Студент: Антон Клочков
Группа: M4140
Дата: 31 марта 2021 г.

---

1. Задание 1.

   (a) Вариант 2.
   Применим обратную лемму о накачке.
   Возьмем слово: $\omega = b^n a^n$. Видим, что оно является словом языка.
   Пусть
   $x = b^b, 0 \leq b < n$
   $y = b^l, 0 < l \leq n$
   $z = b^{n-l-b} a^n$
   Пусть $k = 2$, тогда:
   $xy^k z = xz = b^b b^{2l} b^{n-l-b} a^n = b^{n+l} a^n$ — не принадлежит языку, а значит язык не является регулярным.

   (b) Вариант 6.
   Применим обратную лемму о накачке.
   Возьмем слово: $\omega = b^n a a^{n-1}$. Видим, что оно является словом языка.
   Пусть $x = \epsilon$, тогда $y = b^l, 0 < l \leq n, z = b^{n-l} a a^{n-1}$. Если $k = 0$, то $xy^k z = z = b^{n-l} a a^{n-1}$ что не является словом языка.
   Пусть $x \neq \epsilon$, тогда $x = b^b, 0 \leq l < n, y = b^l, 0 < l \leq n, z = b^{n-l-b} a a^{n-1}$. Если $k = 0$, то $xy^k z = xz = b^{n-l} a a^{n-1}$ что не является словом языка.

   (c) Вариант 8.
   Применим обратную лемму о накачке.
   Возьмем слово: $\omega = b^n a^n$. Видим, что оно является словом языка.
   Пусть
   $x = b^b, 0 \leq b < n$
   $y = b^l, 0 < l \leq n$
   $z = b^{n-l-b} a^n$
   Пусть $k = 2$, тогда:
   $xy^k z = xz = b^b b^{2l} b^{n-l-b} a^n = b^{n+l} a^n$ — не принадлежит языку, а значит язык не является регулярным.

2. Задание 2.

   (a) Первый символ должен быть каким угодно. При этом мы должны оставлять возможность, чтобы между символами $a \ldots a$ или $b \ldots b$ были другие символы. Но на самом деле между a могут быть b, в противном случае, если их нет, то мы возьмем 2 последние a, а остальное отдадим на откуп $(a|b)^*$. Аналогично с b, только там a.
   Тогда упрощенное регулярное выражение: $(a|b)^*(a\ b^*\ a \mid b\ a^*\ b)$

   (b) Раскроем, какая строка получается для регулярного выражения:
   $aa^{k_1}(ba)^{k_2}a^{k_3} \ldots b^{k_m}$
   Заметим что её можем переписать в следующем виде:
   $aa^{k_1-1}(ab)^{k_2}a^{k_3+1} \ldots a^{k_{m-1}-1}(ab)^{k_m}$

В этой строке важно заметить, что если изначально $k_1 = 0$, то была перед ней буква a, которую мы могли взять.

Также заметим, что во втором случае мы так же сохраняем тот факт, что на конце как может быть b, так может и не быть.

Ну и так же заметим, что если в исходном выражении было ba, то оно останется в новом выражении:

было: $\ldots a^m (ba)^n \ldots$

стало: $\ldots a^{m-1} (ab)^n a \ldots$

Заметим, что регулярное выражение так же принимает пустую строку.

Таким образом упрощенное регулярное выражение принимает вид: $(a|ab)^*$

(c) Для начала заметим, что регулярное выражение принимает пустую строку. А значит появление e или f свидетельствует о том, что строка далее должна совпадать с e^* или f^* соответственно. Но это значит, что регулярное выражение принимает много подстрок типа e или много подстрок типа f.

Таким образом упрощенное регулярное выражение принимает вид: $e^*|f^*$.