

## Теория вероятностей и математическая статистика

### Индивидуальное домашнее задание №4

Матрица вероятностей перехода однородной цепи Маркова имеет вид

$$P = \frac{1}{10} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 7 \\ 0 & 3 & 1 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 7 & 0 \\ 7 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

**Задание 1.** Определить матрицу вероятностей перехода за два шага.

Решение.

$$P^{(2)} = P \cdot P = \frac{1}{100} \begin{pmatrix} 70 & 30 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 70 & 30 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 42 & 21 & 1 & 0 & 15 & 21 \\ 49 & 21 & 0 & 9 & 21 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 37 & 63 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 37 & 63 \end{pmatrix}$$

**Задание 2.** Выделить классы сообщающихся состояний.

Решение. Для лучшего восприятия изобразим отношения на графе



Рис. 1

Получаем:

$$E_0 = 3, 4$$

$$E_1 = 1, 2, 5, 6$$

**Задание 3.** Есть ли невозвратные состояния?

*Решение.* Да, есть, вершины: 3, 4

**Задание 4.** Найти период в каждом из классов.

*Решение.* Матрица класса 1:

$$P_1 = \frac{1}{10} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 3 & 7 \\ 7 & 3 & 0 & 0 \\ 7 & 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
$$P_1^2 = \frac{1}{100} \begin{pmatrix} 70 & 30 & 0 & 0 \\ 70 & 30 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 37 & 63 \\ 0 & 0 & 37 & 63 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow T = \text{НОД}(2) = 2$$

**Задание 5.** Вычислить финальные вероятности в каждом классе.

*Решение.*  $E_1$ :

$$x = (p_1, p_2, p_5, p_6)$$
$$\begin{cases} (10P_1^T - 10I)x^T = 0 \\ p_1 + p_2 + p_5 + p_6 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{pmatrix} -10 & 0 & 7 & 7 \\ 0 & -10 & 3 & 3 \\ 4 & 3 & -10 & 0 \\ 6 & 7 & 0 & -10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_5 \\ p_6 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$p_1 = \frac{7}{20}; p_2 = \frac{3}{20}; p_5 = \frac{37}{200}; p_6 = \frac{63}{200};$$

$E_0$  :

$$p_3 = 0; p_4 = 0.$$