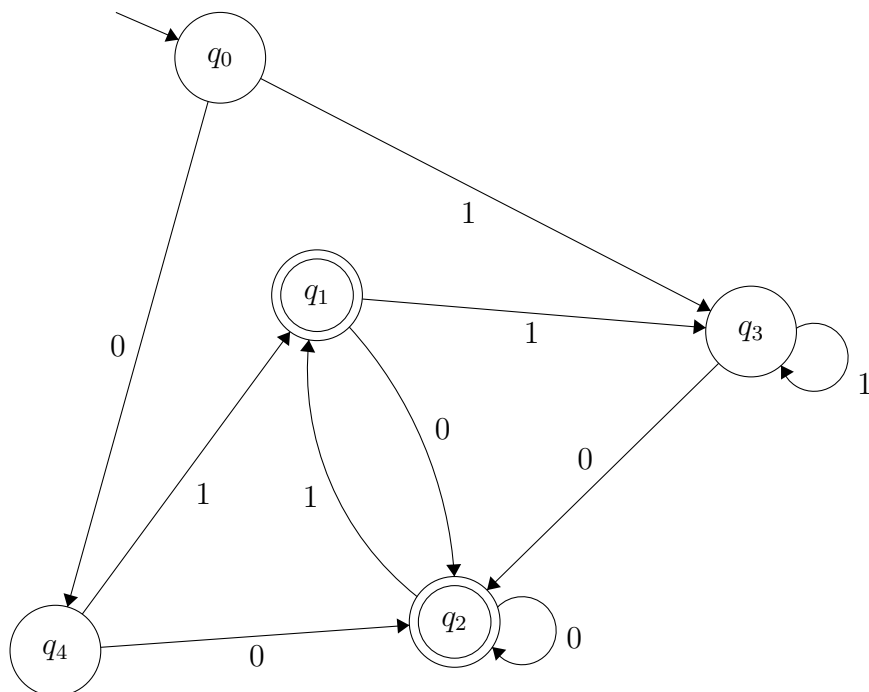
Строки $abbaab$ и $bababa$, очевидно, подходят под регулярное выражение.

2. (2)

$\{w \cdot a \cdot b \mid w \in \{0,1\}^*, a \in \{0,1\}, b \in \{0,1\}, a \text{ and } b = 0\}$ - язык любых последовательностей, которые не заканчиваются на 11



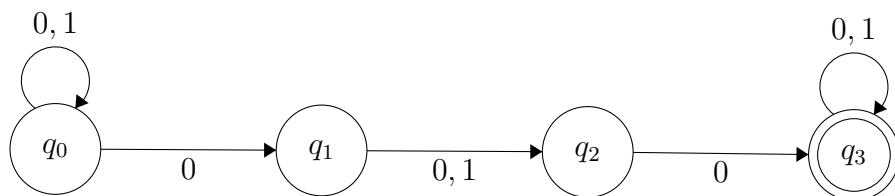
Можно заметить, что вершины q_5 и q_3 можно слить и получить эквивалентный автомат



3. (6) Язык слов, в которых есть либо подстрока 010 либо подстрока 000.

Регулярная грамматика:

Построим по регулярному выражению $(0|1)^*0(0|1)0(0|1)^*$ НКА, потом по НКА регулярную грамматику



$$q_0 \rightarrow 0q_0 | 1q_0 | 0q_1$$

$$q_1 \rightarrow 0q_2 | 1q_2$$

$$q_2 \rightarrow 0q_3$$

$$q_3 \rightarrow 0q_3 | 1q_3 | \epsilon$$

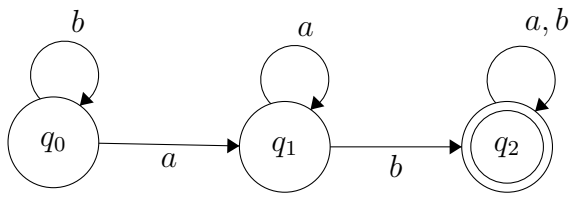
4. (2)

$$\{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \geq |w|_b\}$$

Пусть язык регулярный. Тогда для слова $b^n a^n$ должна выполняться лемма о накачке. Но она не выполняется, так как какую бы подстроку из первых n символов мы не взяли, при ее дублировании (пусть два раза), получившееся слово не будет лежать в языке. Следовательно, язык нерегулярный.

5. (10)

$(a|b)^* ab(a|b)^*$ - уже доказала, что регулярное выражение из задания эквивалентно такому регулярному выражению.



Нам не подходят только строки, в которых за a никогда не следует b . Тогда сначала пропустим все b , пройдем по первой попавшейся a и будем ждать первого момента, когда за a идет b . Далее строка уже нам подходит и чтобы ни шло дальше, она нам будет подходить, поэтому делаем петлю в терминальном состоянии.