

# Введение в логическое и реляционное программирование

Екатерина Вербицкая

Лаборатория языков инструментов JetBrains

25 июля 2021

<https://bit.ly/3iDsxtA>



Декларативное программирование, основанное на формальной логике

$$\forall x. human(x) \rightarrow mortal(x)$$
$$human(Socrates)$$

Смертен ли Сократ?

$$\forall xz. \exists y. child(x, y) \wedge child(y, z) \rightarrow grandchild(x, z)$$

## Логическое программирование: пример

$$\forall hxyz. (\text{append } [] y y \vee (\text{append } x y z \rightarrow \text{append } (h :: x) y (h :: z)))$$

## Задача

Реализовать предикат, проверяющий, что лист является палиндромом.

```
palindrom(X) :- ...
```

```
?- palindrom([1,2,3,4,3,2,1]).  
true
```

```
?- palindrom([1,2,4,3,3,2,1]).  
false
```

```
?- palindrom([X, Y, X]).  
true
```

## Как это работает: унификация

$$\mathcal{T} = \mathcal{V} \mid C^n(t_1, \dots, t_n)$$

Даны два терма  $t, s$

Задача: найти подстановку на свободных переменных термов (унификатор)  $\theta$ , такую что

$$t\theta = s\theta$$



# Унификаторы: примеры

$$X \equiv Y \quad | \quad \langle X \mapsto Y \rangle$$

$$X \equiv Y \quad | \quad \langle Y \mapsto X \rangle$$

$$X \equiv X \quad | \quad \langle \rangle$$

$$a \equiv b \quad | \quad \text{failure}$$

$$a(X, b) \equiv a(c, Y) \quad | \quad \langle X \mapsto c, Y \mapsto b \rangle$$

$$a(X, b) \equiv a(c, X) \quad | \quad \text{failure}$$

$$a(X, b(Y)) \equiv a(b(Z), b(W)) \quad | \quad \langle X \mapsto b(Z), Y \mapsto W \rangle$$

$$a(X, b(Y)) \equiv a(b(Z), c(W)) \quad | \quad \text{failure}$$

$$a(X, b(X), X) \equiv a(b(Y), b(b(Z)), Z) \quad | \quad \text{failure}$$

# Как это работает: дизъюнкты Хорна

*Дизъюнкт Хорна* — дизъюнктивный одночлен с не более чем одним положительным литералом

a.k.a.

$$\neg p \vee \neg q \vee \dots \vee \neg t \vee u$$

a.k.a.

$$(p \wedge q \wedge \dots \wedge t) \rightarrow u$$

a.k.a.

$$u :- p, q, \dots, t.$$

## Как это работает: правило резолюций

$$\frac{p \vee a, \neg p \vee b}{a \vee b}$$

## Правило резолюций: пробуем опровергнуть

$$\frac{p \vee a, \neg p \vee b}{a \vee b}$$

$$(p \vee a) \wedge (\neg p \vee b) \rightarrow a \vee b$$

Надо, чтобы:

$$(p \vee a) \wedge (\neg p \vee b) \equiv true$$

$$a \vee b \equiv false$$

Если  $p \equiv true$ ,  $b$  должна быть  $true$

Если  $p \equiv false$ ,  $a$  должна быть  $true$

В этих случаях  $a \vee b \equiv true$

## Правило резолюции: *modus ponens* на стероидах

$$\frac{p, p \rightarrow b}{b}$$

$$\frac{p, \neg p \vee b}{b}$$

$$\frac{p \vee a, \neg p \vee b}{a \vee b}$$

$$\frac{p \vee a_1 \vee a_2 \vee \cdots \vee a_k, \neg p \vee b_1 \vee b_2 \vee \cdots \vee b_l}{a_1 \vee a_2 \vee \cdots \vee a_k \vee b_1 \vee b_2 \vee \cdots \vee b_l}$$

## Обобщаем правило резолюции

$$\frac{p_1 \vee a, \neg p_2 \vee b}{(a \vee b)\theta} p_1 \equiv p_2\theta$$

# Метод резолюций обобщает доказательство от противного

Имеем набор фактов и предикатов, хотим проверить, верна ли некоторая цель

Добавляем отрицание цели к имеющимся предикатам

Ищем контрарные литералы, удаляем их

Если в конце осталось пустое множество атомов, значит, цель выполняема

## Пример использования метода резолюций

Все люди — смертны. Я — человек. Я смертен?

`mortal(X) :- human(X).`

`human(me).`

`?- mortal(me).`

$$\begin{array}{l} \neg human(X) \vee mortal(X) \\ human(me) \\ \neg mortal(me) \end{array}$$

При подстановке  $\langle X \mapsto me \rangle$

$$\begin{array}{l} \neg human(me) \vee mortal(me) \\ human(me) \\ \neg mortal(me) \\ mortal(me) \\ \neg mortal(me) \end{array}$$