1. Существует ли детерминированный конечный автомат, порождающий язык $\{a^k \omega b^k | k \geq 0, \omega \in \{a,b\}^*, |\omega|_a \leq 3\}$. Если да, построить; если нет — обосновать.

   Утверждается, что ДКА, порождающего представленный язык L не существует, иными словами язык не является регулярным.

   Допустим L является регулярным.

   Тогда, по лемме о накачке для регулярных языков, существует такое натуральное число n, что для любого слова $w \in L$, такого что $|w| \geq n$, существуют такие $x, y, z \in \Sigma^*$, что $xyz = w$, при том что $|xy| \leq n, y \neq \varepsilon$ и $\forall i \in Z_{0+}, xy^iz \in L$.

   Утверждается, что для любого предоставленного n можно представить слово $\in L$, но для которого вышеупомянутые свойства не выполняются.

   Подобным словом будет: $k = n, \omega = aaa$ ($a^k aaab^k$)

   Так как $|xy| \leq n$, то y в этом слове состоит из 'a', однако при $i > n$ полученная строка не будет принадлежать L, потому что

   (a) $a^m\ aaa\ b^k,\ m > k,$
   (b) $a^k\ a^{m-k}\ aaa\ b^k,\ \omega = a^{m-k}aaa$
   (c) однако, так как $i > n$, то $m - k \geq 1$,
   (d) что противоречит правилу $|w|_a \leq 3$.

   Из этого можно заключить, что необходимое для регулярности языка свойство не выполняется, а значит язык не является регулярным и, следовательно, ДКА, порождающего этот язык, не существует.