Введение в логическое и реляционное программирование

Екатерина Вербицкая

Лаборатория языков инструментов JetBrains

25 июля 2021

Материалы

https://bit.ly/3iDsxtA

Логическое программирование

Декларативное программирование, основанное на формальной логике

Логическое программирование: пример

$$\forall x. human(x) \to mortal(x)$$

$$human(Socrates)$$

Смертен ли Сократ?

Логическое программирование: пример

$$\forall xz.\exists y.child(x, y) \wedge child(y, z) \rightarrow grandchild(x, z)$$

Задача

Реализовать предикат, проверяющий, что один человек – внучатый племянник другого.

Логическое программирование: пример

$$\forall hxyz.(append\ []\ y\ y \vee (append\ x\ y\ z \rightarrow append\ (h :: x)\ y\ (h :: z)))$$

Задача

Реализовать предикат, проверяющий, что лист является палиндромом.

```
palindrom(X) :- ...

?- palindrom([1,2,3,4,3,2,1]).
true

?- palindrom([1,2,4,3,3,2,1]).
false

?- palindrom([X, Y, X]).
true
```

Задача

Реализовать предикат zip.

```
zip(Xs, Ys, Zs) :- ...

?- zip([1,2], [3,4], [(1,3), (2,4)]).
true

?- zip([1,2], [3,4], X).
X = [(1, 3), (2, 4)].

?- zip(X, Y, [(1,2), (3,4)]).
X = [1, 3],
Y = [2, 4].

?- zip([], [1], X).
false.
```

Как это работает: правило резолюций

$$\frac{p \vee a,\ \neg p \vee b}{a \vee b}$$

Правило резолюций: пробуем опровергнуть

$$\frac{p \vee a, \ \neg p \vee b}{a \vee b}$$

$$(p \vee a) \wedge (\neg p \vee b) \rightarrow a \vee b$$

Надо, чтобы:

$$(p \vee a) \wedge (\neg p \vee b) \equiv true$$

$$a \vee b \equiv false$$

Если $p \equiv true$, b должна быть $true$
Если $p \equiv false$, a должна быть $true$
В этих случаях $a \vee b \equiv true$

Правило резолюции: modus ponens на стероидах

$$\frac{p,\ p \to b}{b}$$

$$\frac{p,\ \neg p \vee b}{b}$$

$$\frac{p \vee a,\ \neg p \vee b}{a \vee b}$$

$$\frac{p \vee a_1 \vee a_2 \vee \cdots \vee a_k,\ \neg p \vee b_1 \vee b_2 \vee \cdots \vee b_l}{a_1 \vee a_2 \vee \cdots \vee a_k \vee b_1 \vee b_2 \vee \cdots \vee b_l}$$

Метод резолюций обобщает доказательство от противного

Имеем набор фактов и предикатов, хотим проверить, верна ли некоторая цель

Добавляем отрицание цели к имеющимся предикатам

Ищем контрарные литералы, удаляем их

Если в конце осталось пустое множество атомов, значит, цель выполнима

Как это работает: унификация

$$\mathcal{T} = \mathcal{V} \mid \mathcal{C}^n(t_1, \dots, t_n)$$

Даны два терма t, s

Задача: найти подстановку на свободных переменных термов (унификатор) θ, такую что

$$t\theta = s\theta$$

Унификаторы: примеры

$$
\begin{array}{r|l}
X \equiv Y & \langle X \mapsto Y \rangle \\
X \equiv Y & \langle Y \mapsto X \rangle \\
X \equiv X & \langle \rangle \\
& \\
a \equiv b & \mathit{failure} \\
a(X, b) \equiv a(c, Y) & \langle X \mapsto c, Y \mapsto b \rangle \\
a(X, b) \equiv a(c, X) & \mathit{failure} \\
& \\
a(X, b(Y)) \equiv a(b(Z), b(W)) & \langle X \mapsto b(Z), Y \mapsto W \rangle \\
a(X, b(Y)) \equiv a(b(Z), c(W)) & \mathit{failure} \\
a(X, b(X), X) \equiv a(b(Y), b(b(Z)), Z) & \mathit{failure}
\end{array}
$$

Обобщаем правило резолюции

$$\frac{p_1 \vee a, \ \neg p_2 \vee b}{(a \vee b)\theta} p_1 \equiv p_2\theta$$

Как это работает: дизъюнкты Хорна

Дизъюнкт Хорна — дизъюнктивный одночлен с не более чем одним положительным литералом

a.k.a.

$$\neg p \vee \neg q \vee \cdots \vee \neg t \vee u$$

a.k.a.

$$(p \wedge q \wedge \cdots \wedge t) \rightarrow u$$

a.k.a.

```
u :- p, q, ..., t.
```

SLD-резолюция

Имеем цель с выделенным атомом L_i:

$$\neg L_1 \lor \cdots \lor \neg L_i \lor \cdots \lor \neg L_n$$

Находим определение, чья голова унифицируема с L_i:

$$\neg K_1 \lor \cdots \lor \neg K_m \lor L$$

По правилу резолюции получаем резольвенту:

$$\neg L_1 \lor \cdots \lor \neg K_1 \lor \cdots \lor \neg K_m \lor \cdots \lor \neg L_n$$

Продолжаем, пока цель не станет пустой

Пример использования метода резолюций

Все люди — смертны. Я — человек. Я смертен?

```
mortal(X) :- human(X).
human(me).
?- mortal(me).
```

$$\neg human(X) \vee mortal(X)$$
$$human(me)$$
$$\neg mortal(me)$$

При подстановке $\langle X \mapsto me \rangle$

$$\neg human(me) \vee mortal(me)$$
$$human(me)$$
$$\neg mortal(me)$$

$$mortal(me)$$
$$\neg mortal(me)$$

SLD-резолюция: особенности

- Поиск в глубину
- Порядок дизъюнкций важен
- Порядок конъюнкций важен
- Поиск не полон

На что посмотреть дальше

- Реляционное программирование: miniKanren
  - Поиск полон
  - Легковесный, встраиваемый язык
  - `http://minikanren.org/`
- Logica: язык запросов от Google, основанный на Datalog
  - `https://opensource.googleblog.com/2021/04/logica-organizing-your-data-queries.html`
- Функционально-логический язык mercury
  - `https://mercurylang.org/`