Введение в логическое и реляционное программирование

Екатерина Вербицкая

Лаборатория языков инструментов JetBrains

25 июля 2021

Декларативное программирование, основанное на формальной логике

Логическое программирование: пример

$$\forall x.human(x) \rightarrow mortal(x)$$

$$human(Socrates)$$

Смертен ли Сократ?

Логическое программирование: пример

$$\forall xz.\exists y.child(x, y) \wedge child(y, z) \to grandchild(x, z)$$

Логическое программирование: пример

$$\forall hxyz.(append\ []\ y\ y \vee (append\ x\ y\ z \to append\ (h :: x)\ y\ (h :: z)))$$

Задача

Реализовать предикат, проверяющий, что лист является палиндромом.

```
palindrom(X) :- ...

?- palindrom([1,2,3,4,3,2,1]).
true

?- palindrom([1,2,4,3,3,2,1]).
false

?- palindrom([X, Y, X]).
true
```

Как это работает: унификация

$$\mathcal{T} = \mathcal{V} \mid \mathcal{C}^n(t_1, \ldots, t_n)$$

Даны два терма t, s

Задача: найти подстановку на свободных переменных термов (унификатор) θ, такую что

$$t\theta = s\theta$$

Унификаторы: примеры

$$
\begin{array}{r|l}
X \equiv Y & \langle X \mapsto Y \rangle \\
X \equiv Y & \langle Y \mapsto X \rangle \\
X \equiv X & \langle \rangle \\
 & \\
a \equiv b & \mathit{failure} \\
a(X, b) \equiv a(c, Y) & \langle X \mapsto c, Y \mapsto b \rangle \\
a(X, b) \equiv a(c, X) & \mathit{failure} \\
 & \\
a(X, b(Y)) \equiv a(b(Z), b(W)) & \langle X \mapsto b(Z), Y \mapsto W \rangle \\
a(X, b(Y)) \equiv a(b(Z), c(W)) & \mathit{failure} \\
a(X, b(X), X) \equiv a(b(Y), b(b(Z)), Z) & \mathit{failure}
\end{array}
$$

Как это работает: дизъюнкты Хорна

Дизъюнкт Хорна — дизъюнктивный одночлен с не более чем одним положительным литералом

a.k.a.

$$\neg p \vee \neg q \vee \cdots \vee \neg t \vee u$$

a.k.a.

$$(p \wedge q \wedge \cdots \wedge t) \to u$$

a.k.a.

```
u :- p, q, ..., t.
```

Как это работает: правило резолюций

$$\frac{p \lor a, \ \neg p \lor b}{a \lor b}$$

Правило резолюций: пробуем опровергнуть

$$\frac{p \vee a, \ \neg p \vee b}{a \vee b}$$

$$(p \vee a) \wedge (\neg p \vee b) \rightarrow a \vee b$$

Надо, чтобы:

$$(p \vee a) \wedge (\neg p \vee b) \equiv true$$

$$a \vee b \equiv false$$

Если $p \equiv true$, b должна быть $true$
Если $p \equiv false$, a должна быть $true$
В этих случаях $a \vee b \equiv true$

Правило резолюции: modus ponens на стероидах

$$\frac{p,\ p \to b}{b}$$

$$\frac{p,\ \neg p \vee b}{b}$$

$$\frac{p \vee a,\ \neg p \vee b}{a \vee b}$$

$$\frac{p \vee a_1 \vee a_2 \vee \dots \vee a_k,\ \neg p \vee b_1 \vee b_2 \vee \dots \vee b_l}{a_1 \vee a_2 \vee \dots \vee a_k \vee b_1 \vee b_2 \vee \dots \vee b_l}$$

Метод резолюций обобщает доказательство от противного

Чтобы доказать, что утверждение следует из заданного набора аксиом, добавляем его с отрицанием, пользуемся методом резолюций.

Пример использования метода резолюций

Все люди — смертны. Я — человек. Я смертен?

```
mortal(X) :- human(X).
human(me).
?- mortal(me).
```

$$\neg human(X) \vee mortal(X)$$
$$human(me)$$
$$\neg mortal(me)$$

При подстановке $\langle X \mapsto me \rangle$

$$\neg human(me) \vee mortal(me)$$
$$human(me)$$
$$\neg mortal(me)$$

$$mortal(me)$$
$$\neg mortal(me)$$