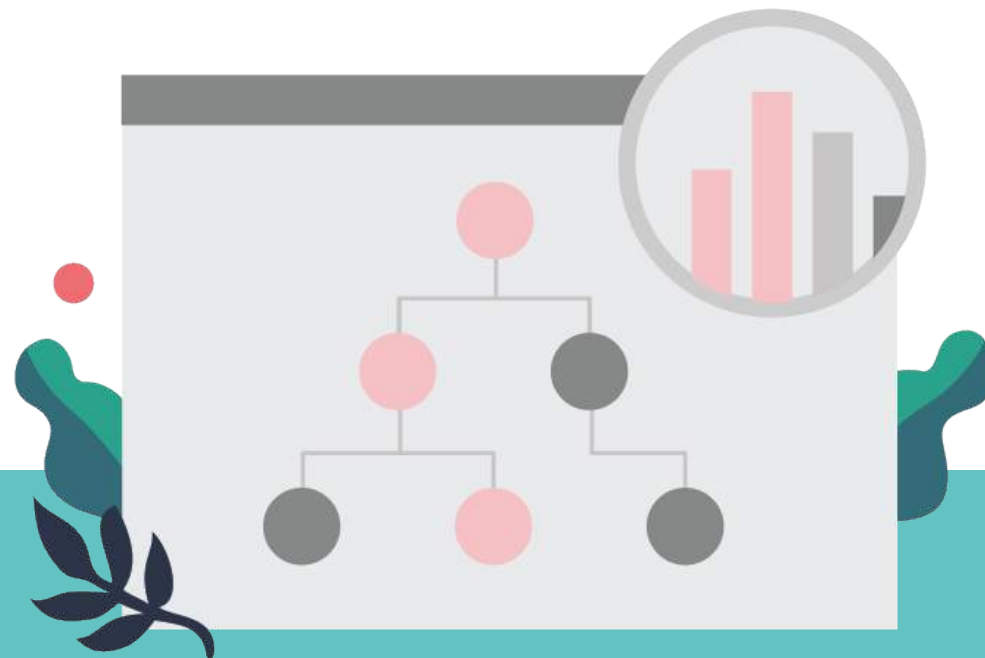


# /\* 데이터 구조 및 알고리즘 \*/

신현규 강사, 화/목 20:00

힙



/\* elice \*/

# 주차별 커리큘럼

1주차    과정 소개, 배열, 연결리스트, 클래스

2주차    스택, 큐, 해싱

3주차    시간복잡도

4주차    트리, 트리순회, 재귀호출

5주차    힙

6주차    그래프 소개, DFS

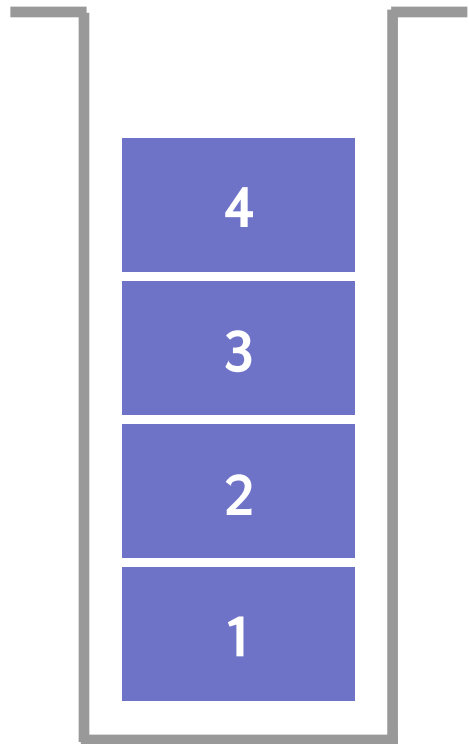
7주차    그래프 심화, BFS

8주차    강의 요약, 알고리즘 과정 소개

# 컴퓨터를 이용한 문제 해결 과정

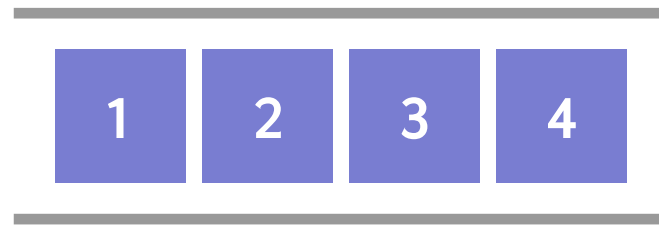
1. 문제를 정확히 이해한다
2. 문제를 해결하는 알고리즘을 개발한다
3. 알고리즘이 문제를 해결한다는 것을 증명한다
4. 알고리즘이 제한시간 내에 동작한다는 것을 보인다
5. 알고리즘을 코드로 작성한다
6. 제출 후 만점을 받고 매우 기뻐한다

# 대표적인 자료구조



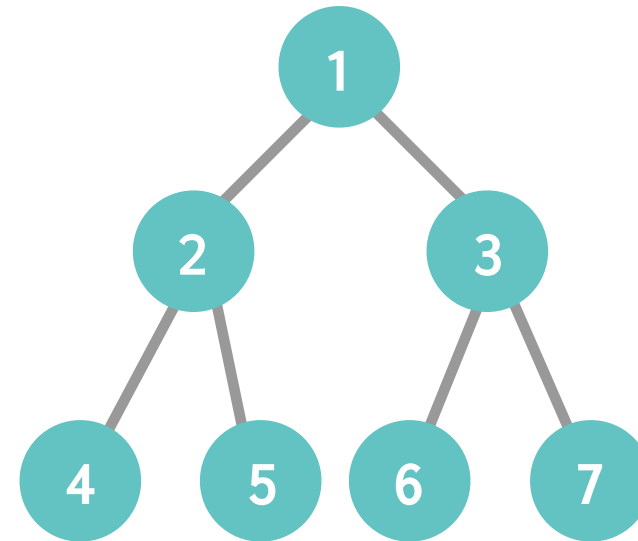
**스택 (Stack)**

Last In First Out

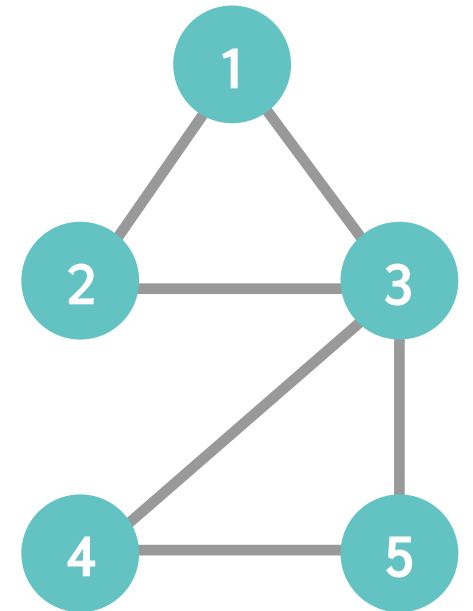


**큐 (Queue)**

First In First Out



**트리 (Tree)**



**그래프 (Graph)**

# 재귀함수의 올바른 디자인 및 해석

재귀함수를 디자인하기 위해서는 다음 세 가지 단계를 명심하자

1. 함수의 정의를 명확히 한다.
2. 기저 조건(Base condition)에서 함수가 제대로 동작하게 작성한다.
3. 그 후, 함수가 (작은 input에 대하여) 제대로 동작한다고 가정하고 함수를 완성한다.

# [예제 3] 거듭제곱 구하기

$m^n$ 을 구하시오

(단,  $1 \leq n \leq 1,000,000,000$ )

입력의 예

3 4

출력의 예

81

# 재귀함수의 올바른 디자인 및 해석

재귀함수를 디자인하기 위해서는 다음 세 가지 단계를 명심하자

1. 함수의 정의를 명확히 한다.
2. 기저 조건(Base condition)에서 함수가 제대로 동작하게 작성한다.
3. 그 후, 함수가 (작은 input에 대하여) 제대로 동작한다고 가정하고 함수를 완성한다.

# [예제 3] 거듭제곱 구하기

$$m^n = m \times m \times \dots \times m$$

1. 함수의 정의를 명확히 한다.



# [예제 3] 거듭제곱 구하기

$$m^n = m \times m \times \dots \times m$$

## 1. 함수의 정의를 명확히 한다.

getPower(m, n) :  $m^n$  을 반환하는 함수

# [예제 3] 거듭제곱 구하기

$$m^n = m \times m \times \dots \times m$$

getPower(m, n) :  $m^n$  을 반환하는 함수

2. 기저 조건(Base condition)에서 함수가 제대로 동작하게 작성한다.

# [예제 3] 거듭제곱 구하기

$$m^n = m \times m \times \dots \times m$$

getPower(m, n) :  $m^n$  을 반환하는 함수

2. 기저 조건(Base condition)에서 함수가 제대로 동작하게 작성한다.

$$\text{getPower}(m, 0) = 1$$

# [예제 3] 거듭제곱 구하기

$$m^n = m \times m \times \dots \times m$$

getPower(m, n) :  $m^n$  을 반환하는 함수

3. 그 후, 함수가 (작은 input에 대하여) 제대로 동작한다고 가정하고 함수를 완성한다.

# [예제 3] 거듭제곱 구하기

$$m^n = m \times m \times \dots \times m$$

getPower(m, n) :  $m^n$  을 반환하는 함수

3. 그 후, 함수가 (작은 input에 대하여) 제대로 동작한다고 가정하고 함수를 완성한다.

$$\text{getPower}(m, n) = m \times \text{getPower}(m, n-1)$$

# [예제 3] 거듭제곱 구하기

$$m^n = m \times m \times \dots \times m$$

getPower(m, n) :  $m^n$  을 반환하는 함수

getPower(m, 0) = 1

getPower(m, n) = m x getPower(m, n-1)

정의

점화식

기저조건  
(Base condition)

# [예제 3] 거듭제곱 구하기

$$m^n = m \times m \times \dots \times m$$

getPower(m, n) :  $m^n$  을 반환하는 함수

```
def getPower(m, n) :  
    if n == 0 :  
        return 1  
    else :  
        return m * getPower(m, n-1)
```

# [예제 3] 거듭제곱 구하기

$$m^n = m \times m \times \dots \times m$$

getPower(m, n) :  $m^n$  을 반환하는 함수

```
def getPower(m, n) :  
    if n == 0 :  
        return 1  
    else :  
        return m * getPower(m, n-1)
```

**O(n)**



# [예제 3] 거듭제곱 구하기

$$m^n = m \times m \times \dots \times m$$

getPower(m, n) :  $m^n$  을 반환하는 함수

# [예제 3] 거듭제곱 구하기

$$m^n = m \times m \times \dots \times m$$

getPower(m, n) :  $m^n$  을 반환하는 함수

$$m^n = (m^{(n/2)})^2 \quad n \text{이 짝수일 경우}$$

# [예제 3] 거듭제곱 구하기

$$m^n = m \times m \times \dots \times m$$

getPower(m, n) :  $m^n$  을 반환하는 함수

$$m^n = (m^{(n/2)})^2 \quad n \text{이 짝수일 경우}$$

$$(m^{n-1}) \times m \quad n \text{이 홀수일 경우}$$

# [예제 3] 거듭제곱 구하기

$$m^n = m \times m \times \dots \times m$$

getPower(m, n) :  $m^n$  을 반환하는 함수

getPower(m, n) =

n이 짝수

getPower(m, n) =

n이 홀수

# [예제 3] 거듭제곱 구하기

$$m^n = m \times m \times \dots \times m$$

getPower(m, n) :  $m^n$  을 반환하는 함수

$$\text{getPower}(m, n) = (\text{getPower}(m, n//2))^2 \quad n0 \text{이 짝수}$$

$$\text{getPower}(m, n) = m \times \text{getPower}(m, n-1) \quad n0 \text{이 홀수}$$

# [예제 3] 거듭제곱 구하기

$$m^n = m \times m \times \dots \times m$$

getPower(m, n) :  $m^n$  을 반환하는 함수

```
def getPower(m, n) :  
    if n == 0 :  
        return 1  
    elif n % 2 == 0 :  
        temp = getPower(m, n//2)  
        return temp * temp  
    else :  
        return getPower(m, n-1) * m
```

# [예제 3] 거듭제곱 구하기

$$m^n = m \times m \times \dots \times m$$

getPower(m, n) :  $m^n$  을 반환하는 함수

```
def getPower(m, n) :  
    if n == 0 :  
        return 1  
    elif n % 2 == 0 :  
        temp = getPower(m, n//2)  
        return temp * temp  
    else :  
        return getPower(m, n-1) * m
```

**$O(\log n)$**

# [예제 1] 퀵정렬 구현하기

숫자 n개를 오름차순으로 정렬하시오  
(단,  $1 \leq n \leq 1,000,000$ )

입력의 예

10 2 3 4 5 6 9 7 8 1

출력의 예

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10



# 퀵정렬 (Quick Sort)

재귀호출을 이용한 대표적인 정렬

4	7	4	2	10	19	2	4	5	3	1	5
---	---	---	---	----	----	---	---	---	---	---	---

# 퀵정렬 (Quick Sort)

재귀호출을 이용한 대표적인 정렬

4	7	4	2	10	19	2	4	5	3	1	5
---	---	---	---	----	----	---	---	---	---	---	---

pivot

# 퀵정렬 (Quick Sort)

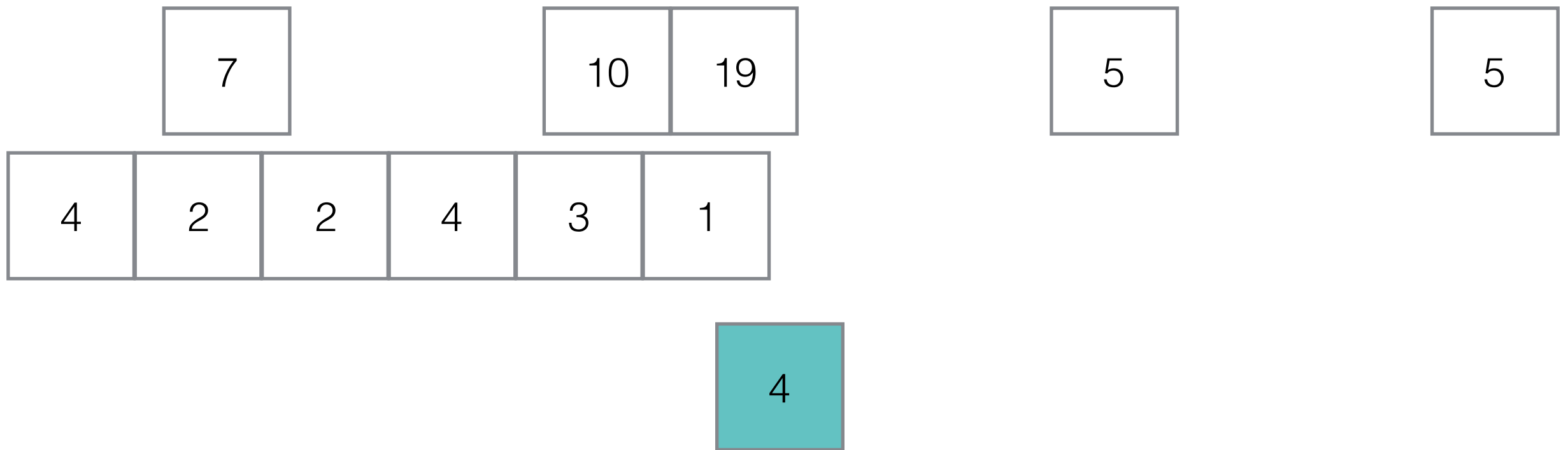
재귀호출을 이용한 대표적인 정렬

7	4	2	10	19	2	4	5	3	1	5
---	---	---	----	----	---	---	---	---	---	---



# 퀵정렬 (Quick Sort)

재귀호출을 이용한 대표적인 정렬



# 퀵정렬 (Quick Sort)

재귀호출을 이용한 대표적인 정렬

4	2	2	4	3	1
---	---	---	---	---	---

7	10	19	5	5
---	----	----	---	---

4
---

# 퀵정렬 (Quick Sort)

재귀호출을 이용한 대표적인 정렬

4	2	2	4	3	1	4	7	10	19	5	5
---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	---	---

# 퀵정렬 (Quick Sort)

재귀호출을 이용한 대표적인 정렬

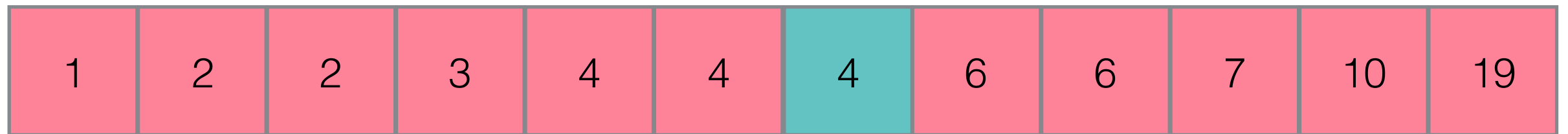
4	2	2	4	3	1	4	7	10	19	5	5
---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	---	---

**Quicksort!**

**Quicksort!**

# 퀵정렬 (Quick Sort)

재귀호출을 이용한 대표적인 정렬



**Quicksort!**

**Quicksort!**



# 퀵정렬 (Quick Sort)

재귀호출을 이용한 대표적인 정렬

1	2	2	3	4	4	4	6	6	7	10	19
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----

**Quicksort!**

**Quicksort!**

# 퀵정렬의 자세한 단계

4	7	4	2	10	19	2	4	5	3	1	5
---	---	---	---	----	----	---	---	---	---	---	---

# 퀵정렬의 자세한 단계

4	7	4	2	10	19	2	4	5	3	1	5
---	---	---	---	----	----	---	---	---	---	---	---

pivot

# 퀵정렬의 자세한 단계

4	2	2	4	3	1	4	7	10	19	5	5
---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	---	---

# 퀵정렬의 자세한 단계

1	2	2	3	4	4	4	7	10	19	5	5
---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	---	---

# 퀵정렬의 자세한 단계

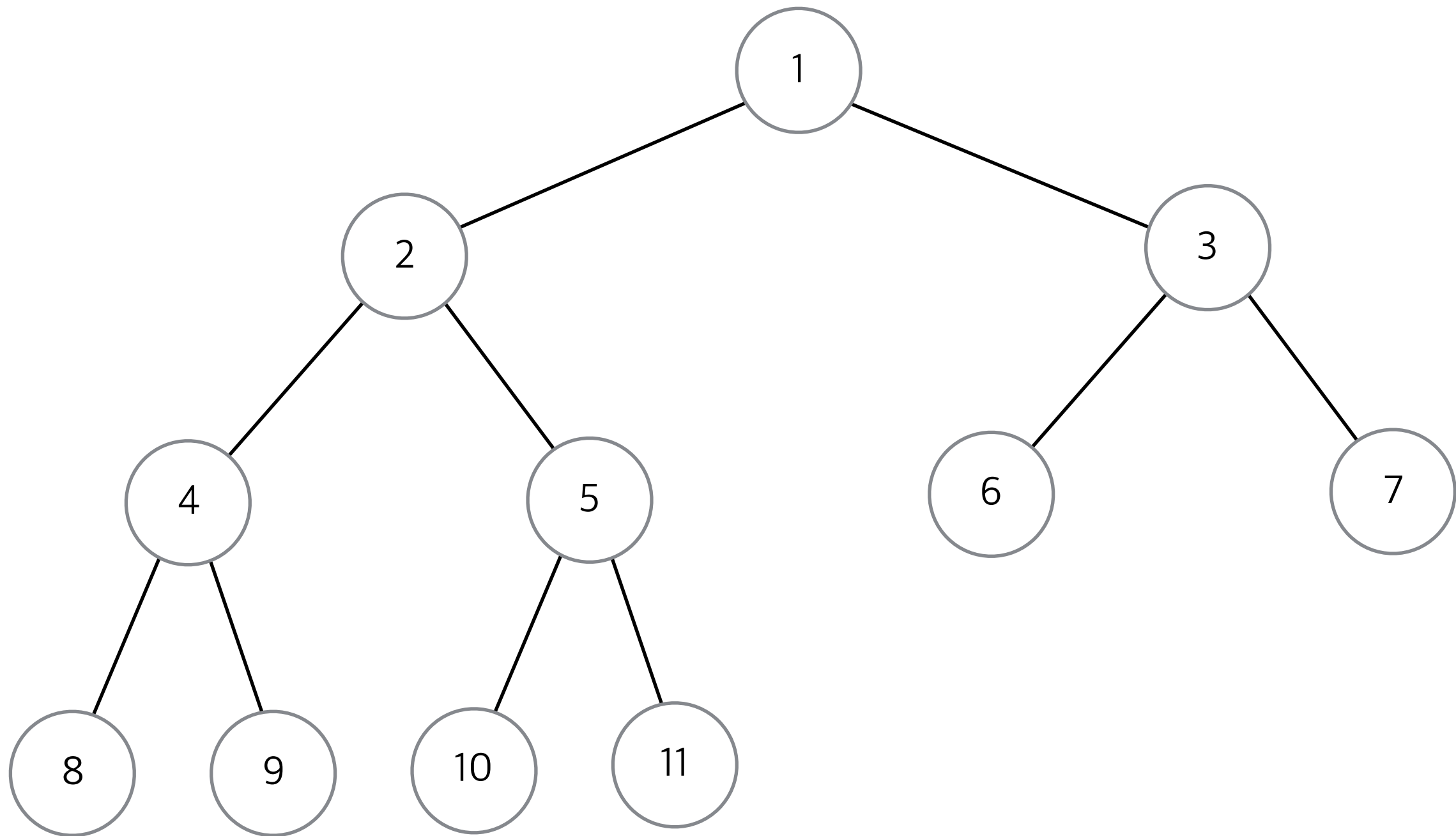
1	2	2	3	4	4	4	5	5	7	10	19
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----

# 퀵정렬의 자세한 단계

1	2	2	3	4	4	4	5	5	7	10	19
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----

# 완전 이진 트리

## (Complete binary tree)





# [예제 1] 완전 이진 트리의 순회

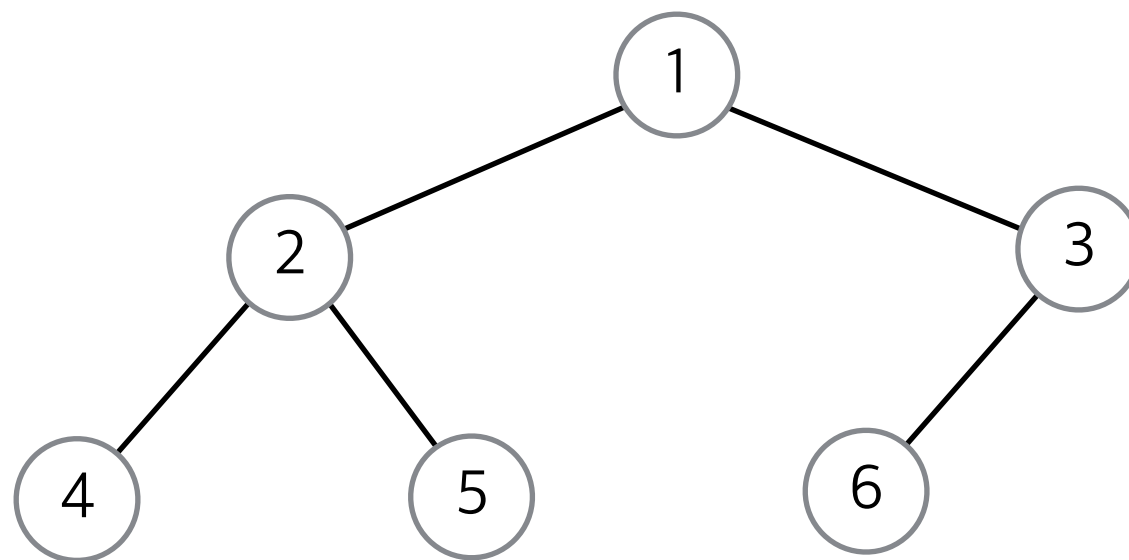
완전 이진 트리의 노드 개수가 주어질 때,  
이 완전 이진 트리를 후위순회 한 결과를 출력하라.

입력의 예

6

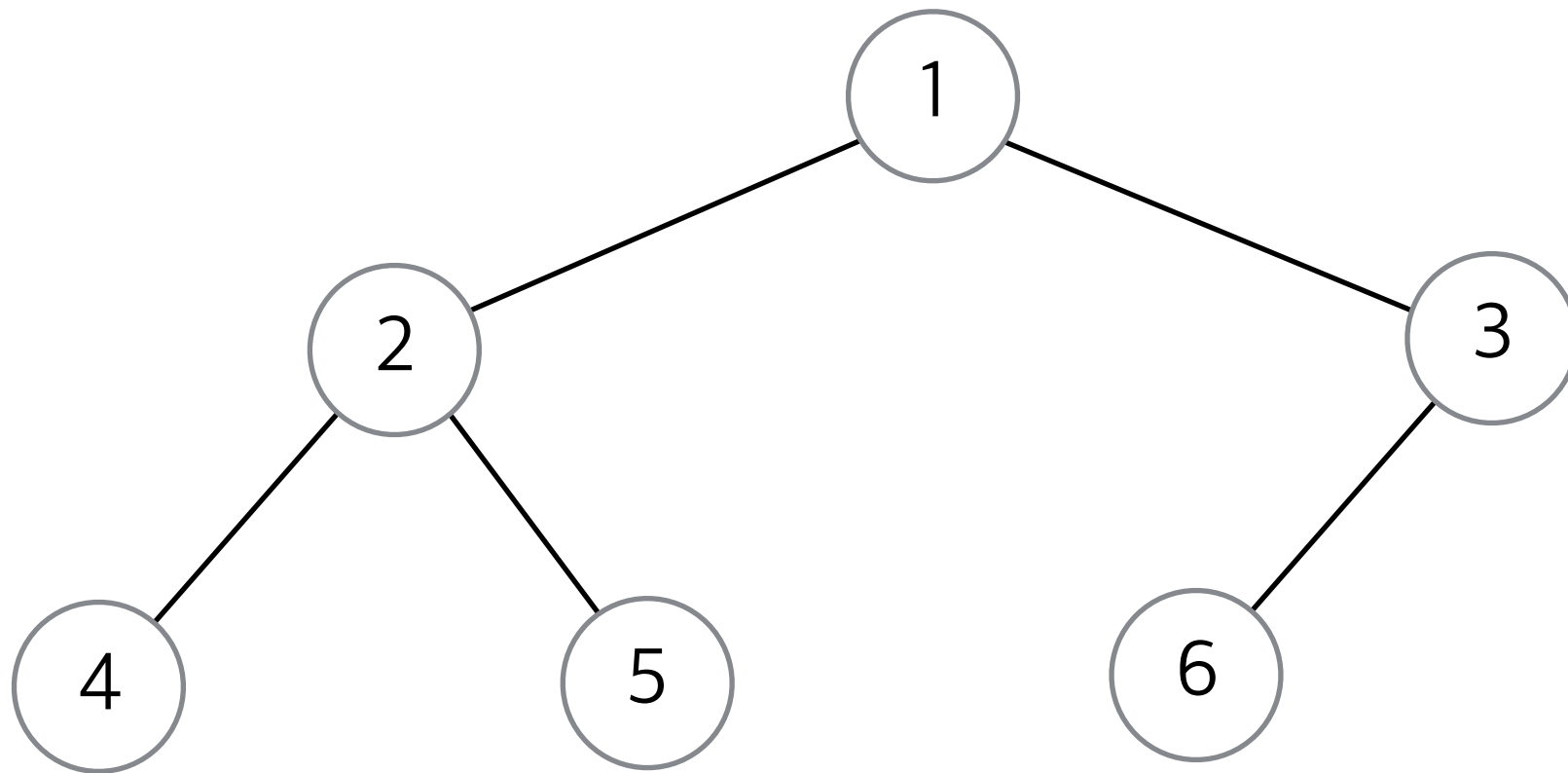
출력의 예

4 5 2 6 3 1



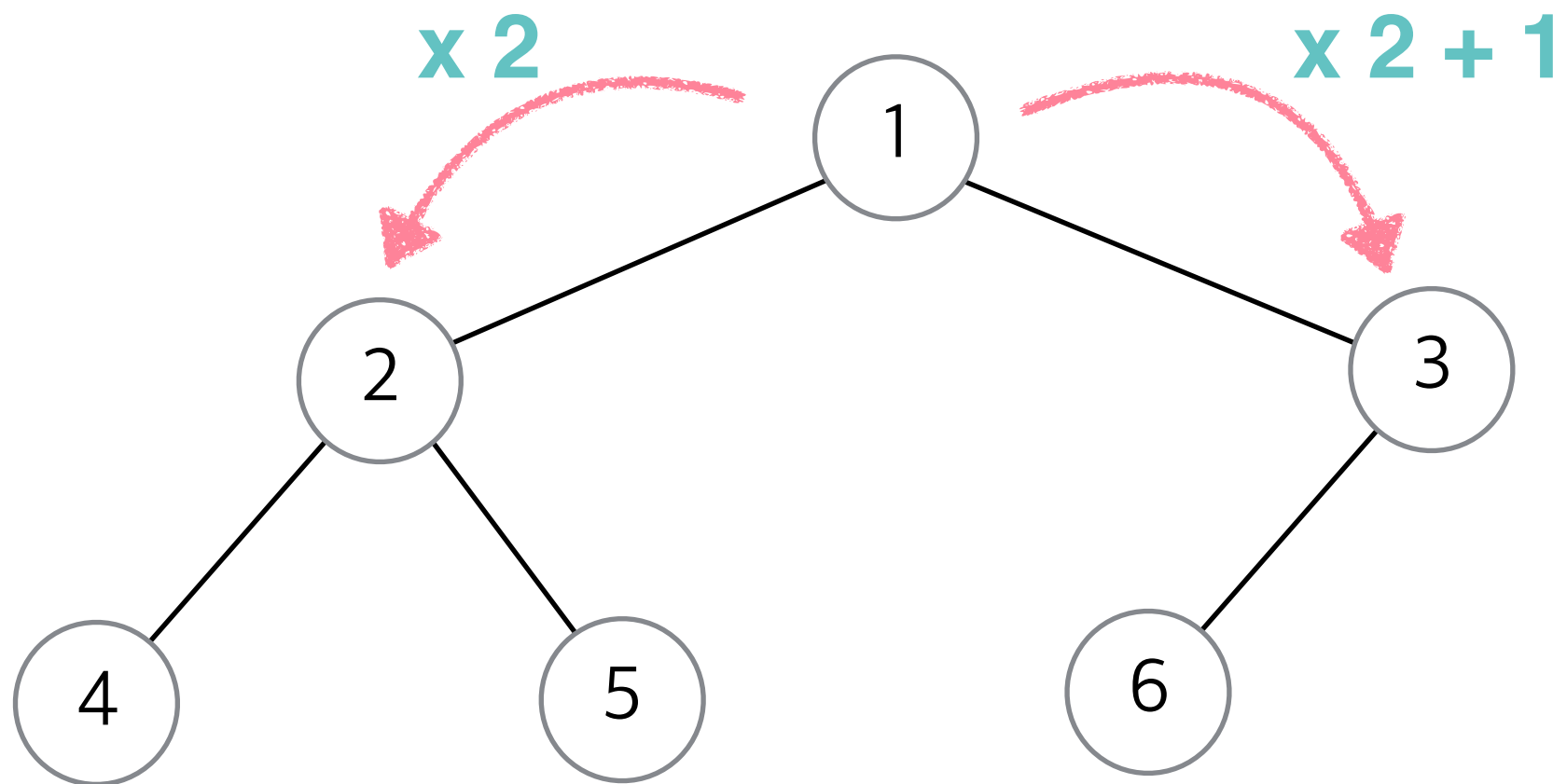
# [예제 1] 완전 이진 트리의 순회

**트리 문제라고 해서 항상 트리를  
구현해야 하는 것이 아님**

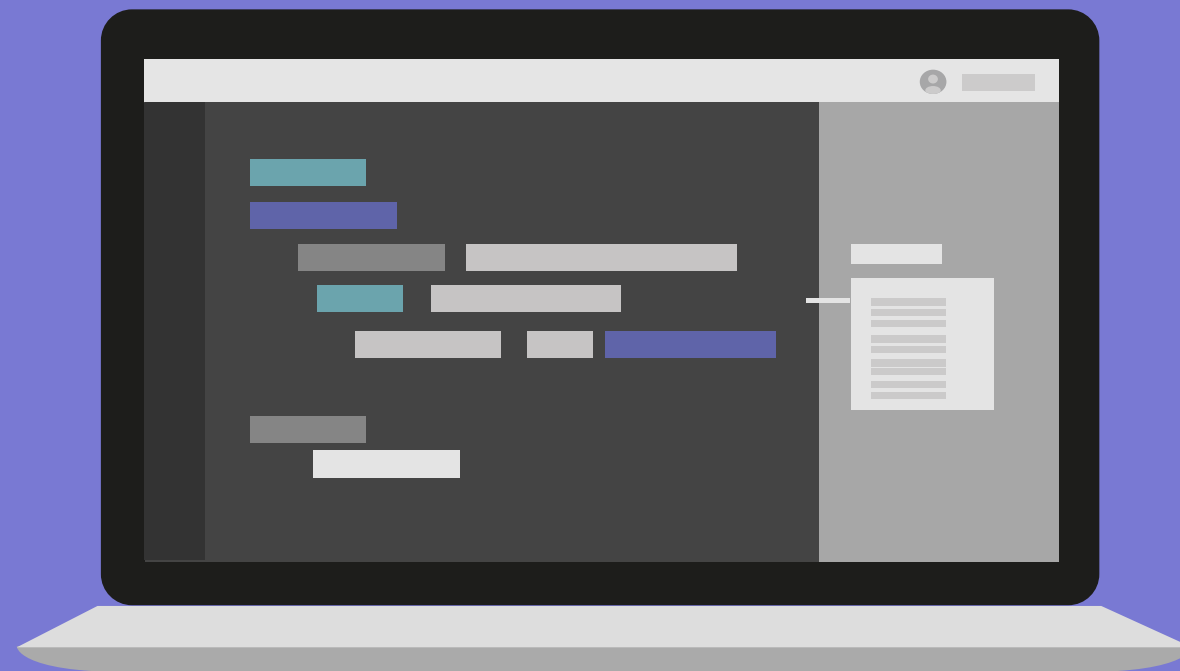


# [예제 1] 완전 이진 트리의 순회

트리 문제라고 해서 항상 트리를  
구현해야 하는 것이 아님



# [예제 1] 완전 이진 트리의 순회



```
/* elice */
```

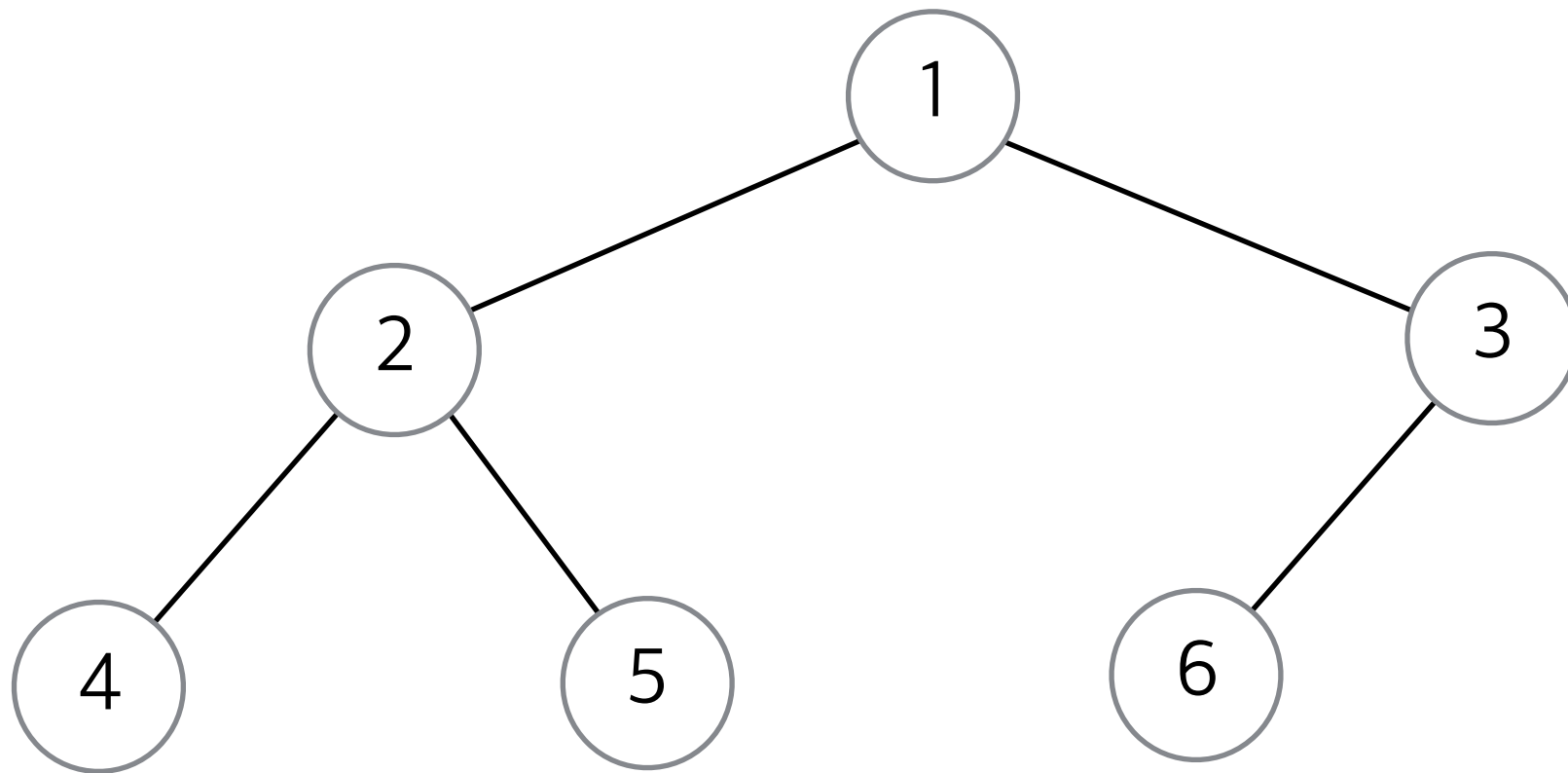
# 트리를 직접 구현 ?

**사실 트리를 직접 class로  
구현해야 할 일이 별로 없음**

**그래프 구현을 배우면  
트리의 구현을 자연스럽게 습득**

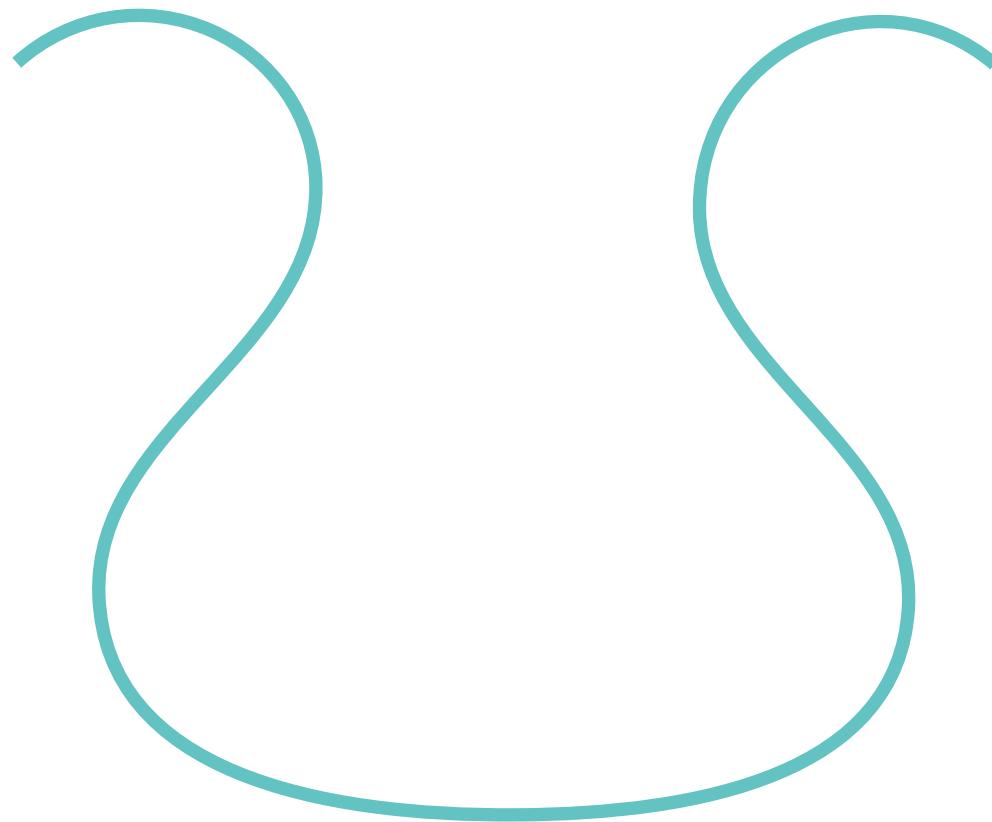
# 완전 이진 트리의 성질

노드가  $n$ 개면, 그 높이는 약  $\log(n)$  이다.



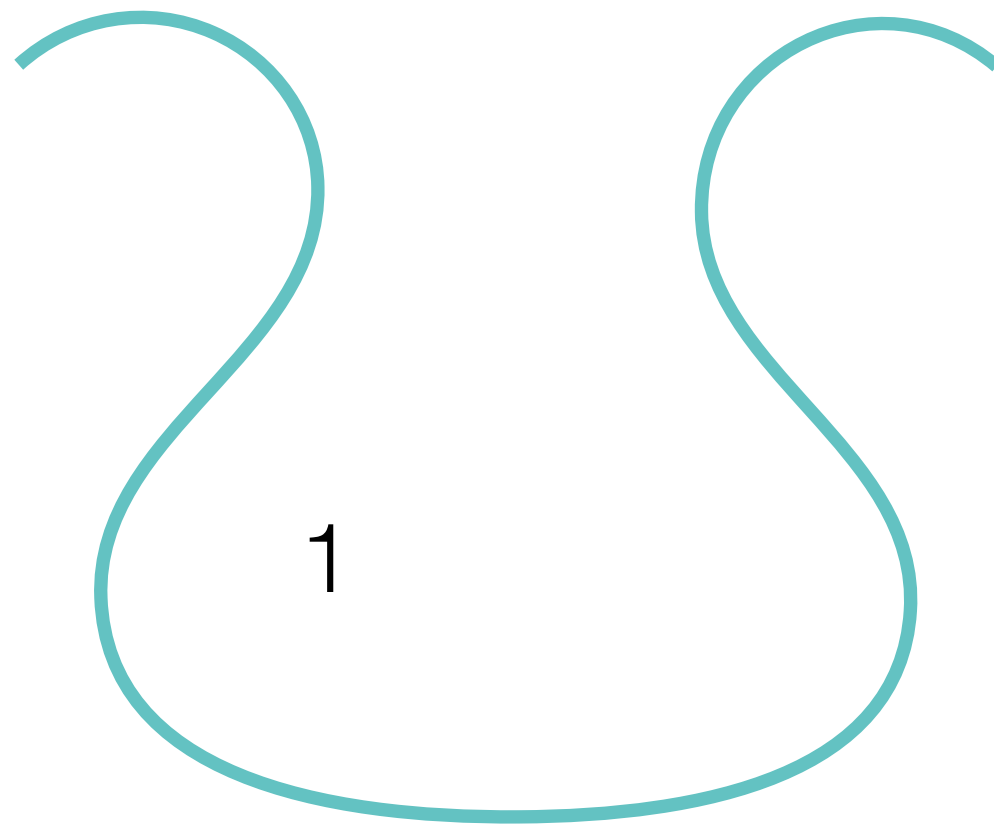
# 우선순위 큐

**원소를 제거할 시,  
가장 우선순위가 높은 원소를 제거**



# 우선순위 큐

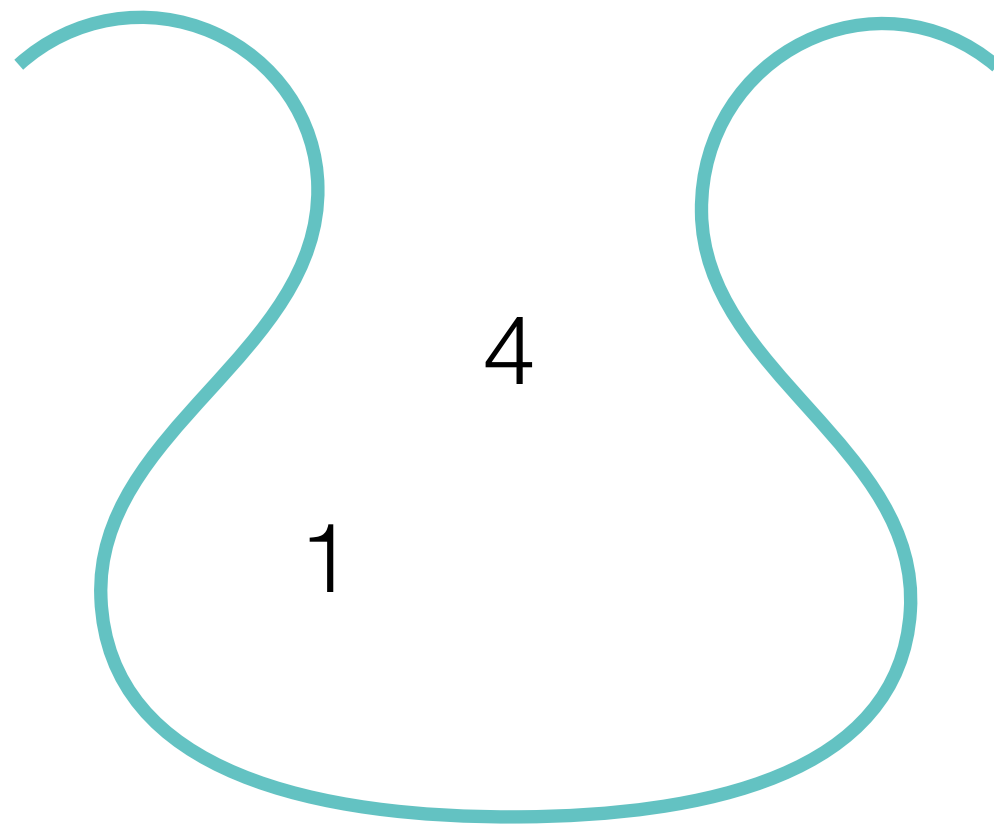
원소를 제거할 시,  
가장 우선순위가 높은 원소를 제거





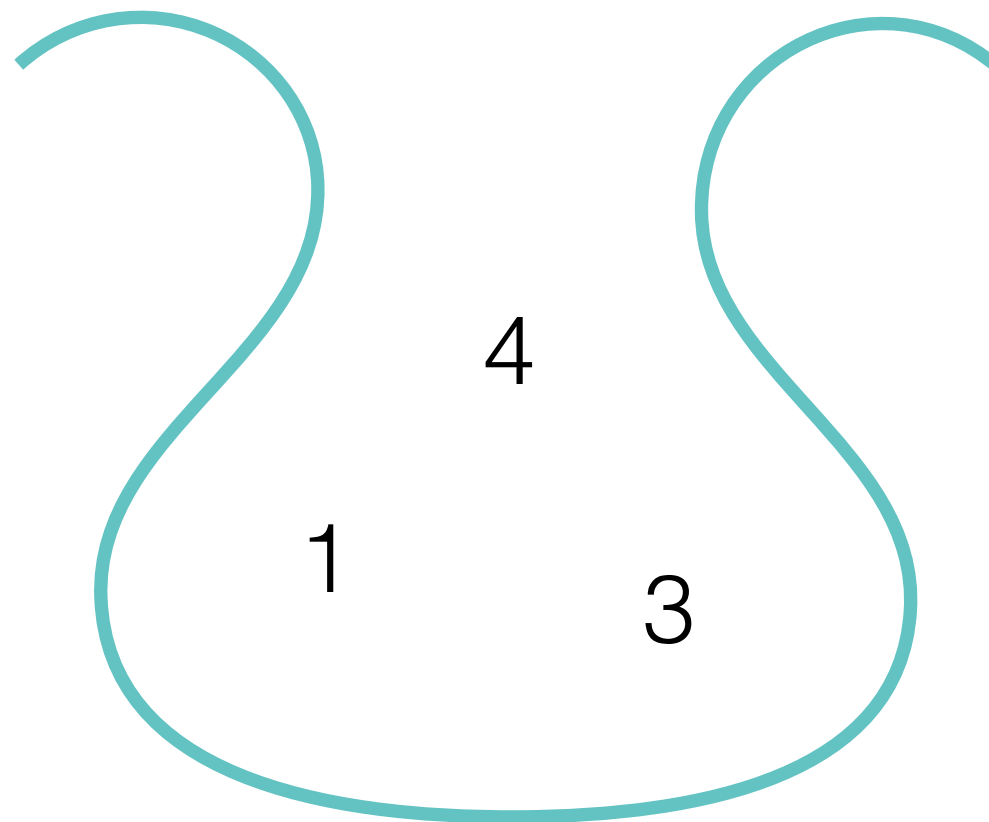
# 우선순위 큐

원소를 제거할 시,  
가장 우선순위가 높은 원소를 제거



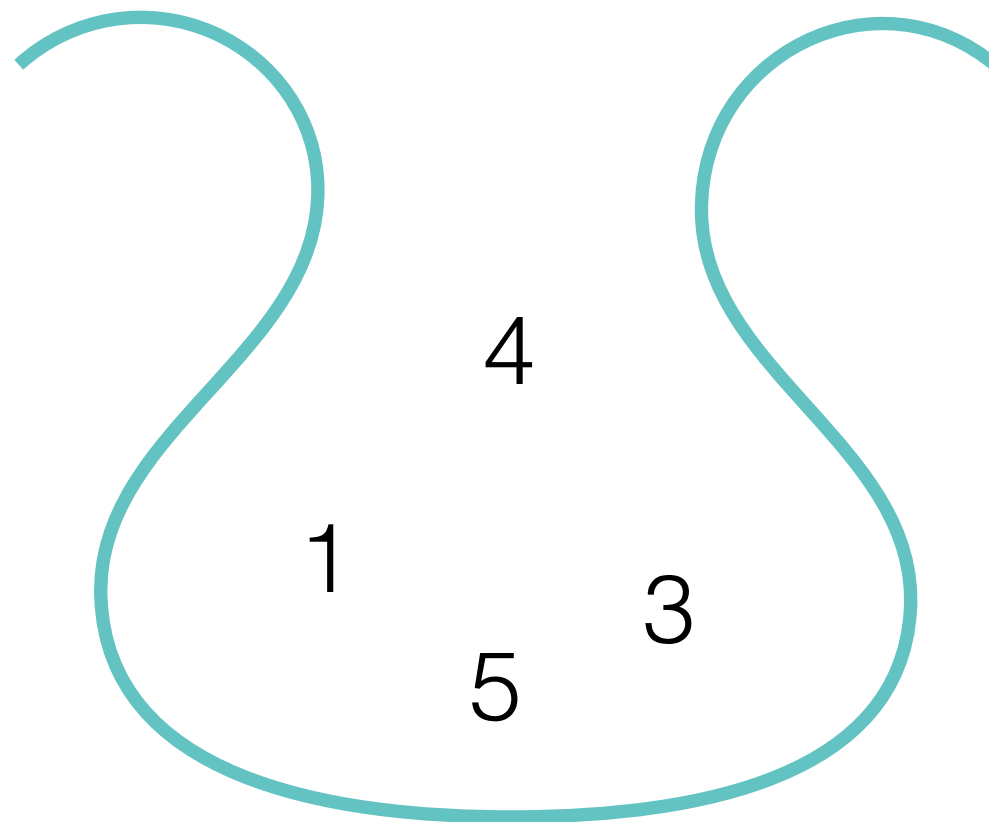
# 우선순위 큐

원소를 제거할 시,  
가장 우선순위가 높은 원소를 제거



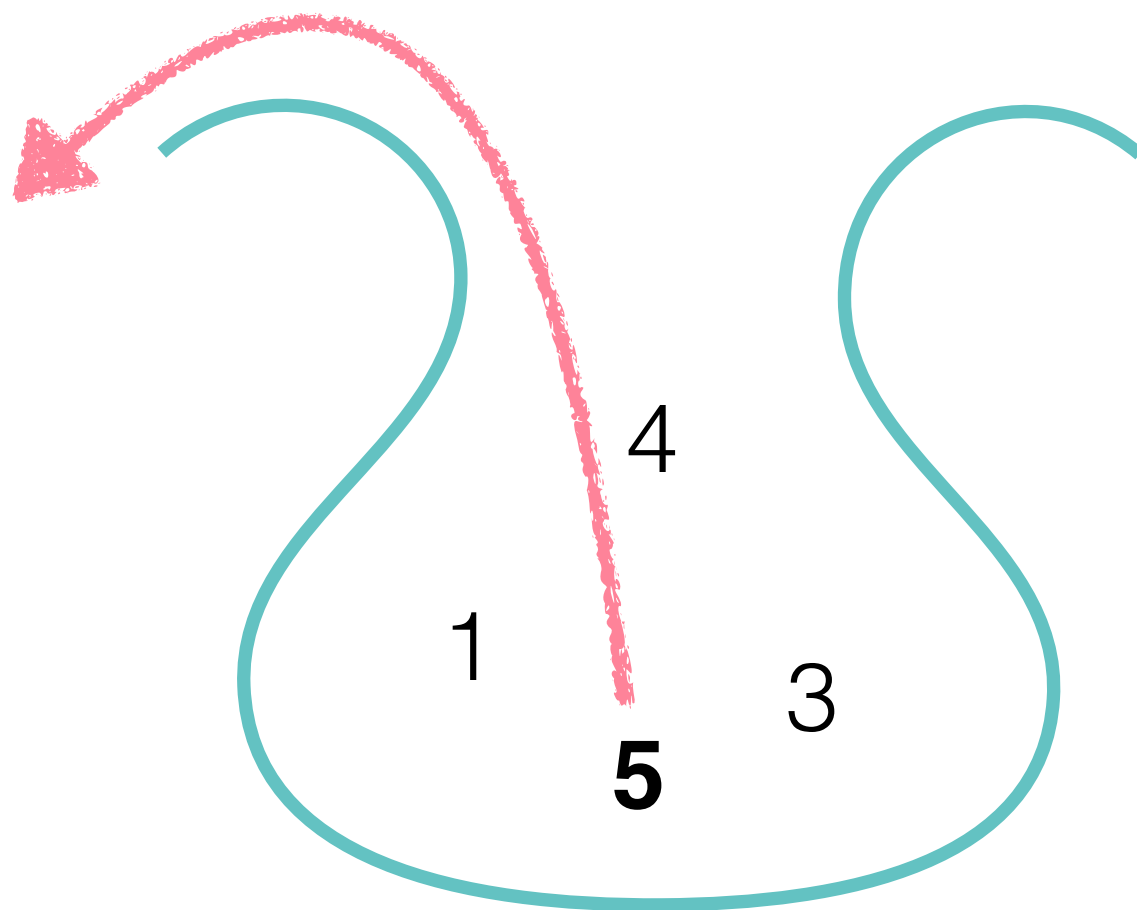
# 우선순위 큐

원소를 제거할 시,  
가장 우선순위가 높은 원소를 제거



# 우선순위 큐

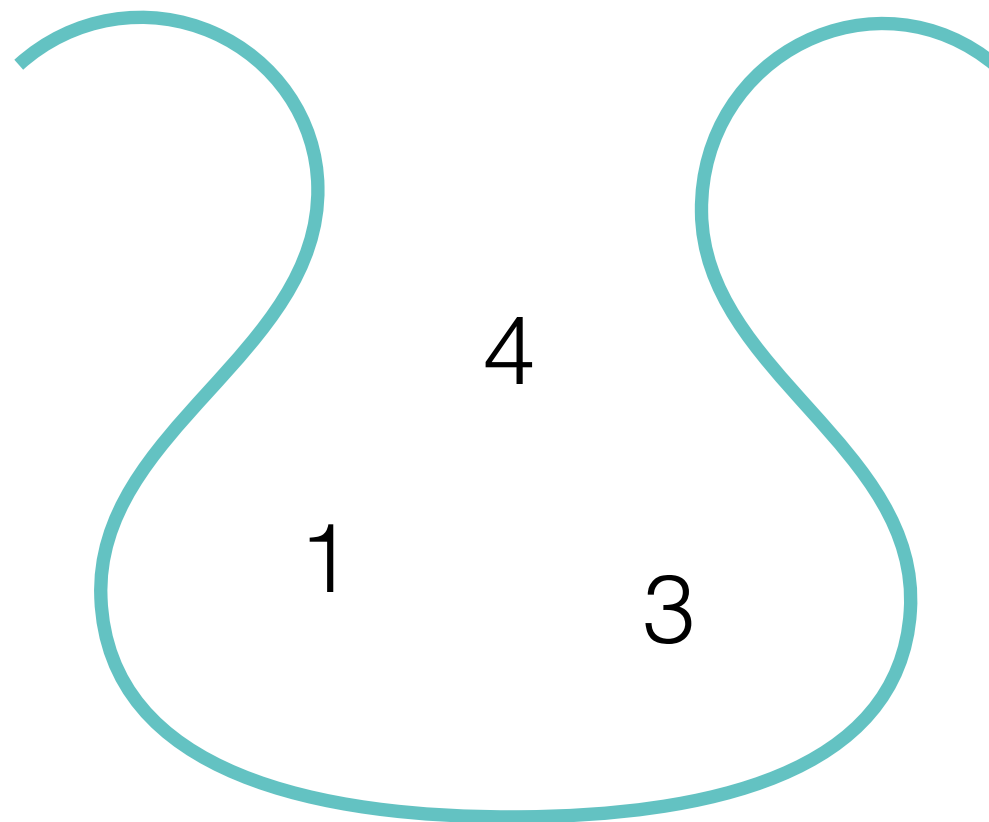
원소를 제거할 시,  
가장 우선순위가 높은 원소를 제거



# 우선순위 큐

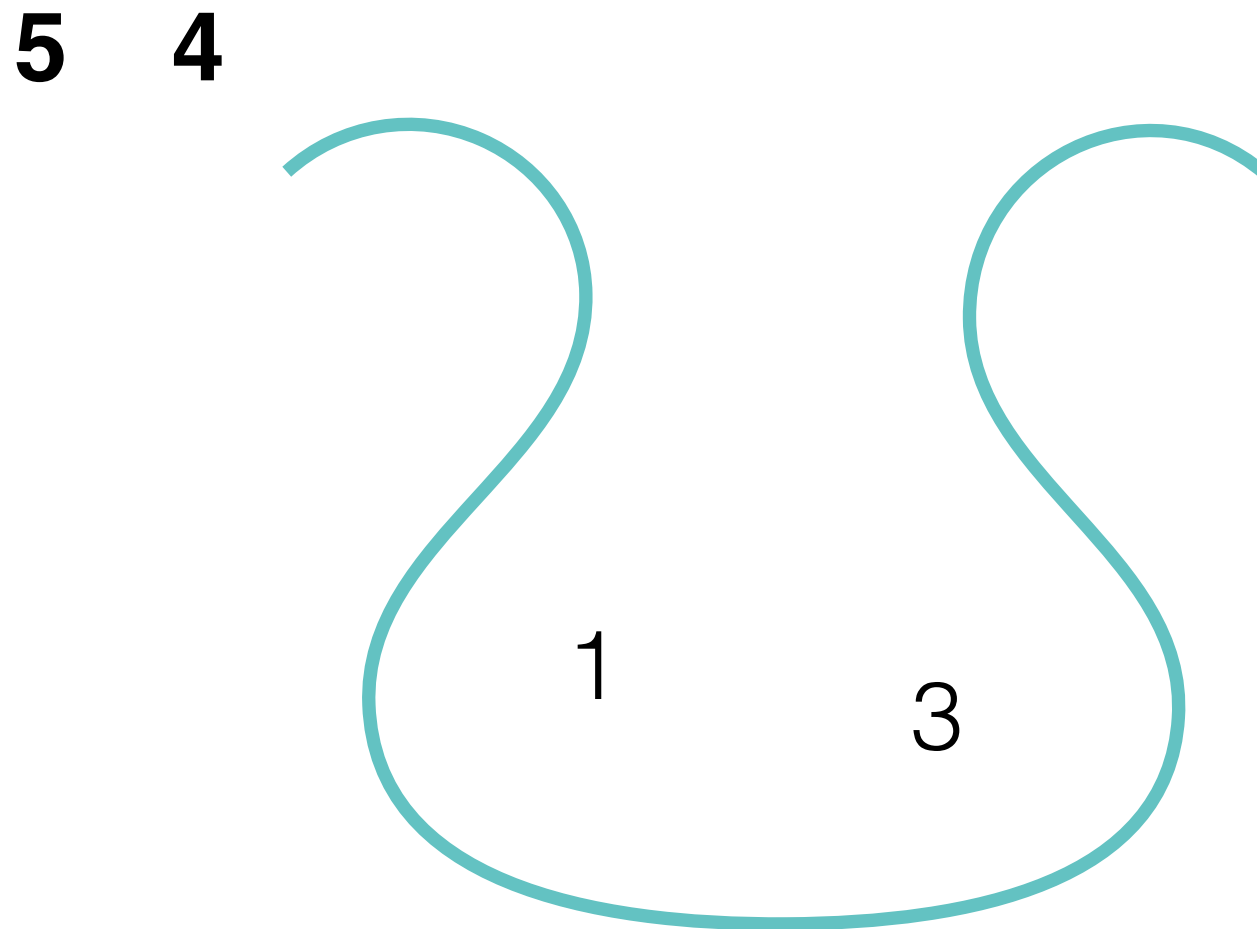
원소를 제거할 시,  
가장 우선순위가 높은 원소를 제거

5



# 우선순위 큐

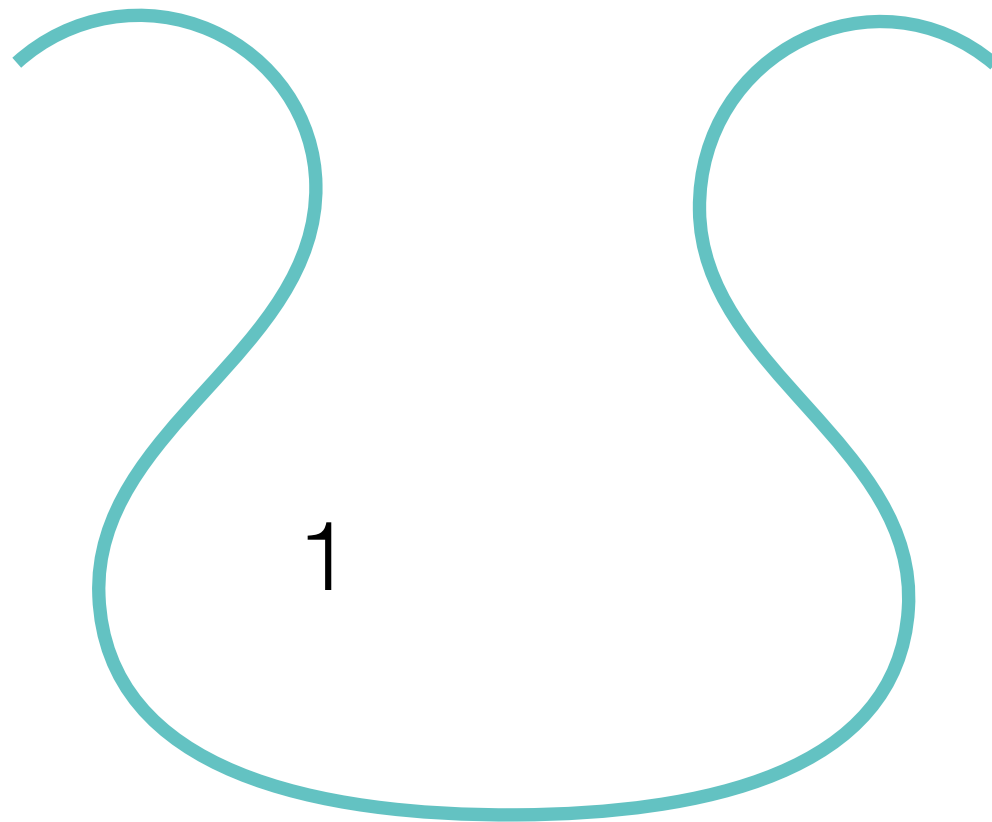
원소를 제거할 시,  
가장 우선순위가 높은 원소를 제거



# 우선순위 큐

원소를 제거할 시,  
가장 우선순위가 높은 원소를 제거

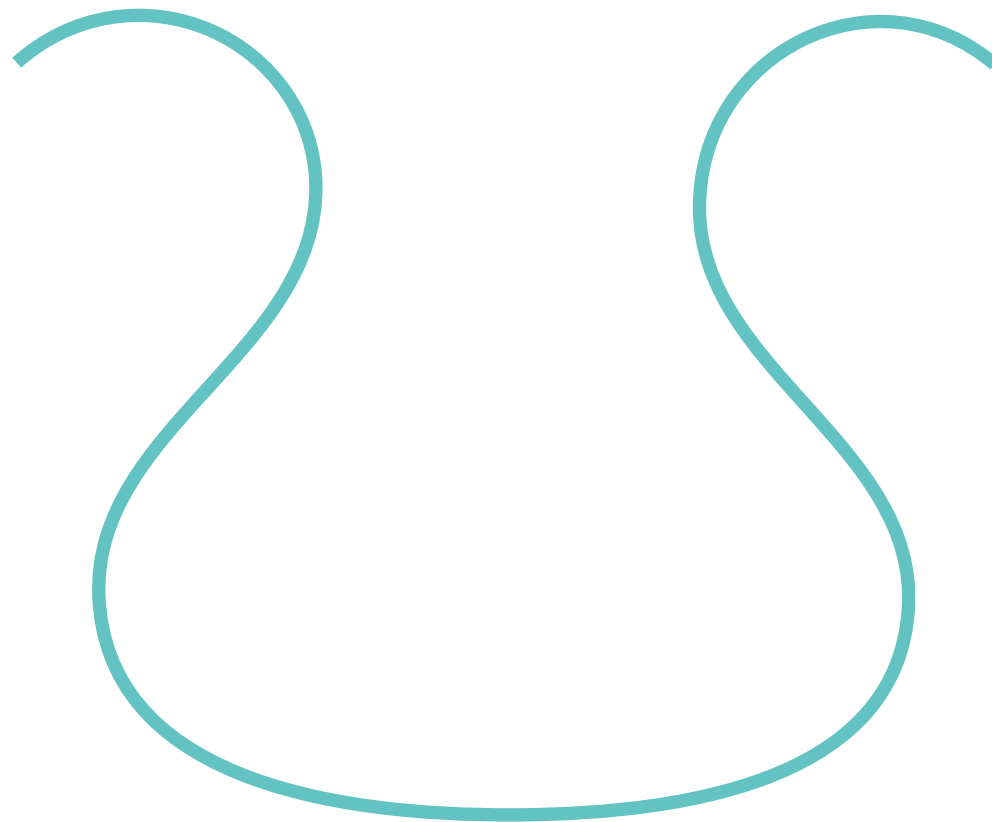
5 4 3



# 우선순위 큐

원소를 제거할 시,  
가장 우선순위가 높은 원소를 제거

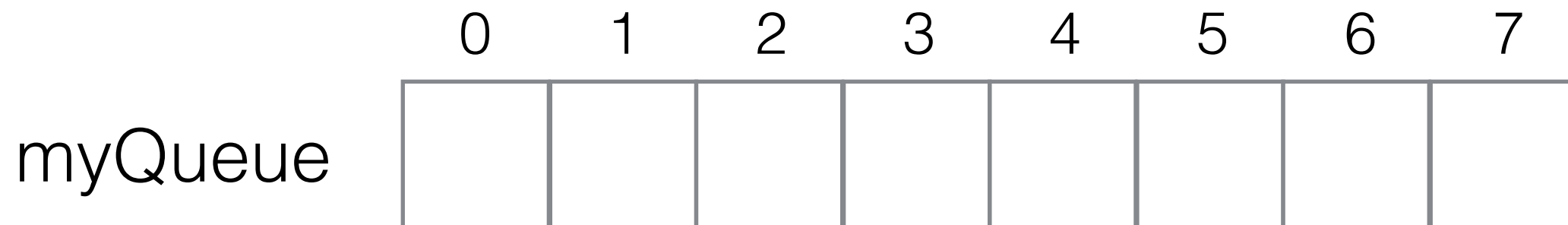
5 4 3 1





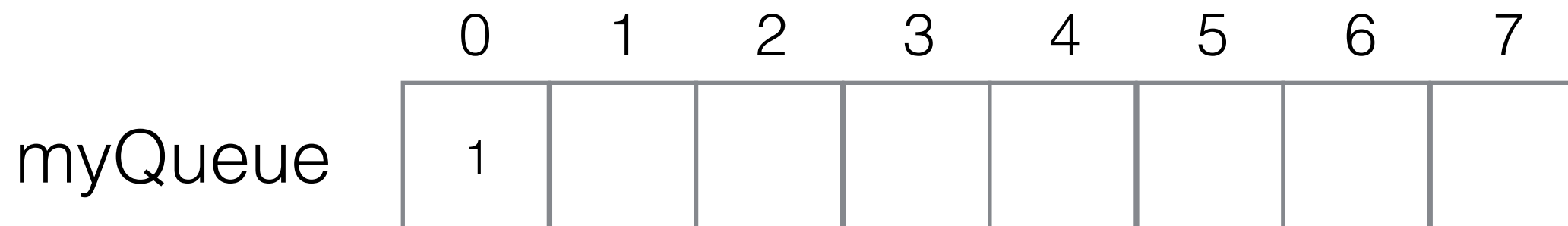
# 우선순위 큐 : 배열로 구현하기

원소를 제거할 시,  
가장 우선순위가 높은 원소를 제거



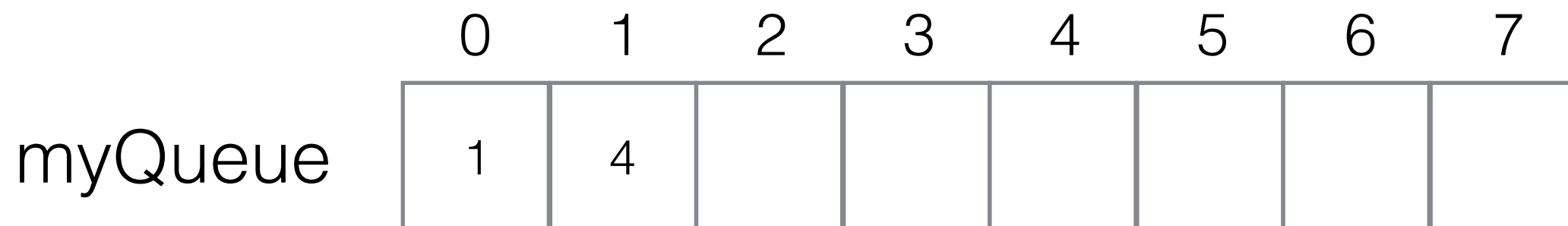
# 우선순위 큐 : 배열로 구현하기

원소를 제거할 시,  
가장 우선순위가 높은 원소를 제거



# 우선순위 큐 : 배열로 구현하기

원소를 제거할 시,  
가장 우선순위가 높은 원소를 제거



# 우선순위 큐 : 배열로 구현하기

원소를 제거할 시,  
가장 우선순위가 높은 원소를 제거

	0	1	2	3	4	5	6	7
myQueue	1	4	3					

# 우선순위 큐 : 배열로 구현하기

원소를 제거할 시,  
가장 우선순위가 높은 원소를 제거

	0	1	2	3	4	5	6	7
myQueue	1	4	3	5				

# 우선순위 큐 : 배열로 구현하기

원소를 제거할 시,

가장 우선순위가 높은 원소를 제거

5

	0	1	2	3	4	5	6	7
myQueue	1	4	3					

# 우선순위 큐 : 배열로 구현하기

원소를 제거할 시,

가장 우선순위가 높은 원소를 제거

5 4

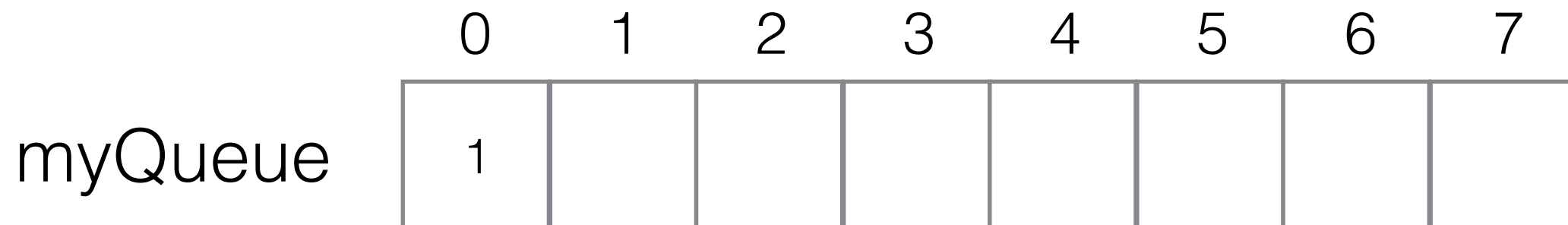
	0	1	2	3	4	5	6	7
myQueue	1	3						

# 우선순위 큐 : 배열로 구현하기

원소를 제거할 시,

가장 우선순위가 높은 원소를 제거

5   4   3



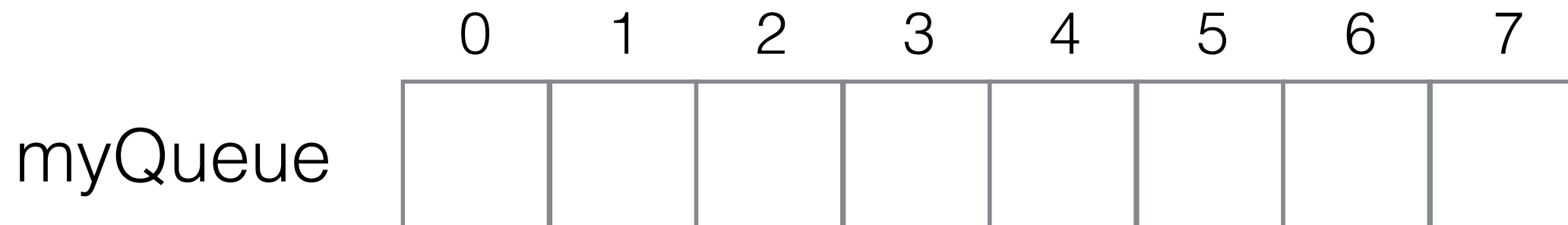


# 우선순위 큐 : 배열로 구현하기

원소를 제거할 시,

가장 우선순위가 높은 원소를 제거

5   4   3   1



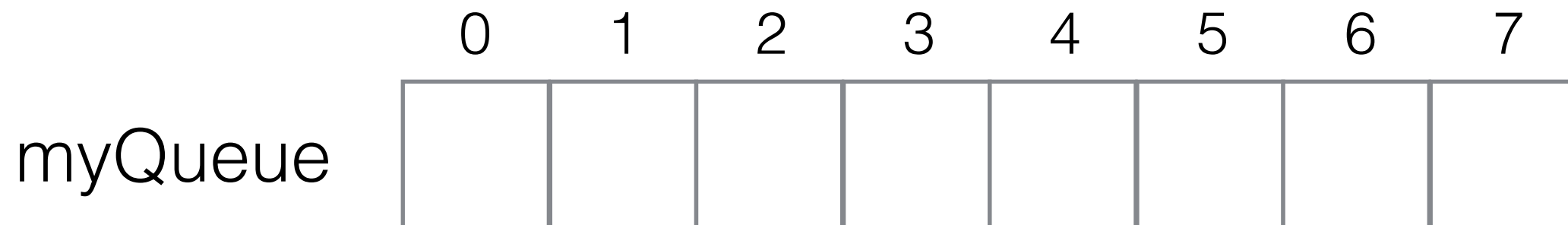
# 우선순위 큐 : 배열로 구현하기

원소를 제거할 시,

가장 우선순위가 높은 원소를 제거

5   4   3   1

삽입 :  $O(1)$



# 우선순위 큐 : 배열로 구현하기

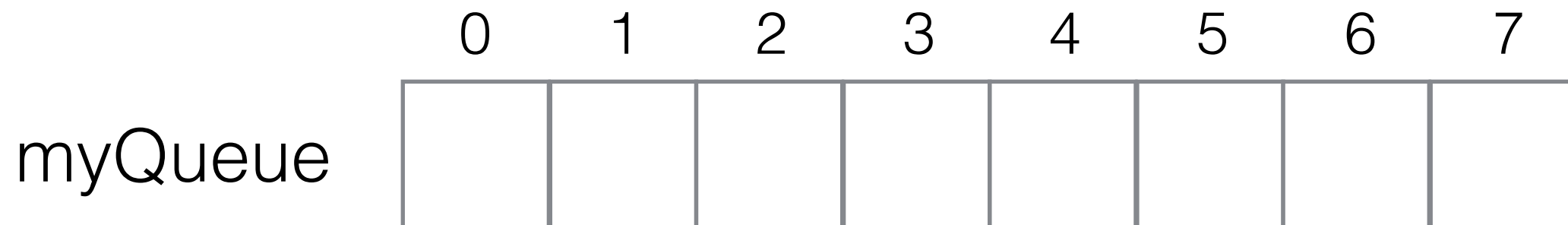
원소를 제거할 시,

가장 우선순위가 높은 원소를 제거

5   4   3   1

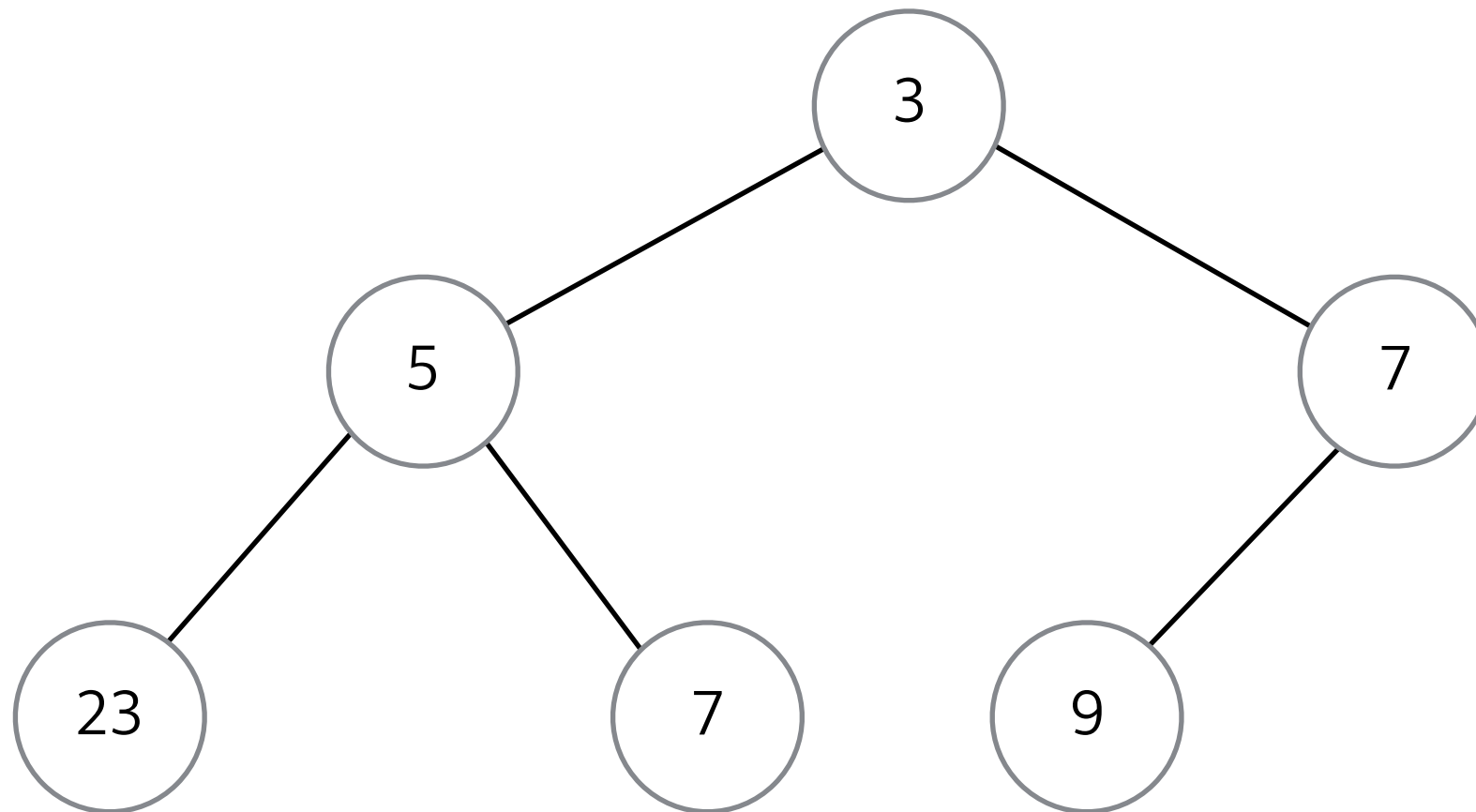
삽입 :  $O(1)$

삭제 :  $O(n)$



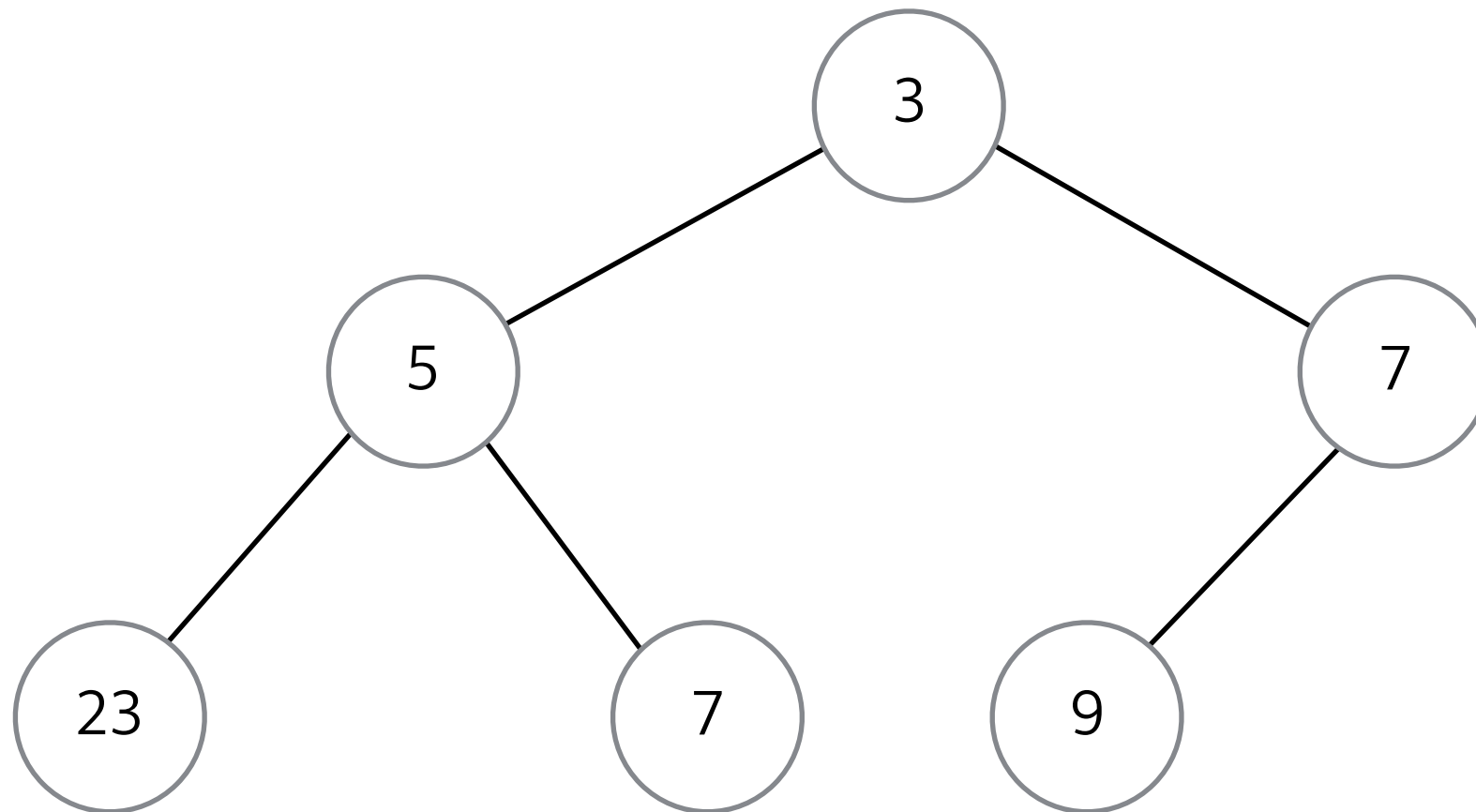
# 힙

부모의 값이 항상 자식보다 작은 완전 이진 트리



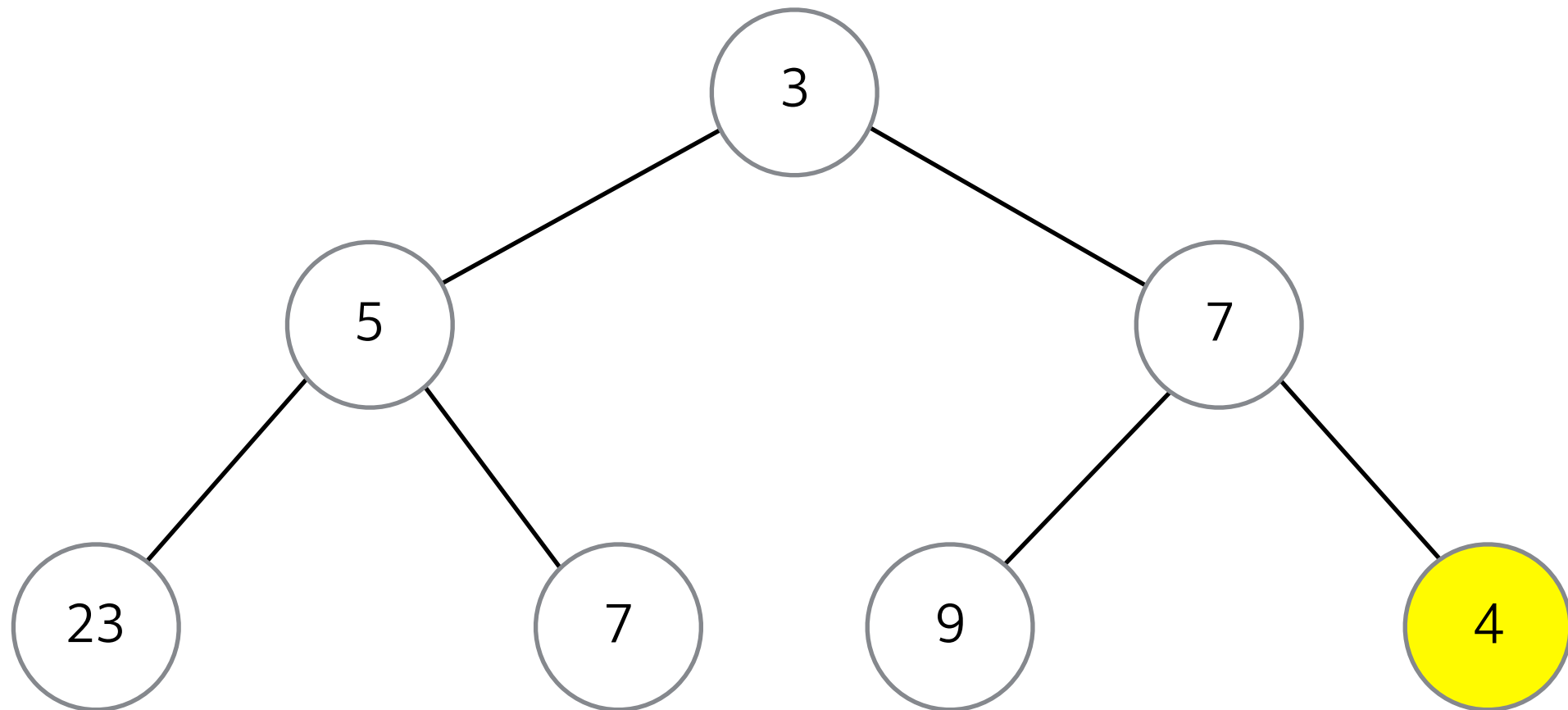
# 힙 : 값 삽입

heap.insert(4)



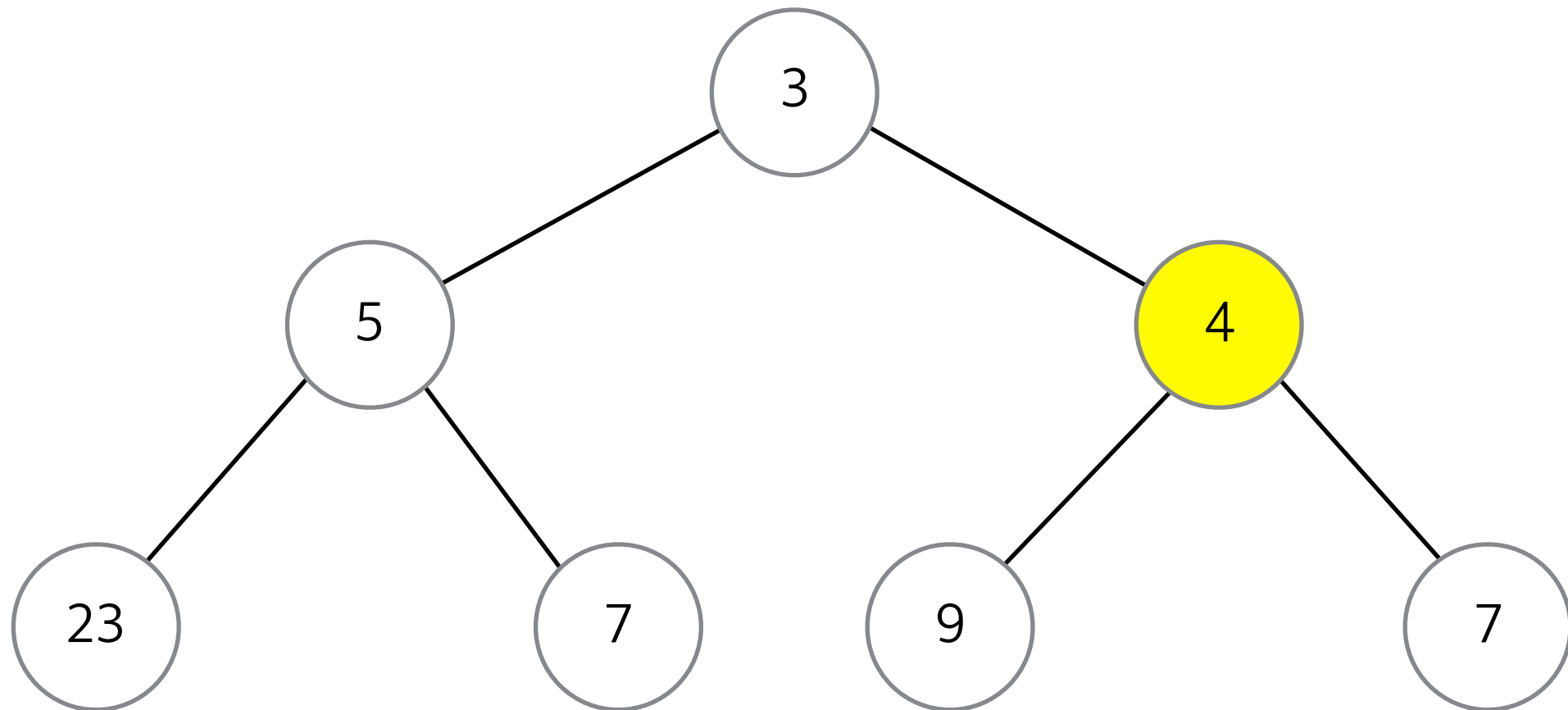
# 힙 : 값 삽입

heap.insert(4)



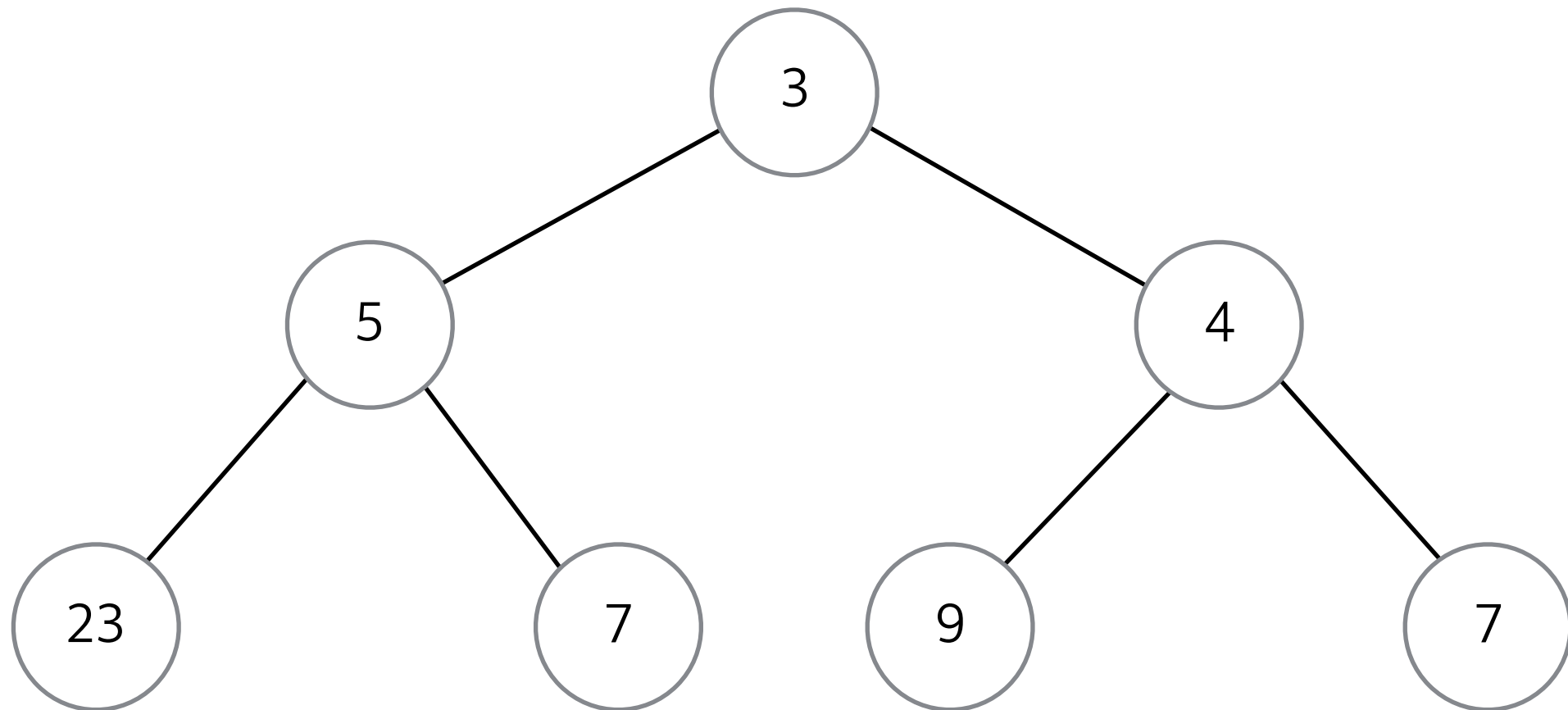
# 힙 : 값 삽입

heap.insert(4)



# 힙 : 값 삽입

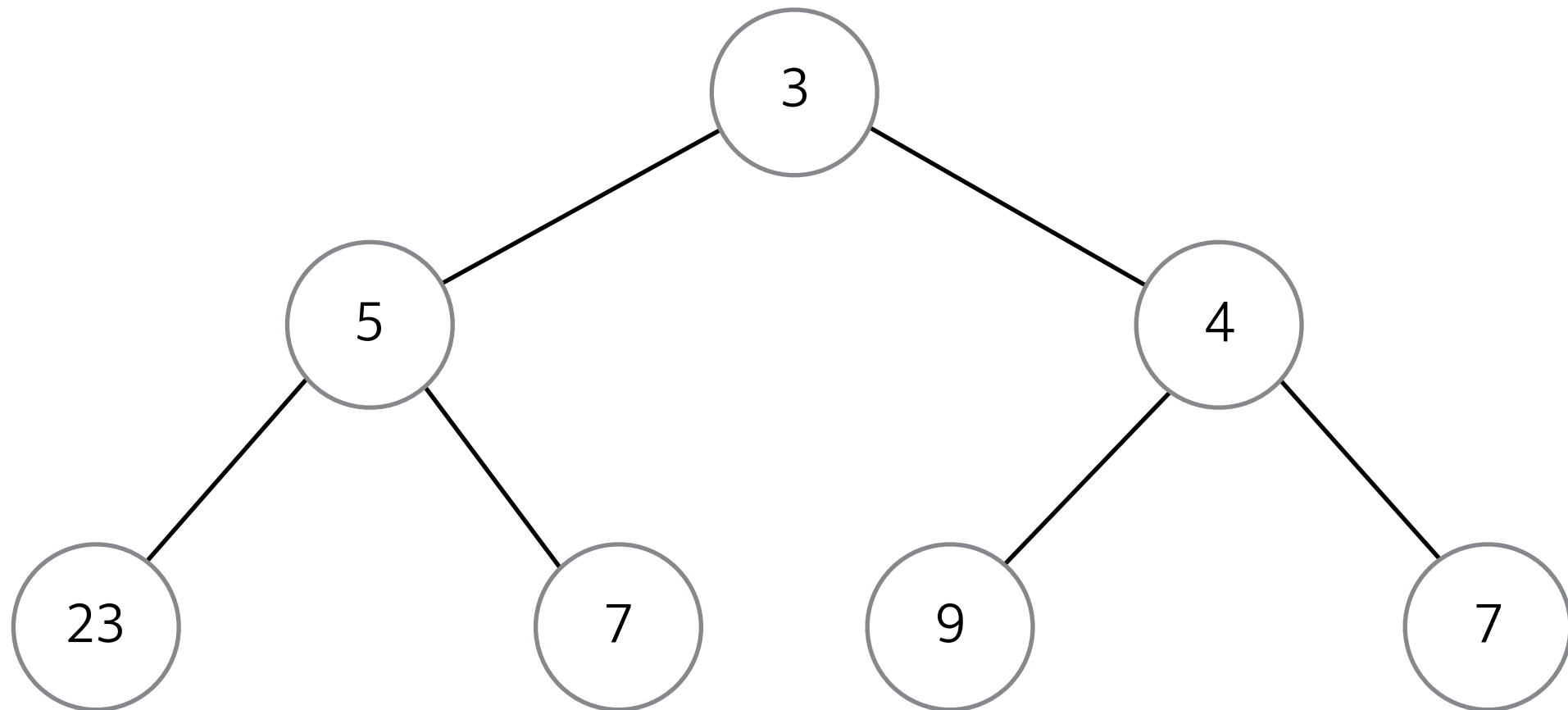
`heap.insert(4)`





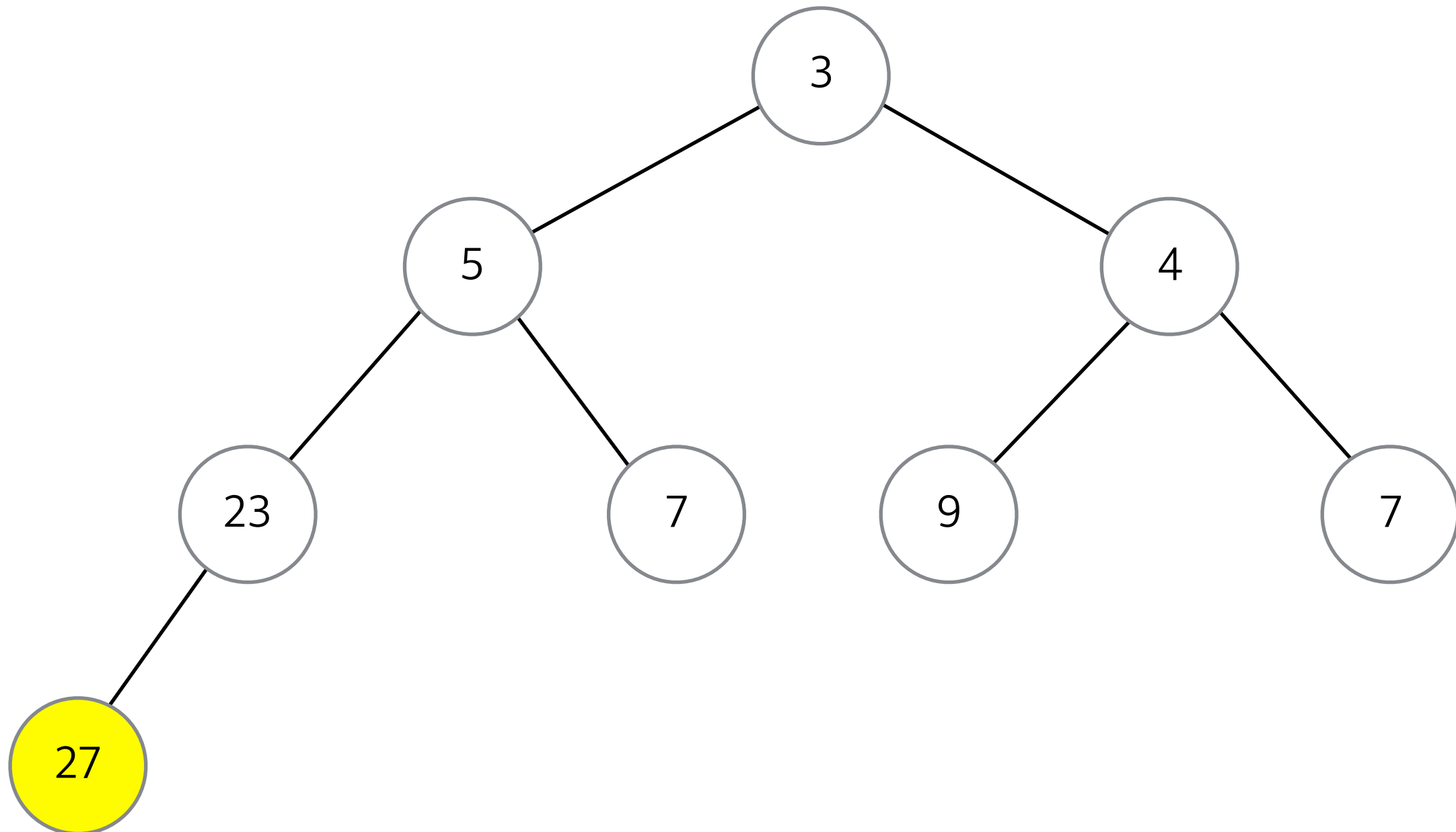
# 힙 : 값 삽입

heap.insert(27)



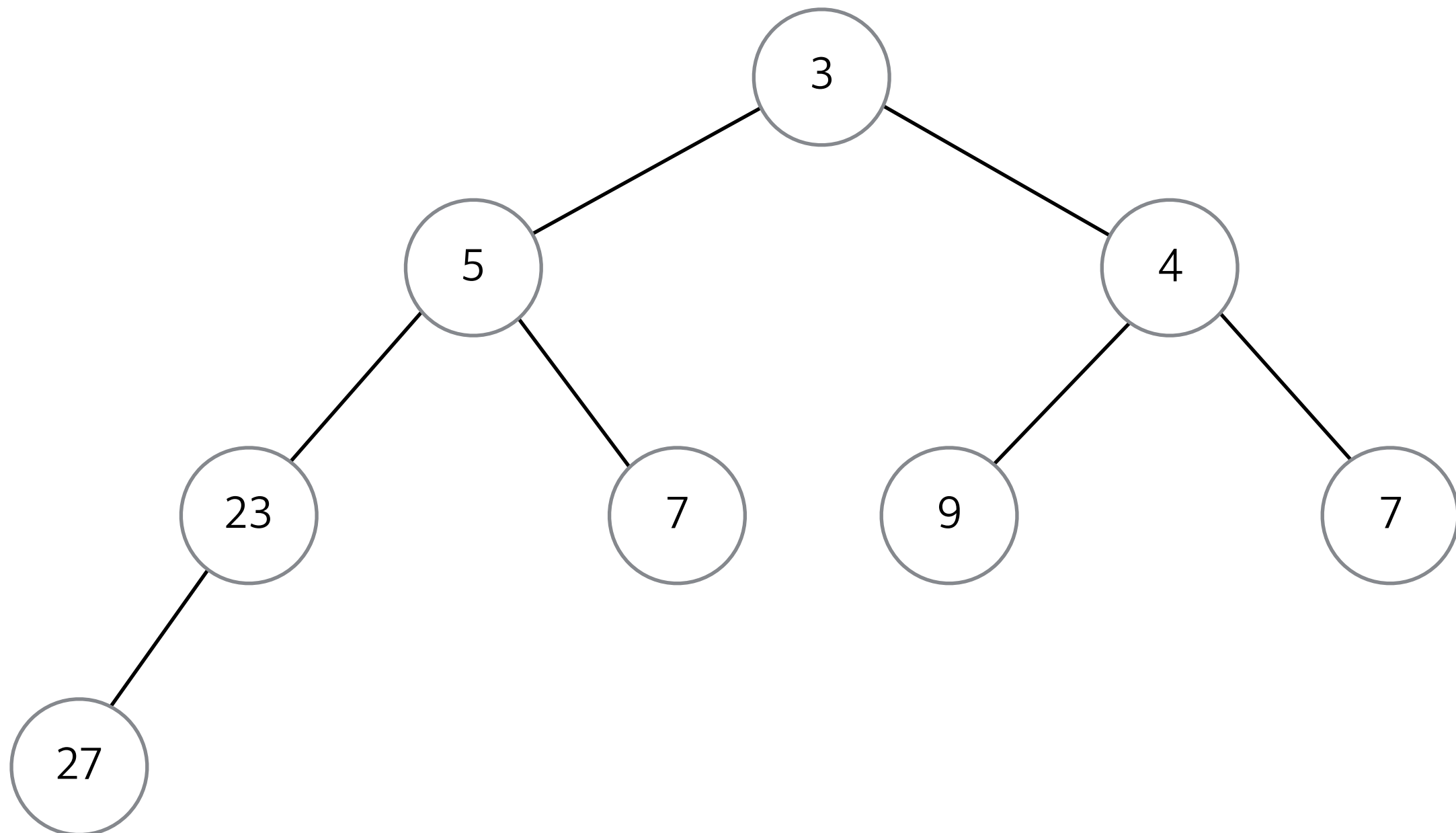
# 힙 : 값 삽입

heap.insert(27)



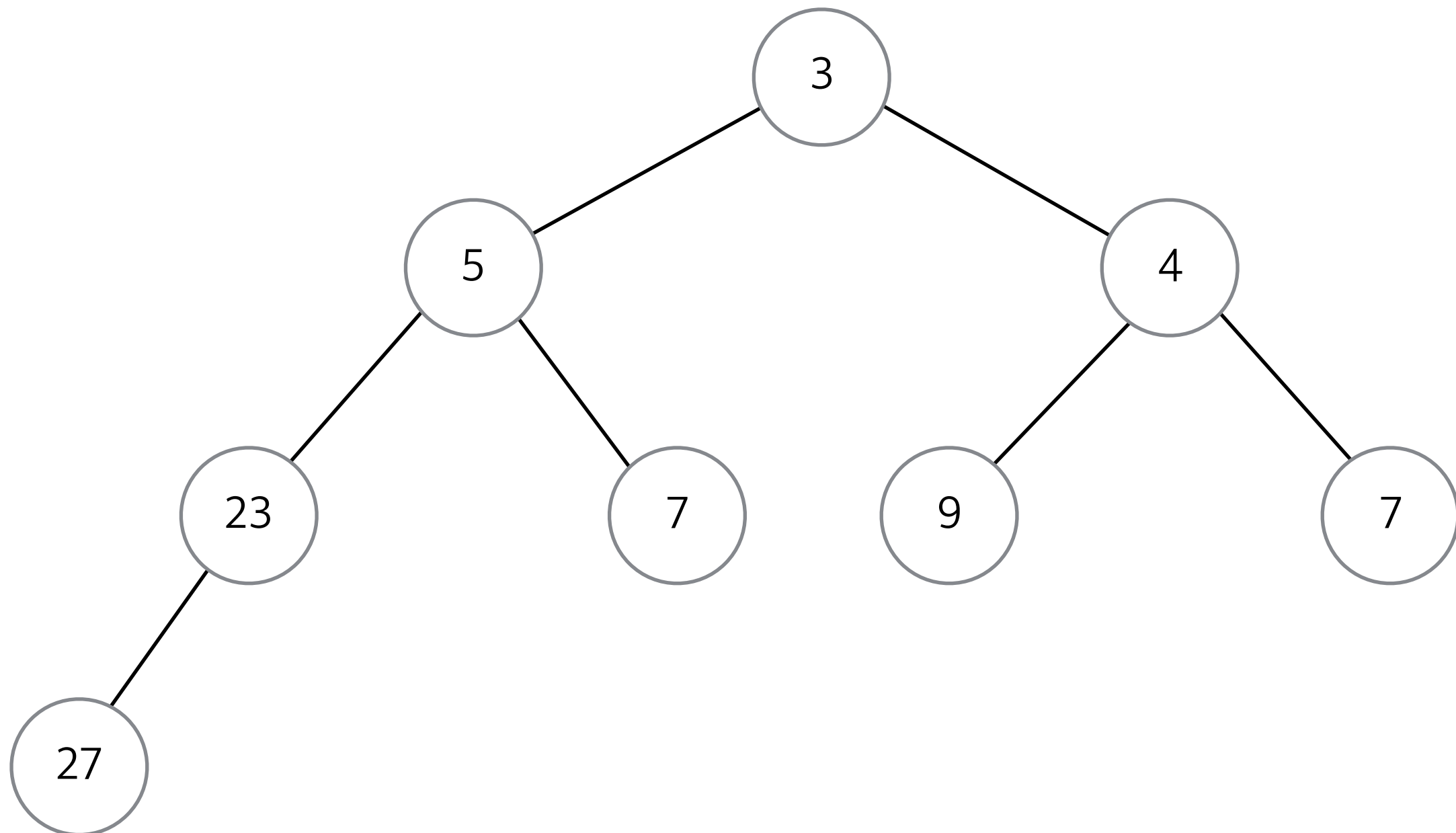
# 힙 : 값 삽입

heap.insert(27)



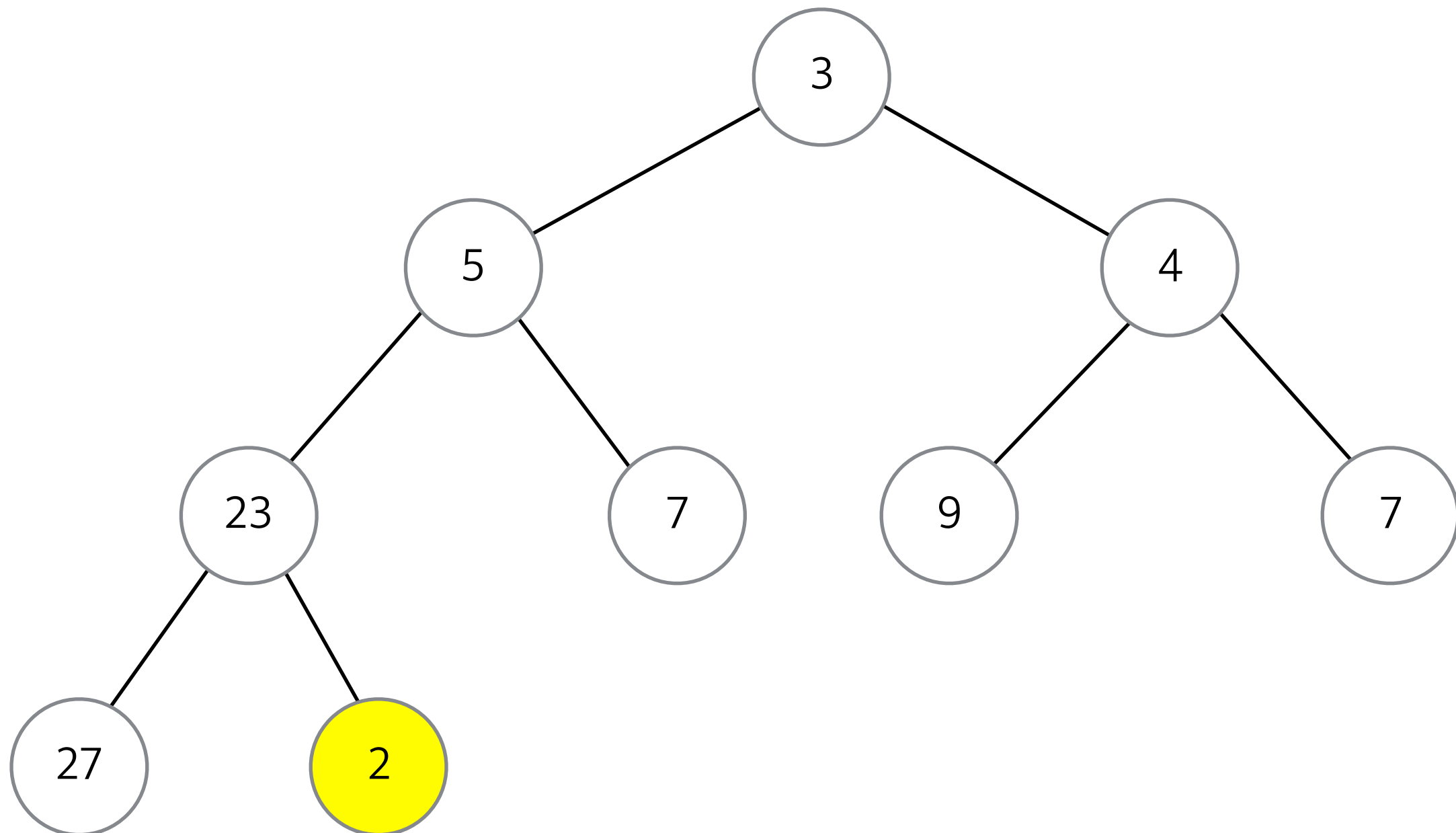
# 힙 : 값 삽입

heap.insert(2)



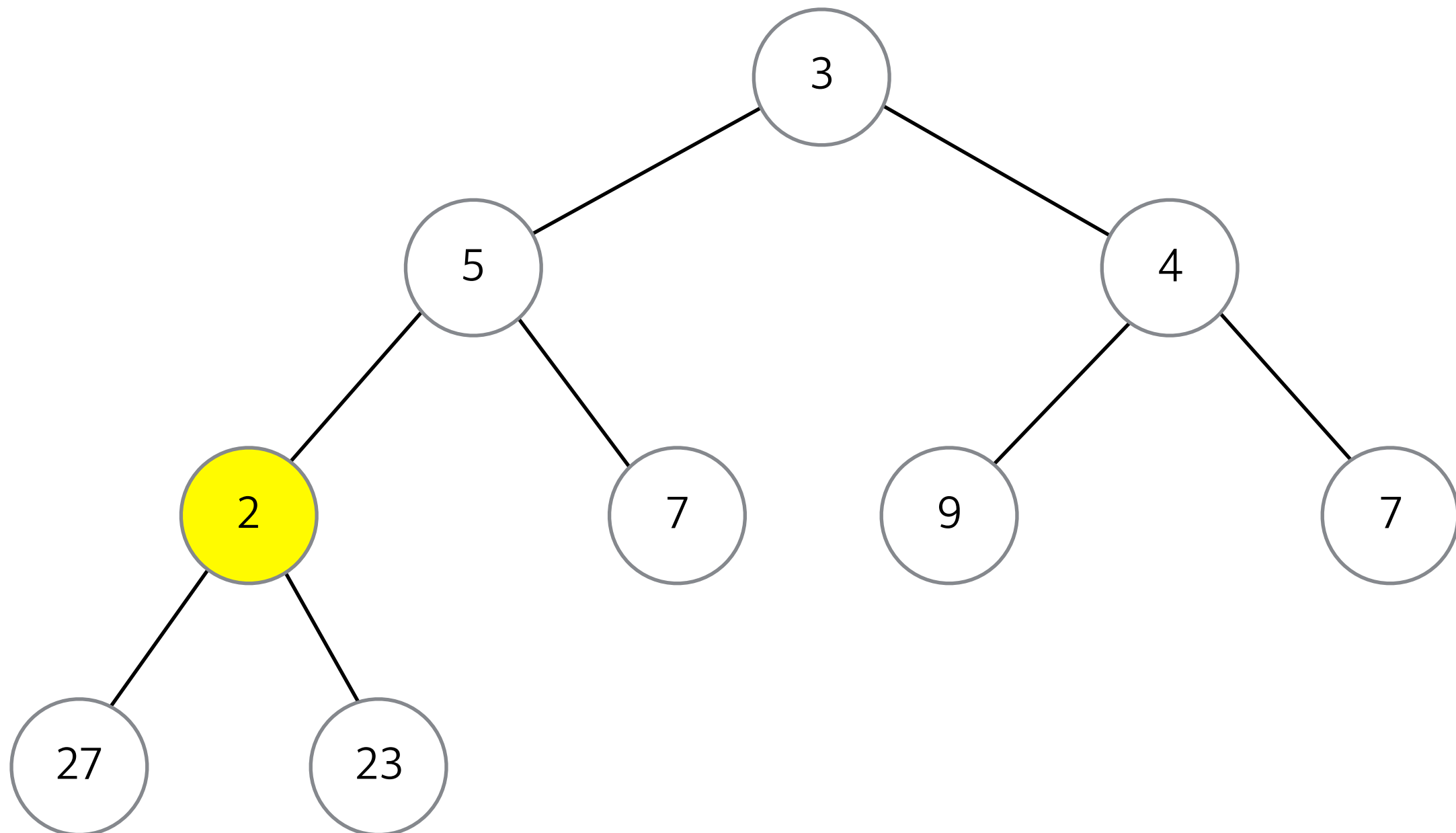
# 힙 : 값 삽입

heap.insert(2)



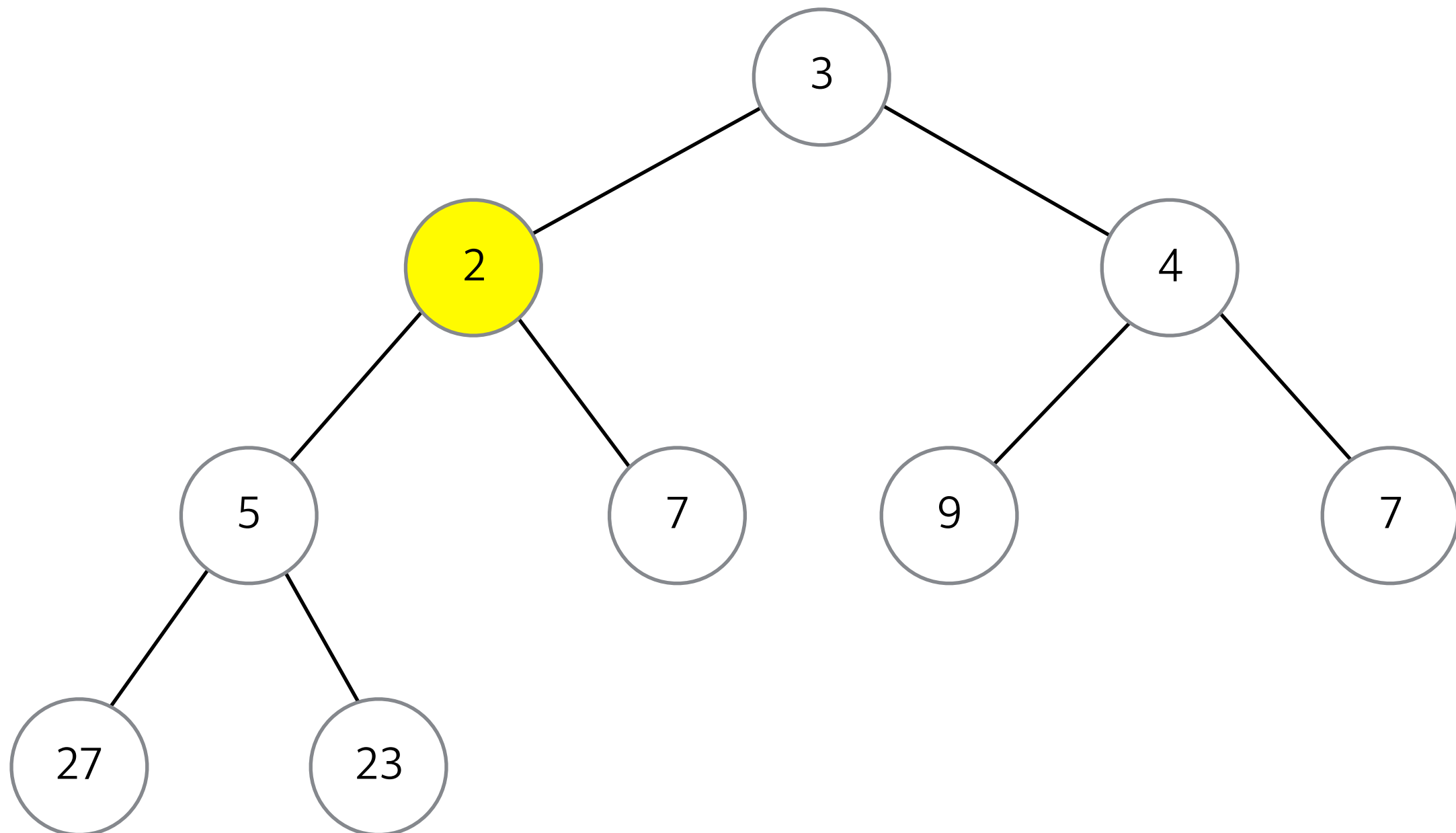
# 힙 : 값 삽입

heap.insert(2)



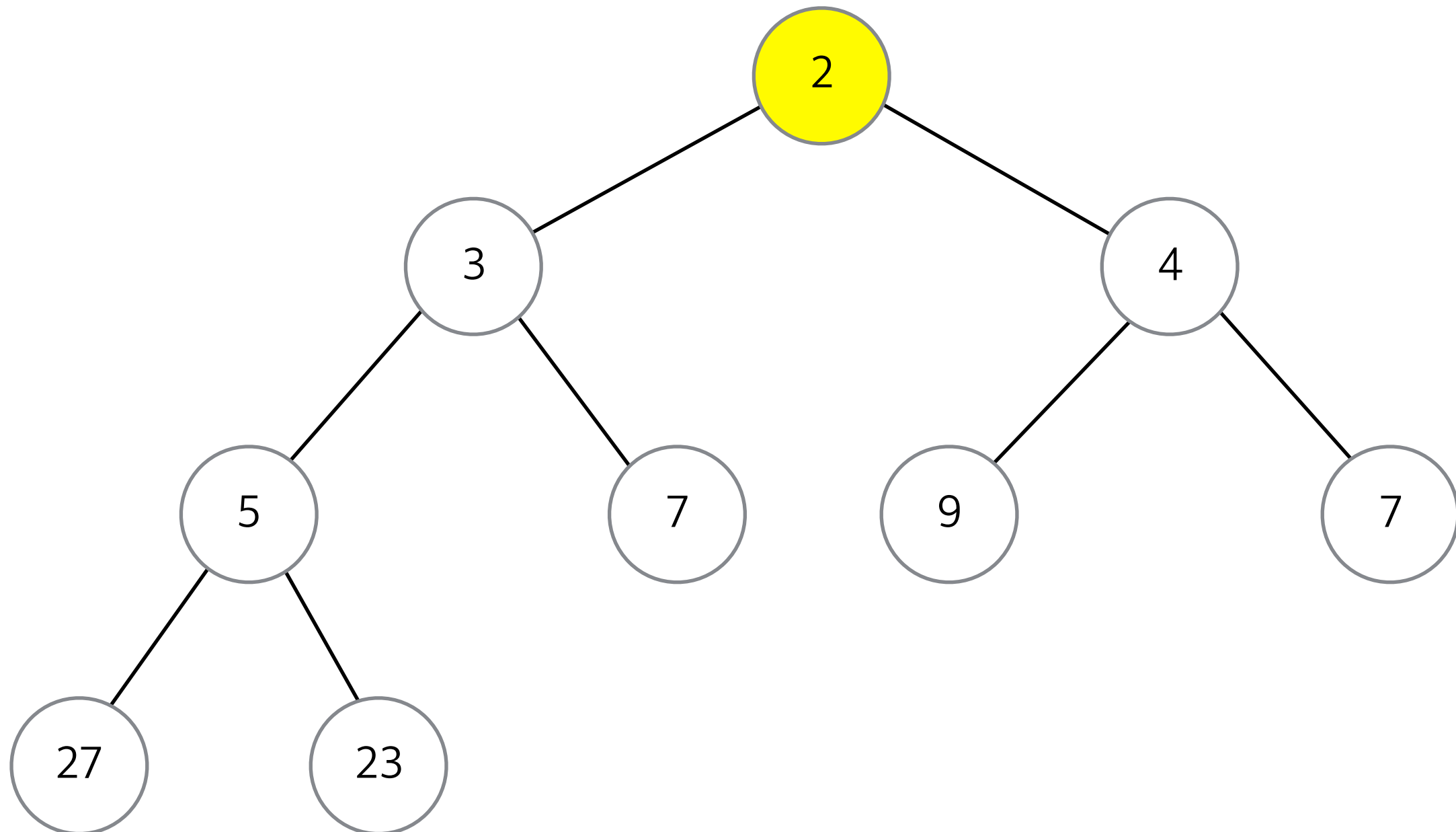
# 힙 : 값 삽입

heap.insert(2)



# 힙 : 값 삽입

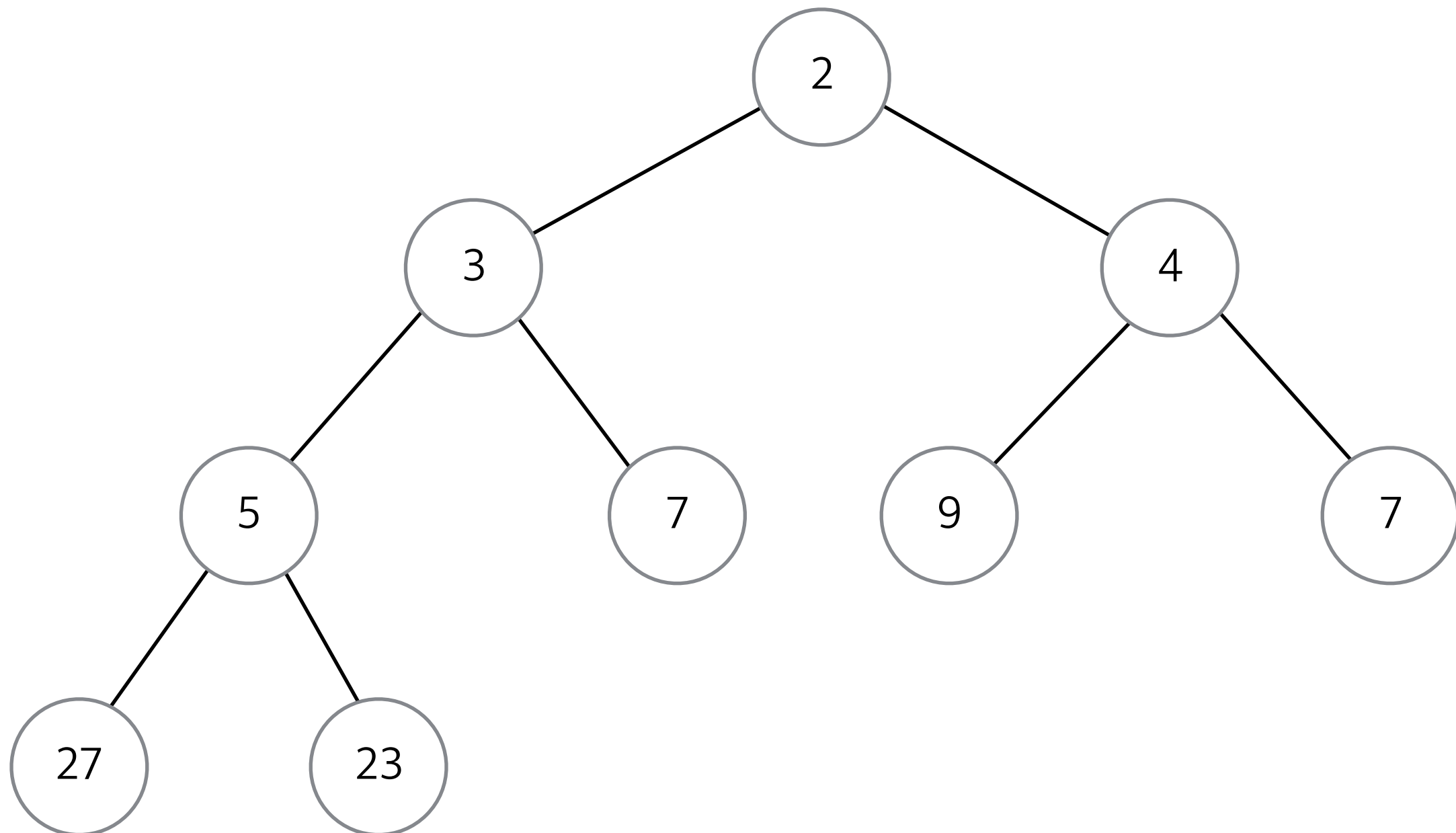
heap.insert(2)



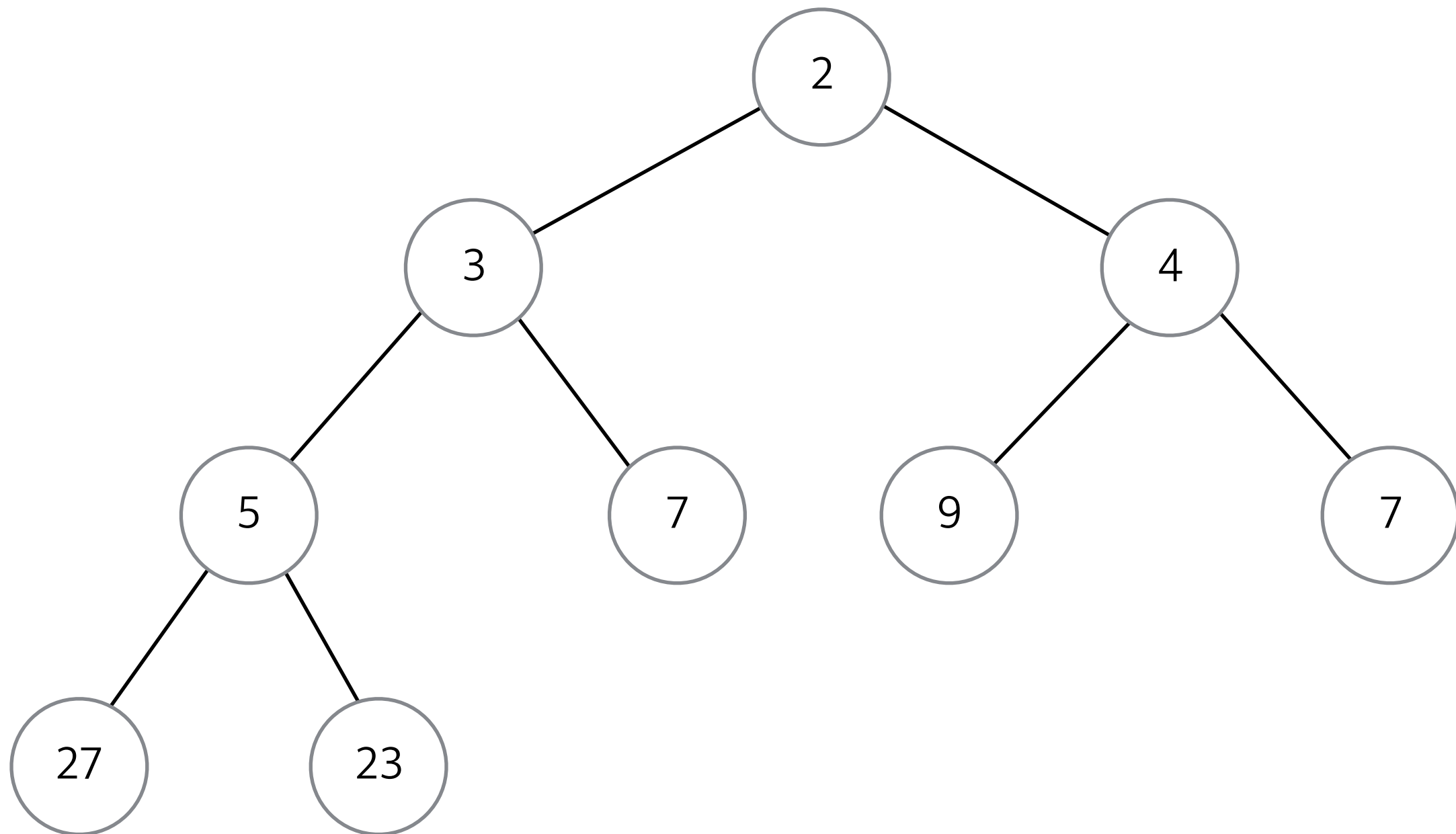


# 힙 : 값 삽입

heap.insert(2)

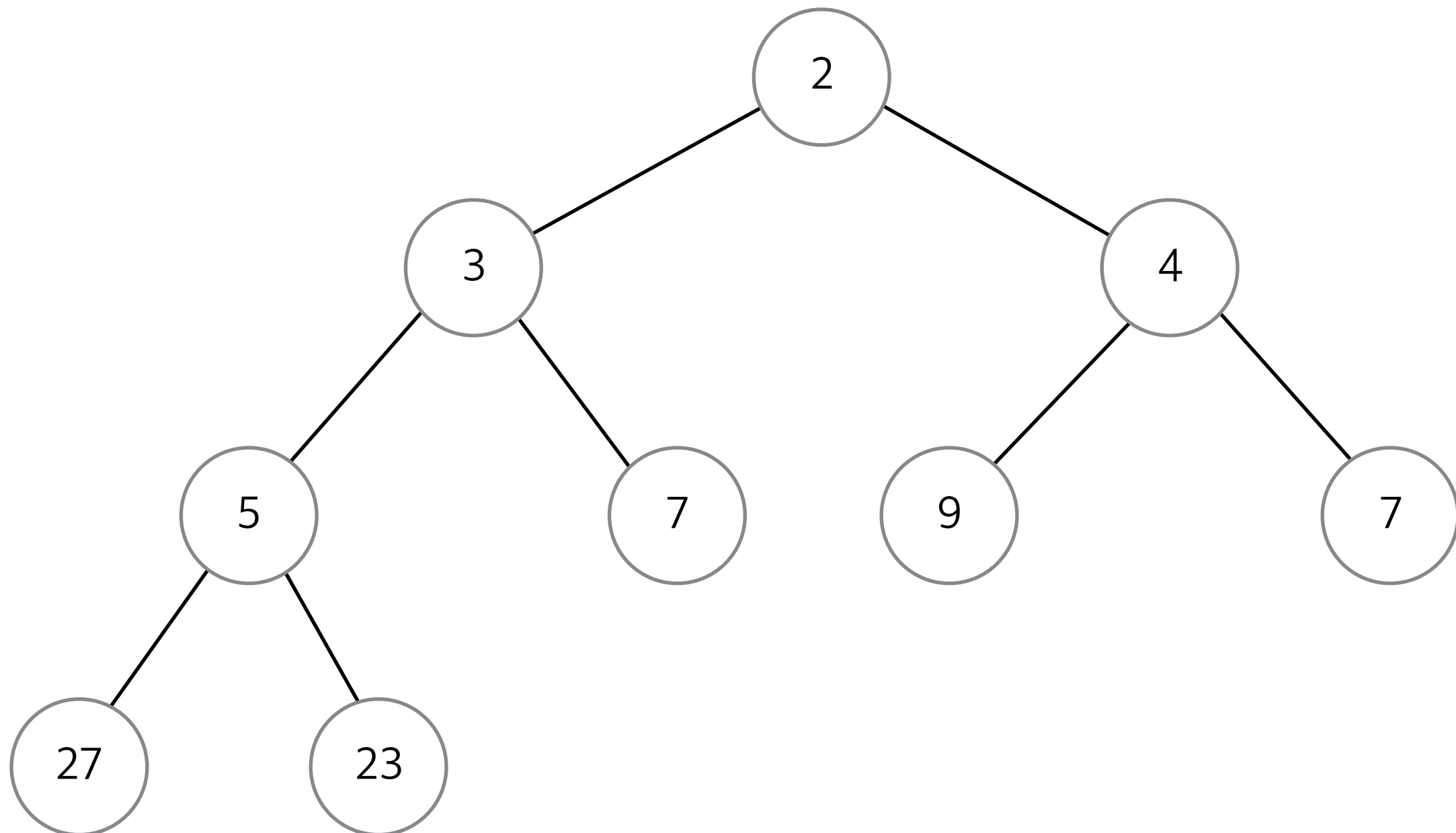


# 힙 : 값 삽입의 시간복잡도



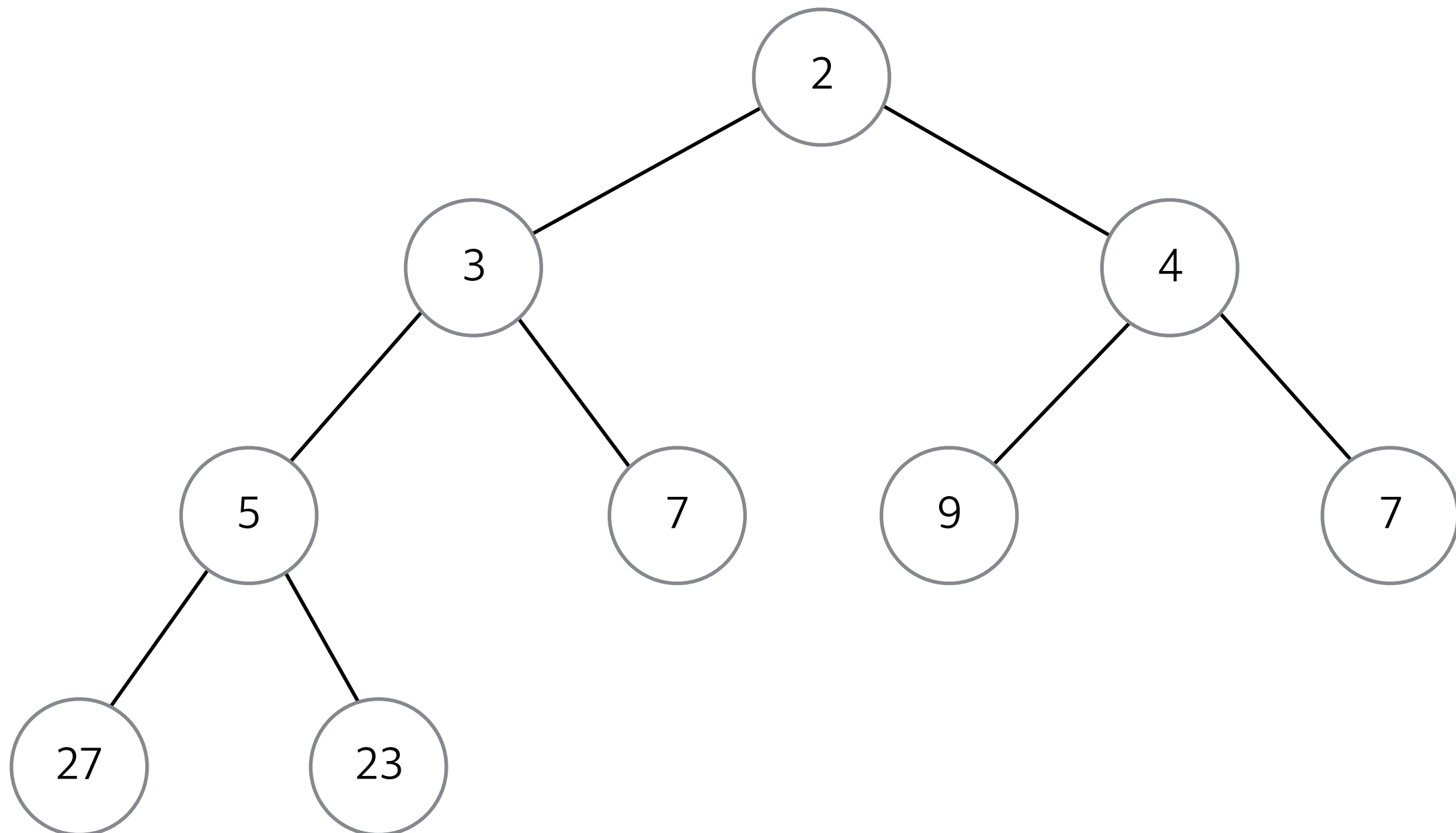
# 힙 : 값 삽입의 시간복잡도

$O(\log n)$



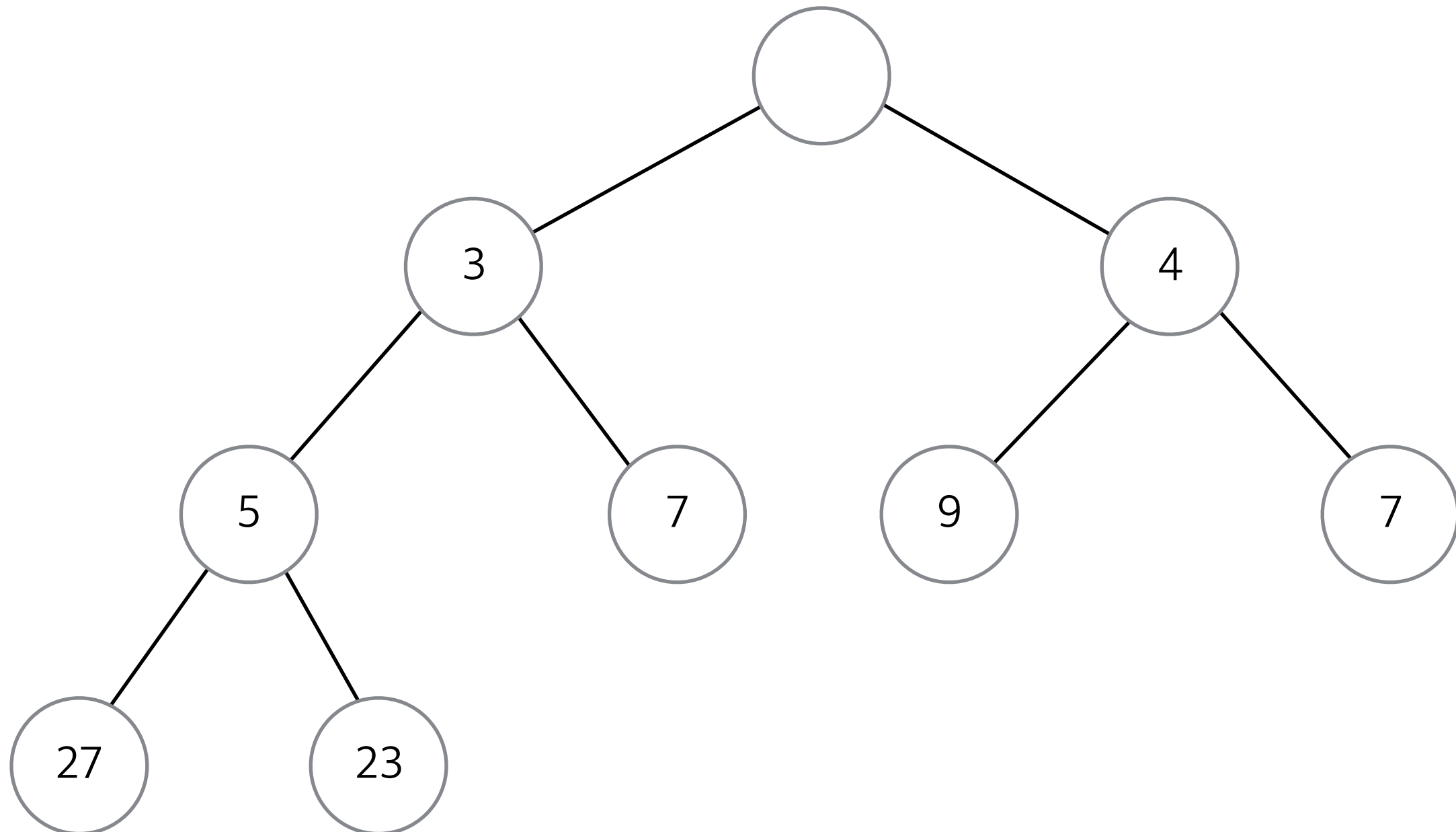
# 힙 : 값 삭제

heap.pop()



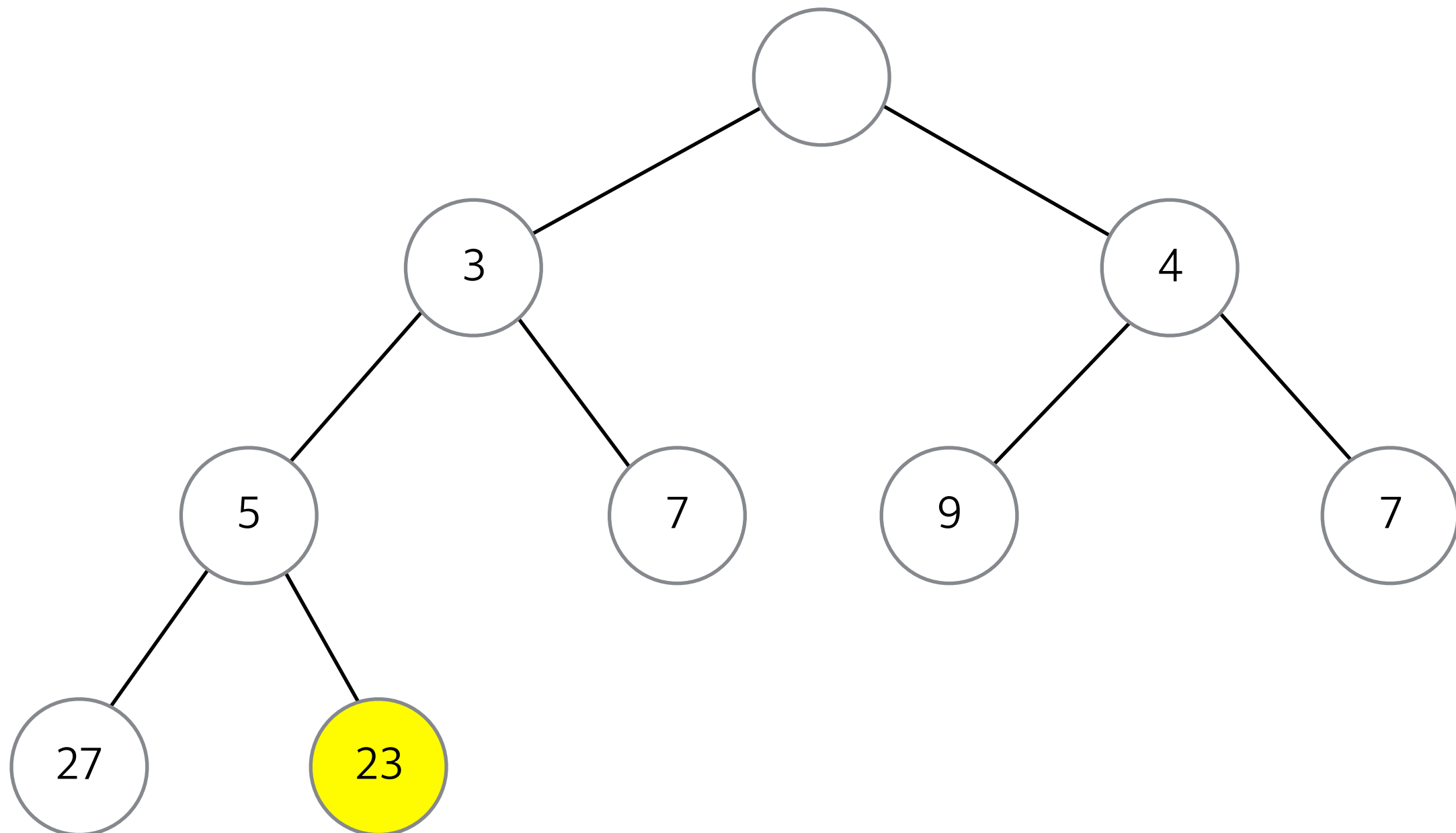
# 힙 : 값 삭제

heap.pop()



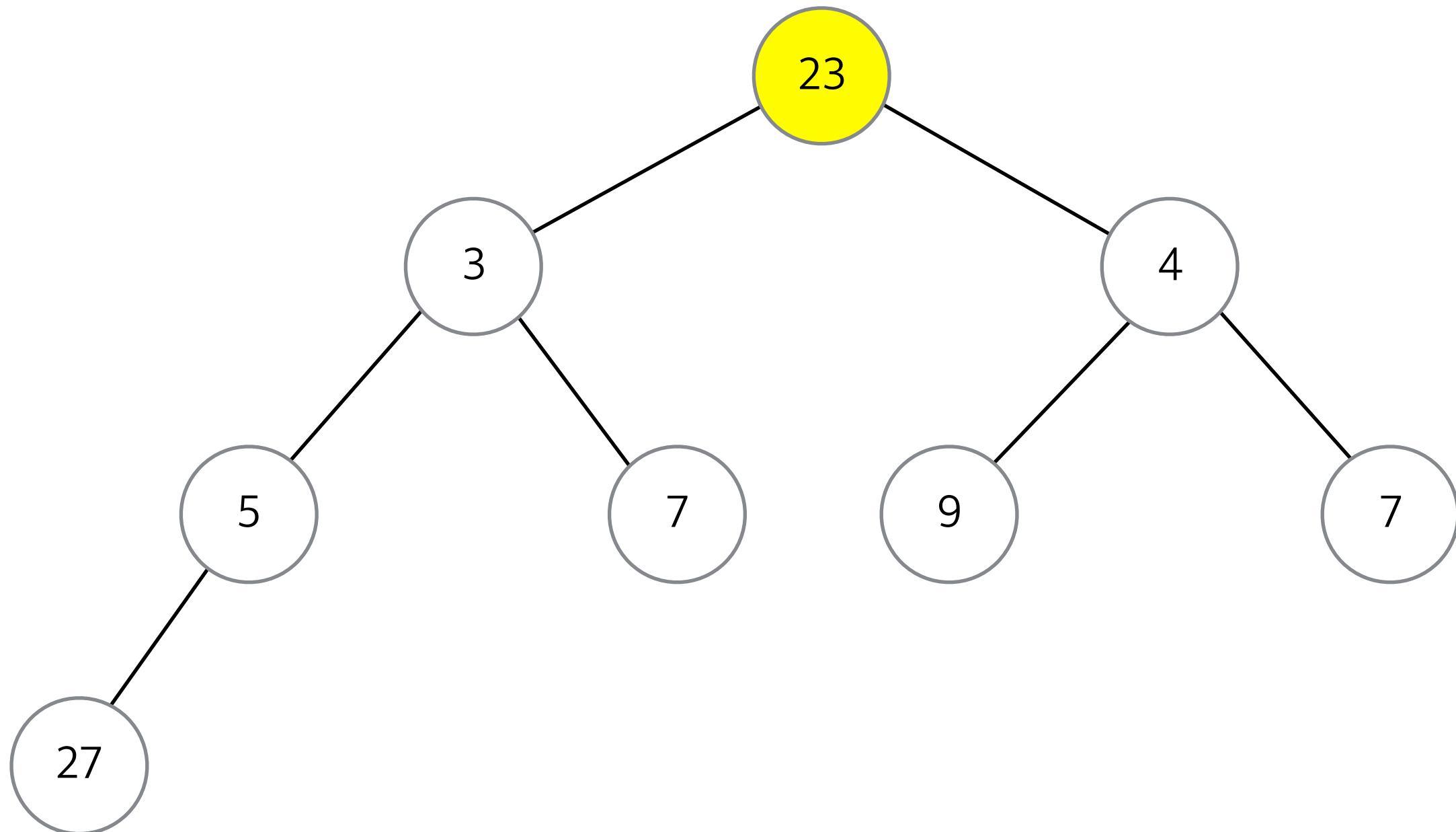
# 힙 : 값 삭제

heap.pop()



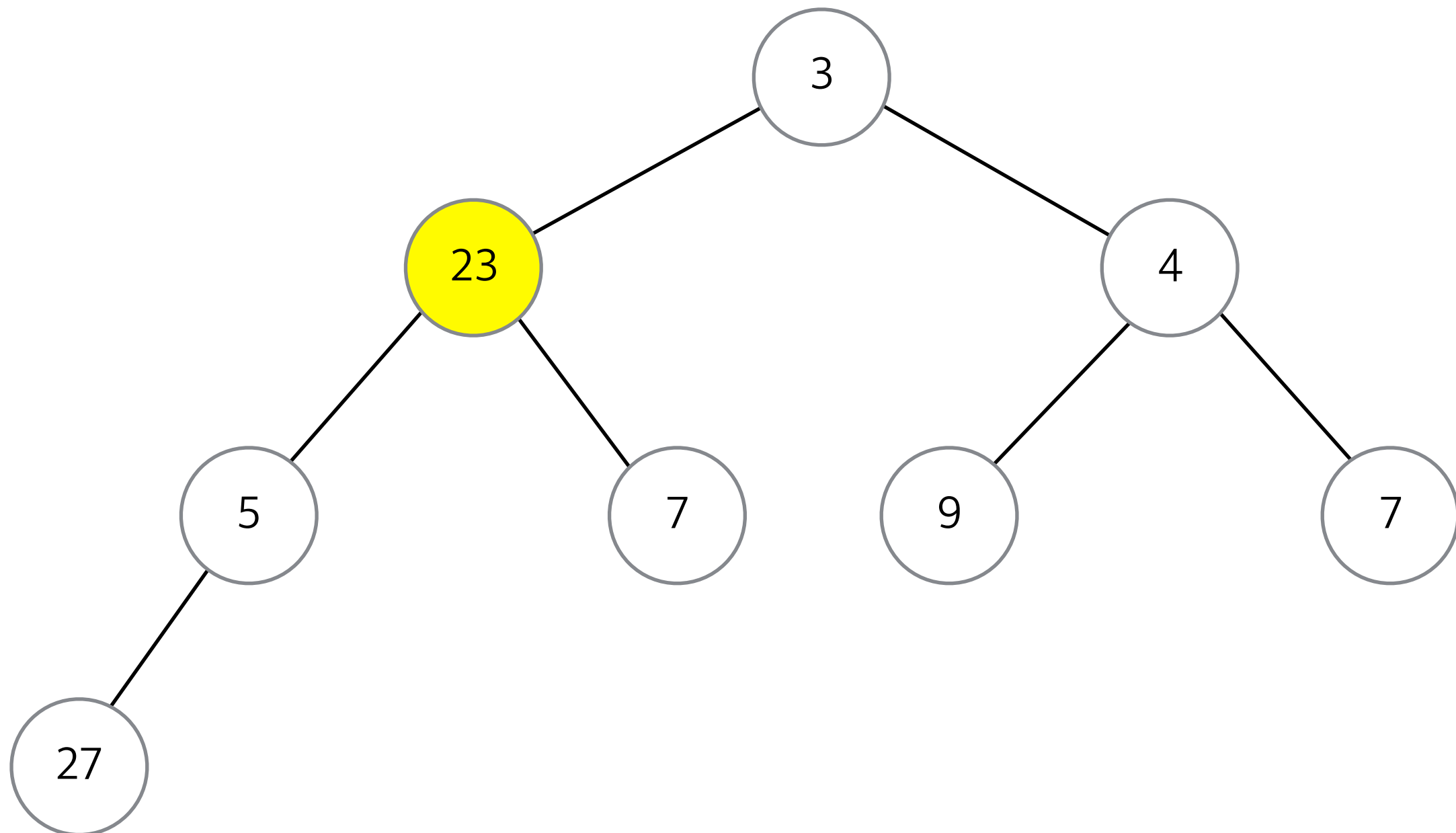
# 힙 : 값 삭제

heap.pop()



# 힙 : 값 삭제

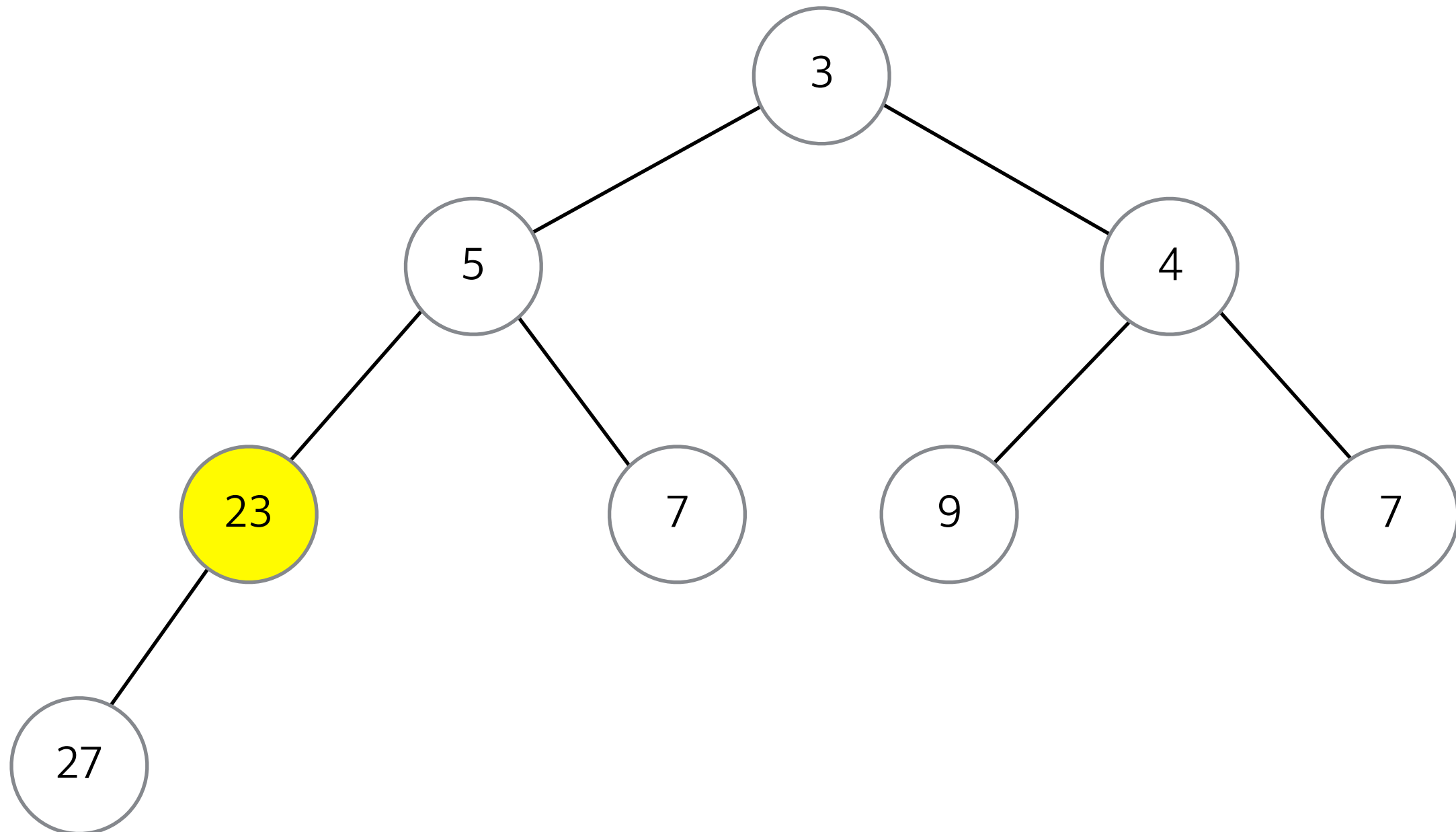
heap.pop()





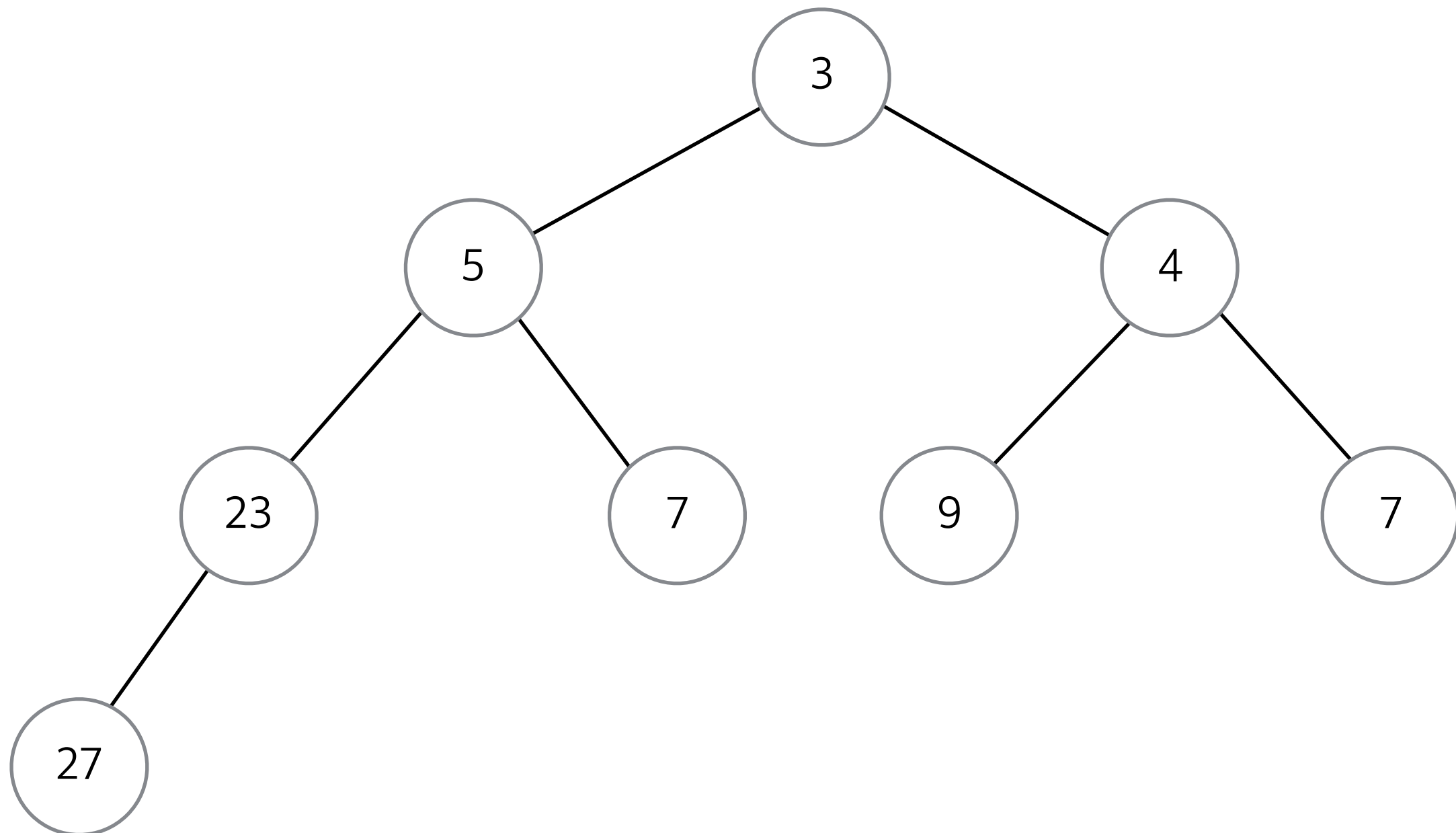
# 힙 : 값 삭제

heap.pop()



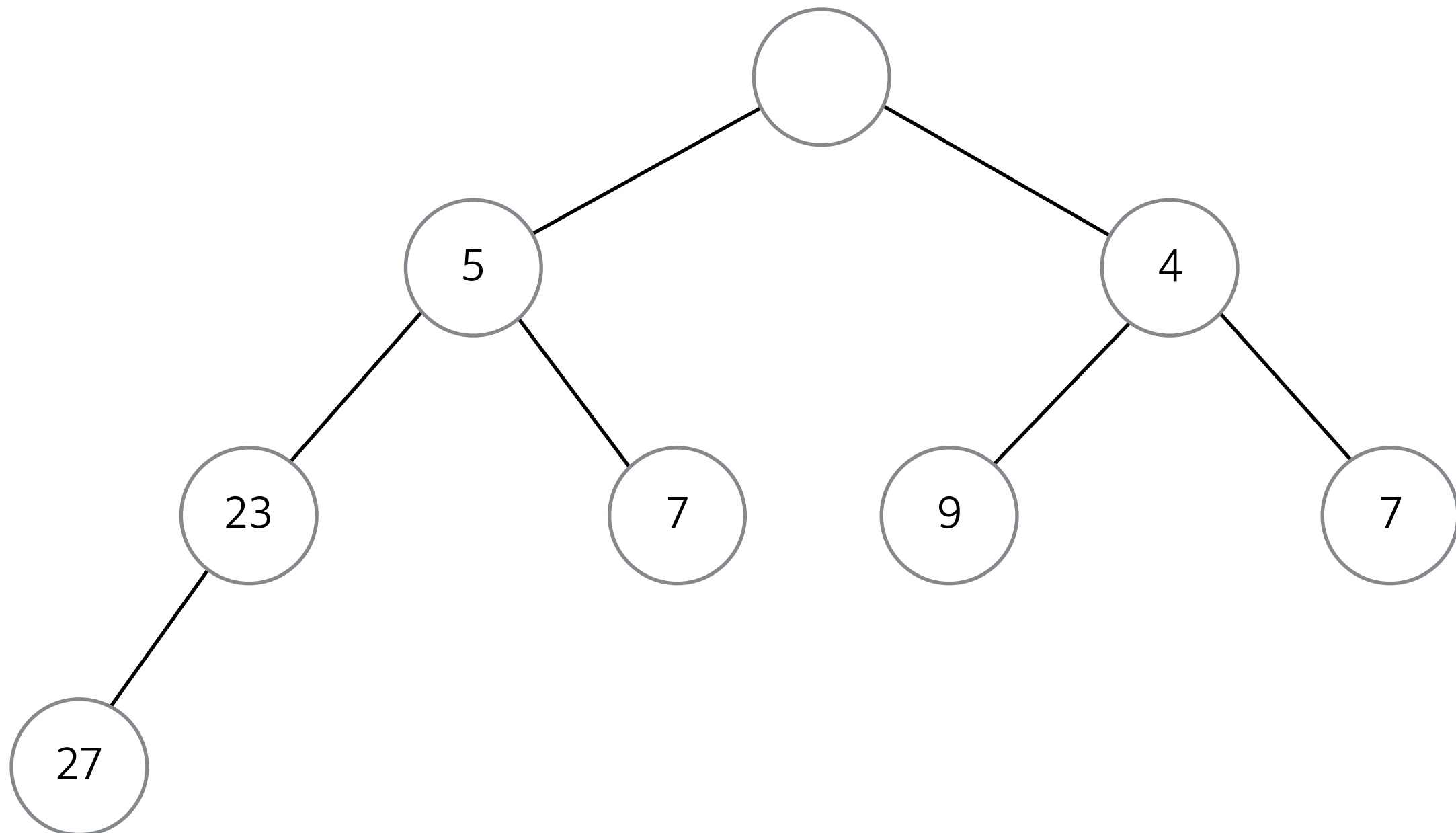
# 힙 : 값 삭제

heap.pop()



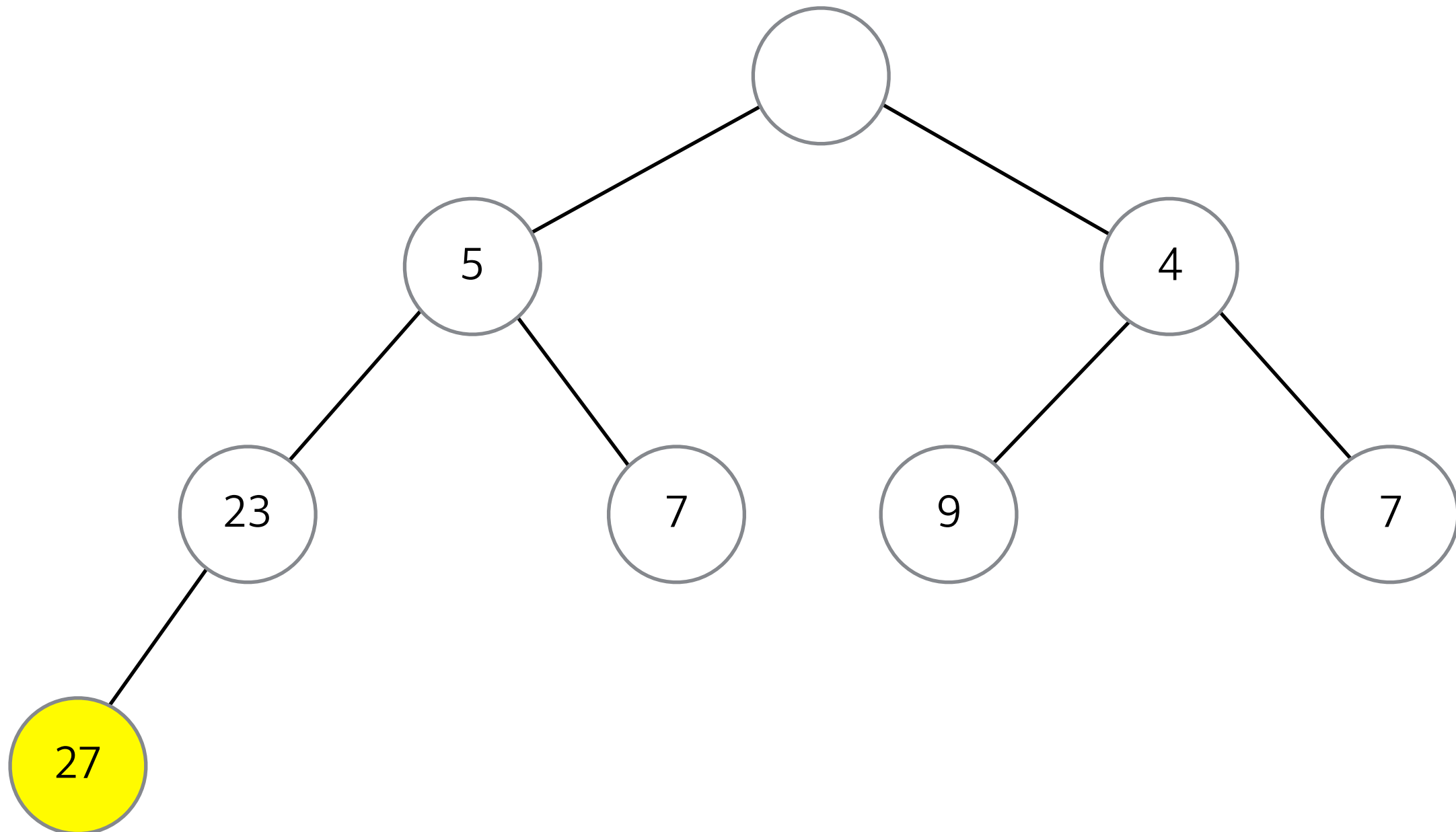
# 힙 : 값 삭제

heap.pop()



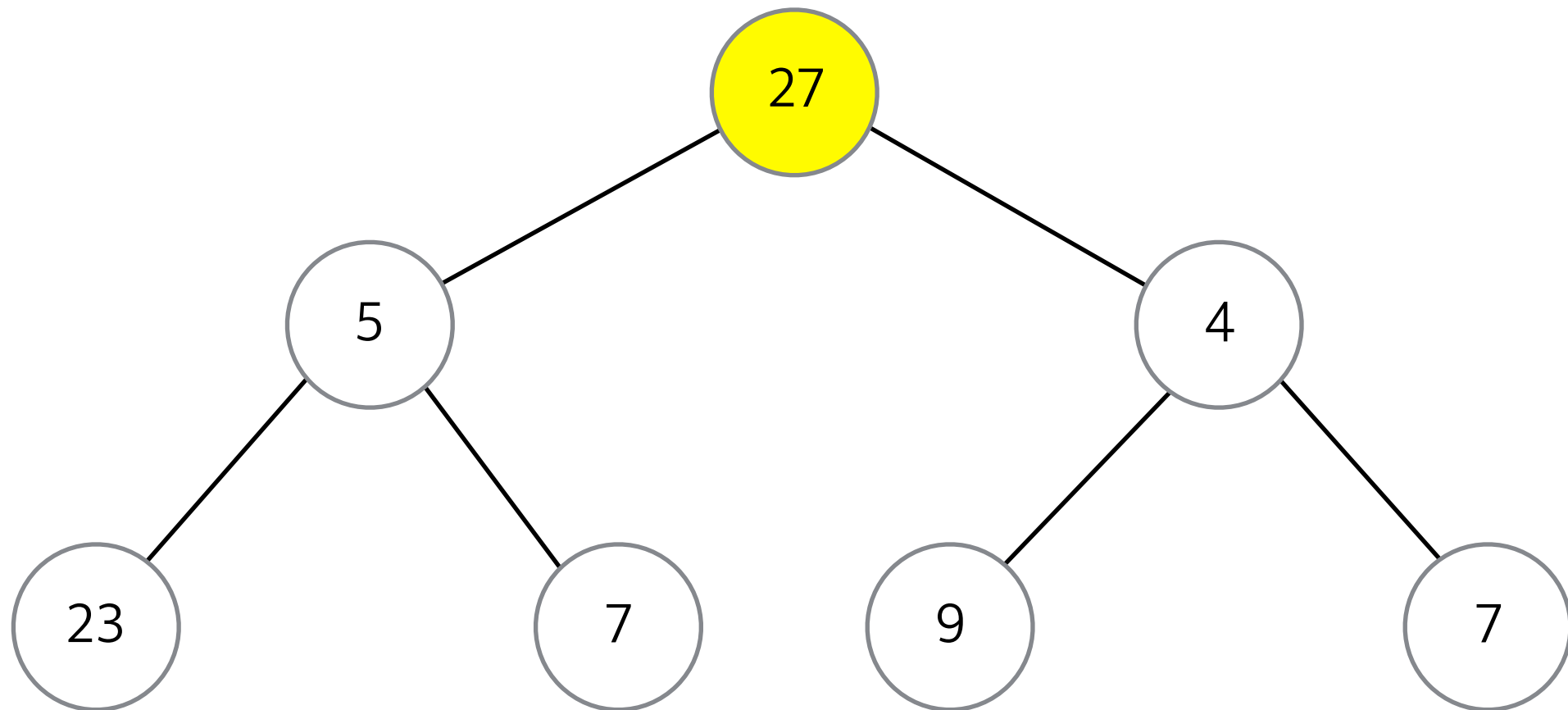
# 힙 : 값 삭제

heap.pop()



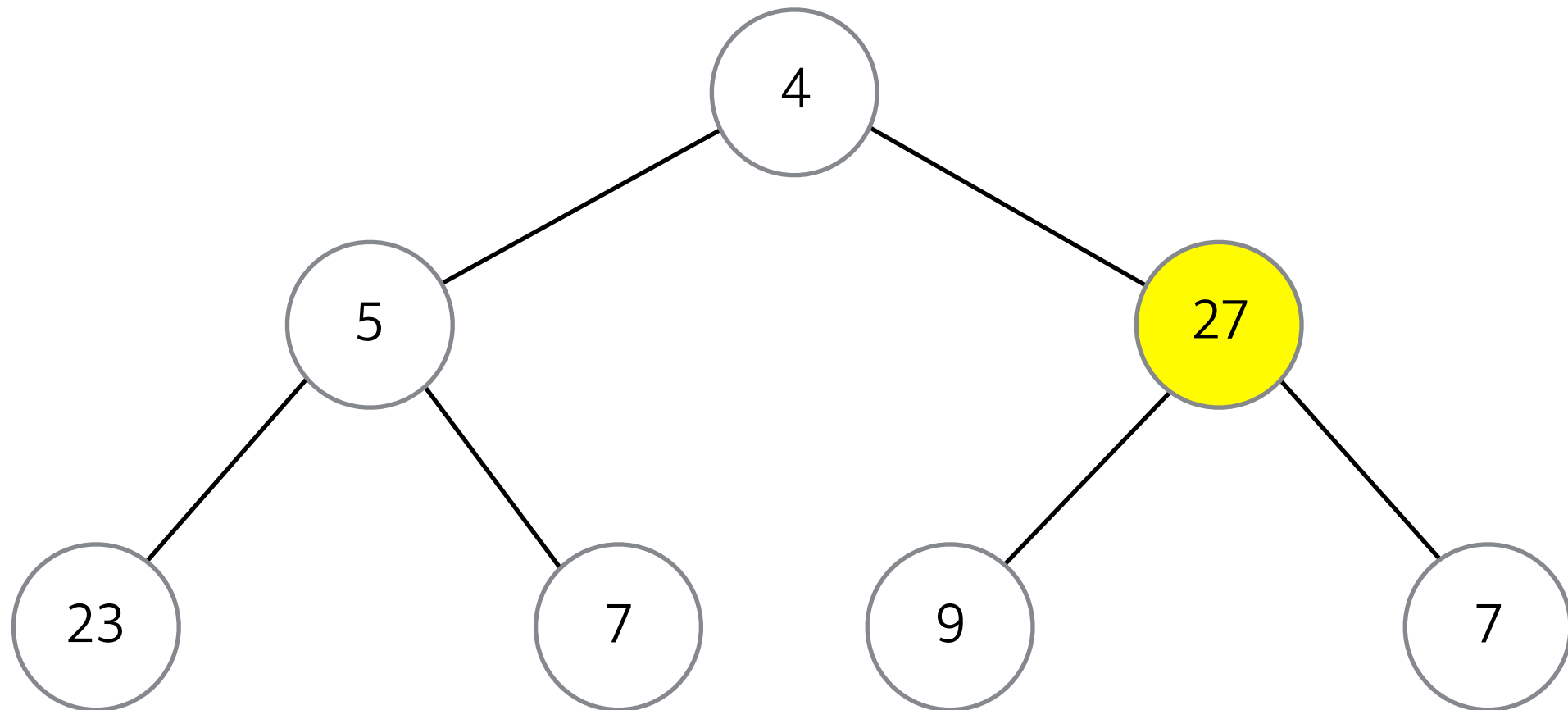
# 힙 : 값 삭제

heap.pop()



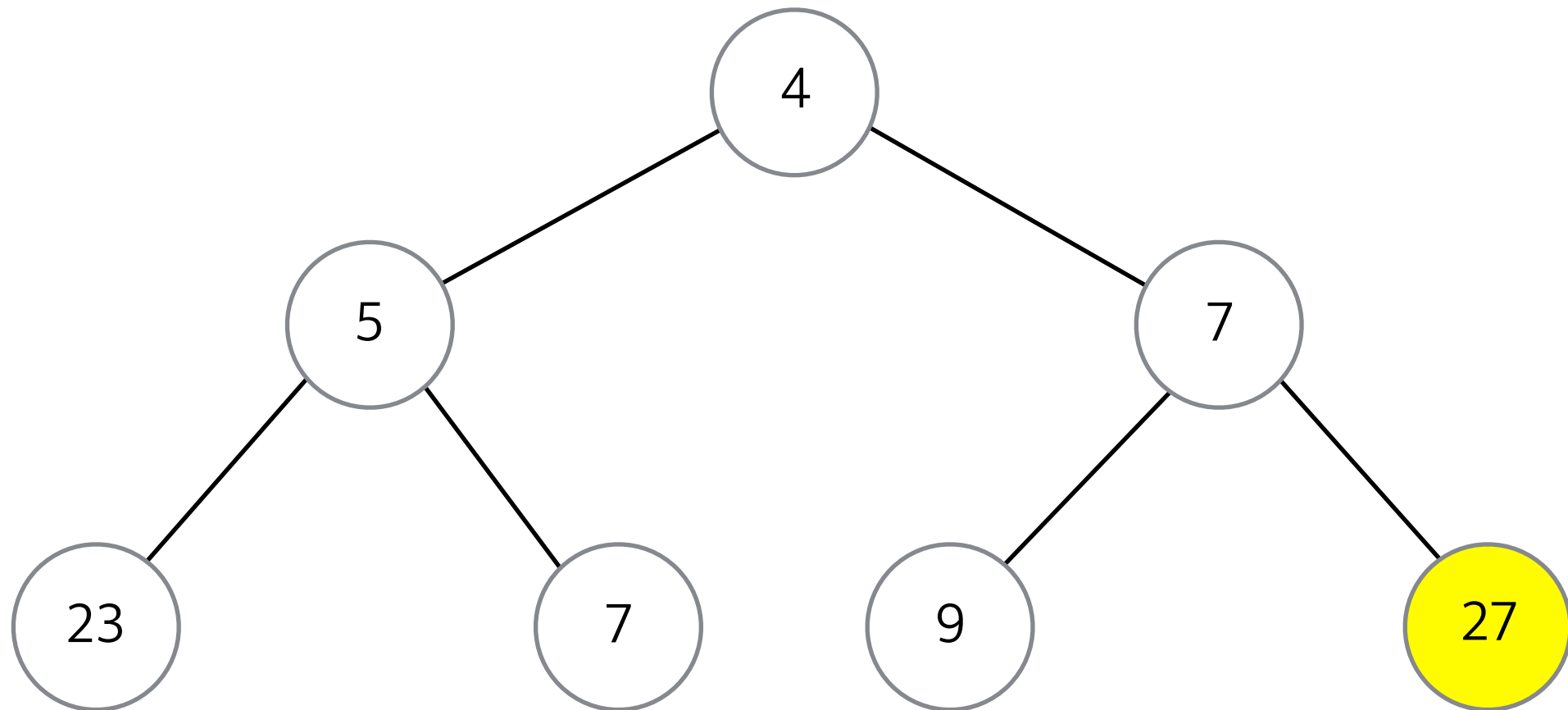
# 힙 : 값 삭제

heap.pop()



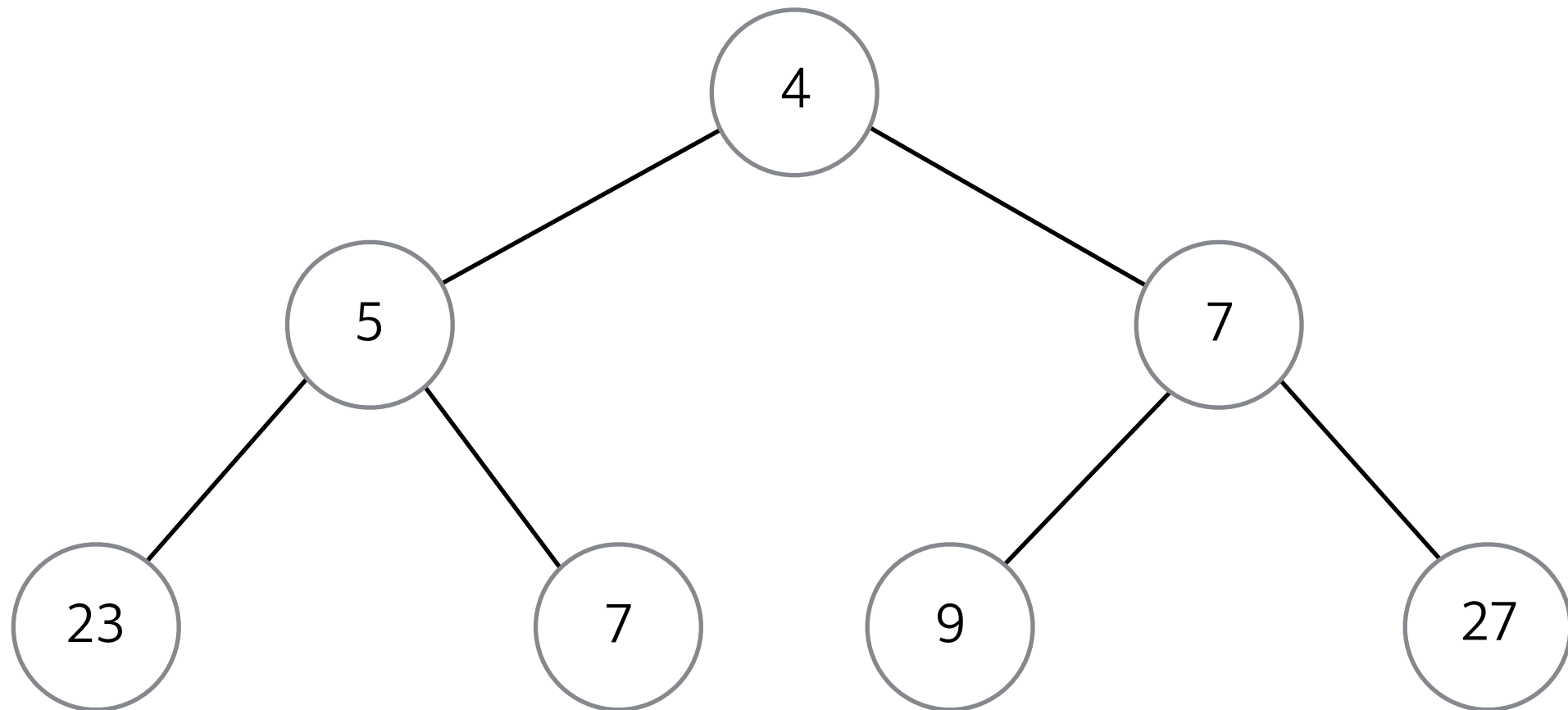
# 힙 : 값 삭제

heap.pop()



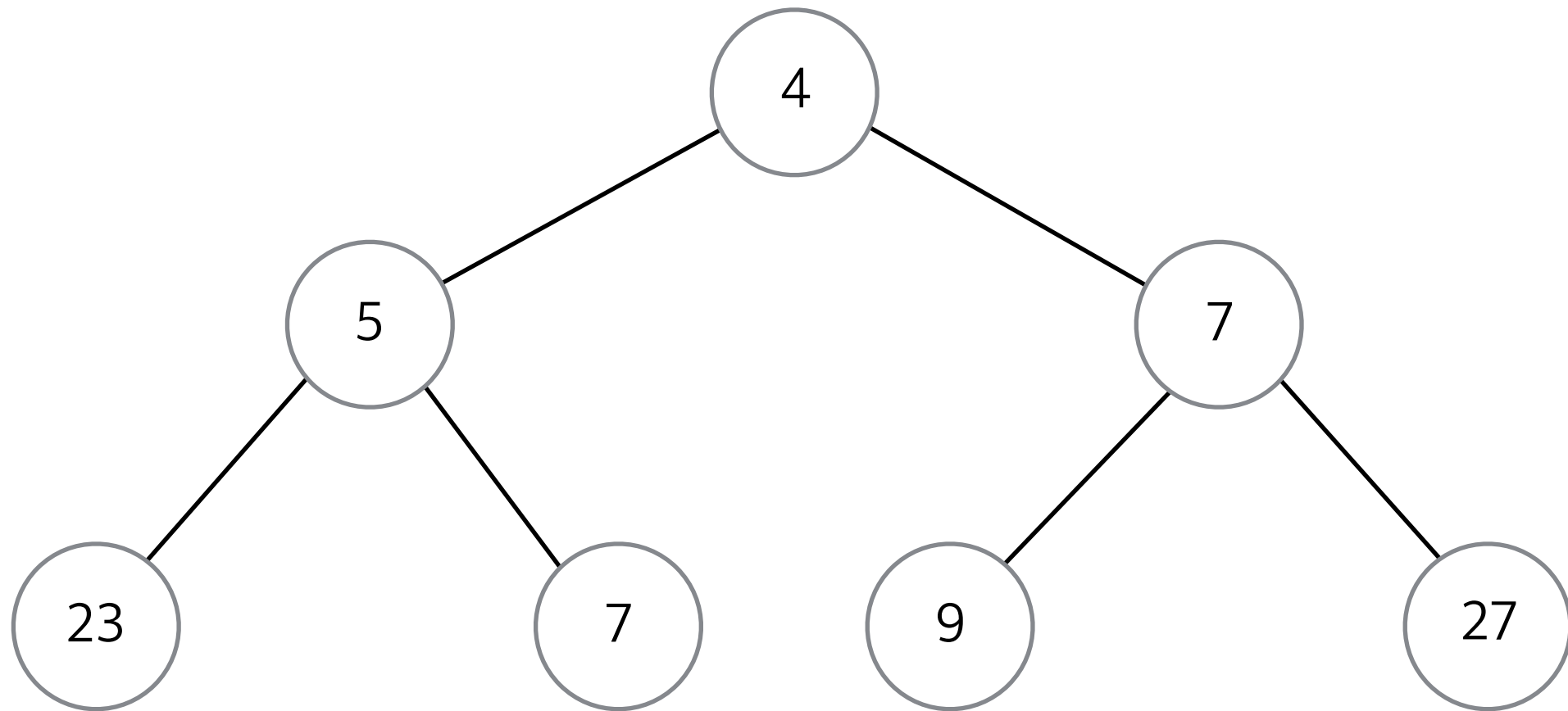
# 힙 : 값 삭제

heap.pop()



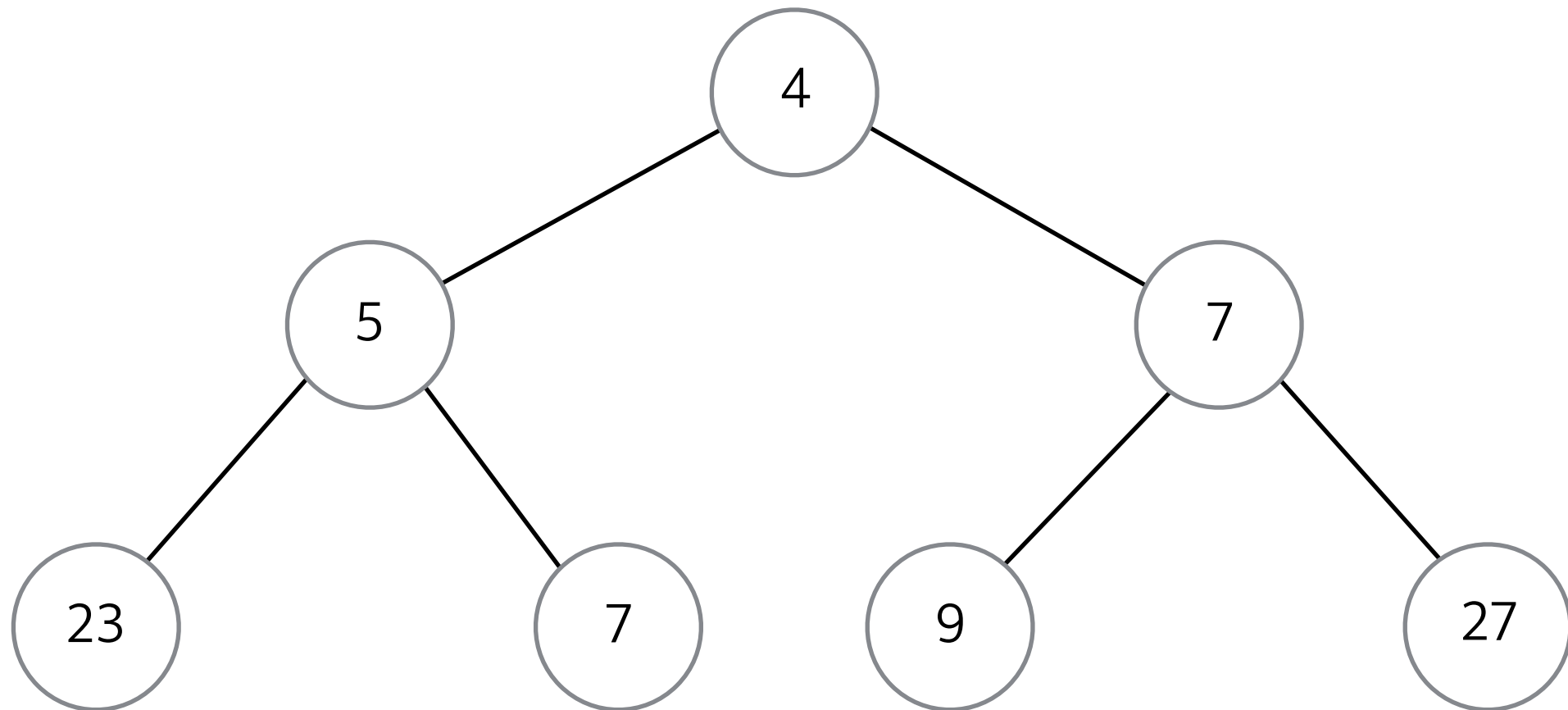


# 힙 : 값 삭제의 시간복잡도



# 힙 : 값 삭제의 시간복잡도

$O(\log n)$



# 우선순위 큐의 구현 요약

	리스트	힙
값의 삽입	$O(1)$	$O(\log n)$
값의 삭제	$O(n)$	$O(\log n)$

# [예제 2] 우선순위 큐 구현하기

힙을 구현하여 우선순위 큐를 완성하시오

## 시스템 입력의 예

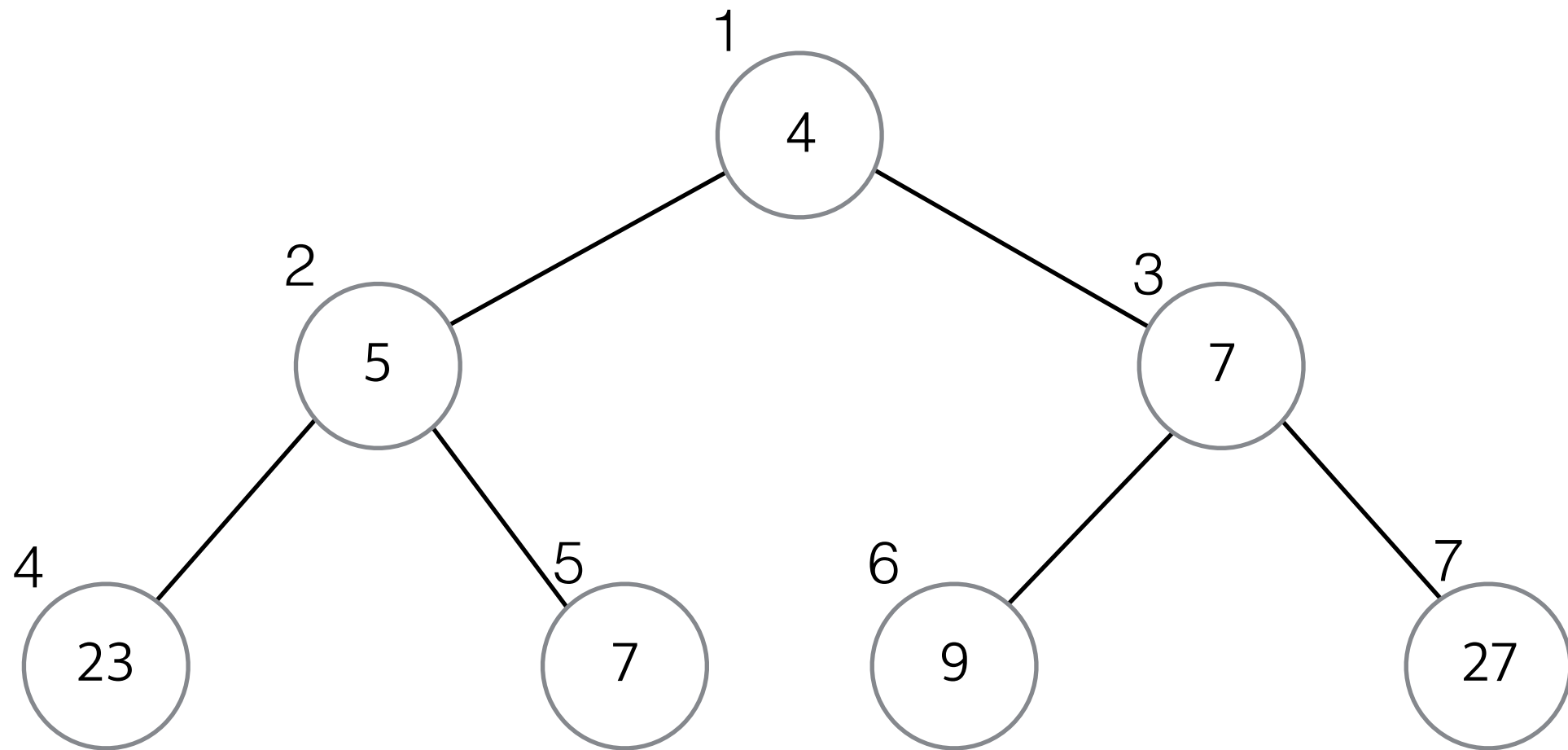
```
myPQ = priorityQueue()  
  
myPQ.push(1)  
myPQ.push(4)  
myPQ.pop()  
  
print(myPQ.top())
```

## 출력의 예

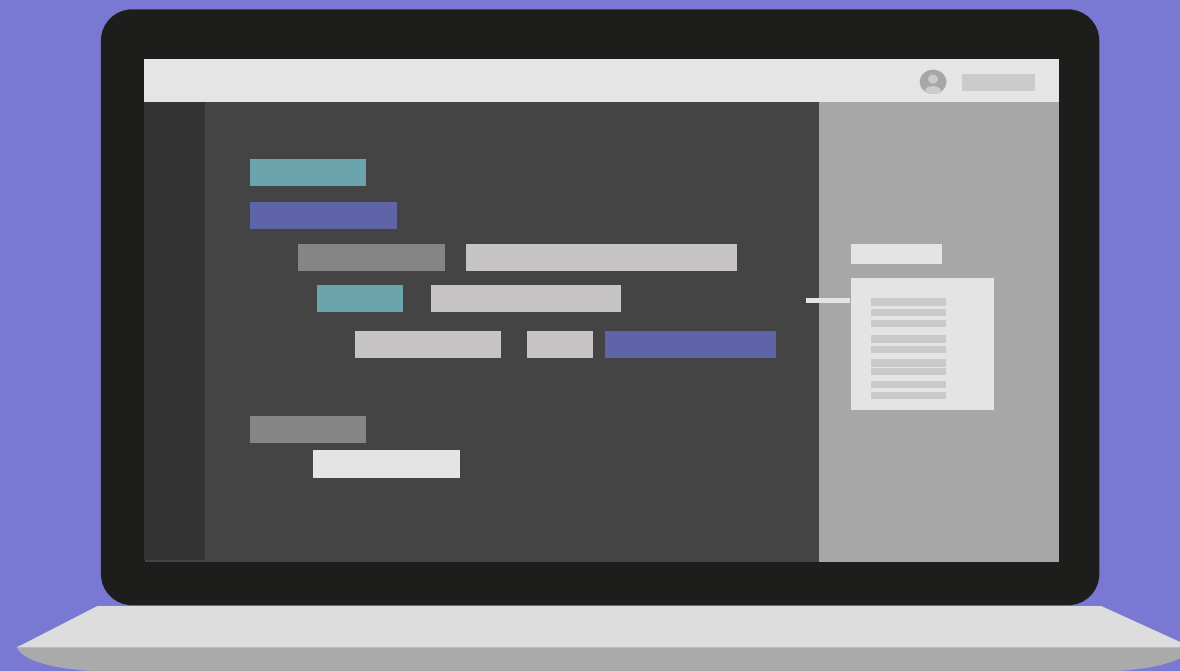
```
4
```

# [예제 2] 우선순위 큐 구현하기

힙을 List를 이용하여 구현한다



# [예제 2] 우선순위 큐 구현하기



```
/* elice */
```

# 요약

**트리는 직접 구현할 일이 거의 없다**

그래프의 구현을 배우면 트리 구현을 자연스럽게 습득

**목적이 확실한 자료구조가 더 익히기 쉽다**

힙은 스택/큐/트리처럼 심오한 의미가 있진 않다

**트리 문제라도 트리를 구현할 필요가 없을 수 있다**

굳이 트리를 저장하지 않아도 되는 경우가 있다

# 퀴즈 및 설문



`/* elice */`



# 감사합니다!

신현규

E-mail : [hyungyu.sh@kaist.ac.kr](mailto:hyungyu.sh@kaist.ac.kr)

Kakao : yougatup

/\* elice \*/

## 문의 및 연락처

[academy.elice.io](http://academy.elice.io)

[contact@elice.io](mailto:contact@elice.io)

[facebook.com/elice.io](https://facebook.com/elice.io)

[blog.naver.com/elicer](https://blog.naver.com/elicer)