$m\bar{W} = \bar{F} \;|\cdot \bar{e}_i$

$mW_i = F_i$

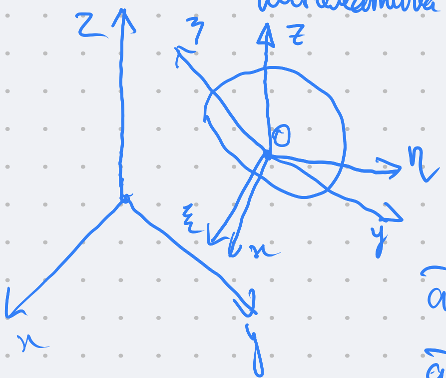
$$\frac{m}{H_i}\left[\frac{d}{dt}\cdot\frac{\partial \frac{v^2}{2}}{\partial \dot q_i} - \frac{\partial \frac{v^2}{2}}{\partial q_i}\right] = F_i$$

$$T = \frac{mv^2}{2}$$

$\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}\cdot\frac{\partial T}{\partial \dot q_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = H_i F_i$$

Кинематика твердого тела

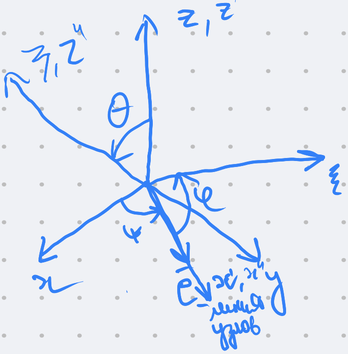


Ox – обозн. базиса $Oxyz$

$O\xi$ – -"- – $O\xi\eta\zeta$

$\bar a$ в базисе Ox – $\bar a_x$

$\bar a$ в базисе $O\xi$ – $\bar a_\xi$



$$\bar e = \frac{\bar z \times \bar\zeta}{|\bar z \times \bar\zeta|}$$ – линия узлов

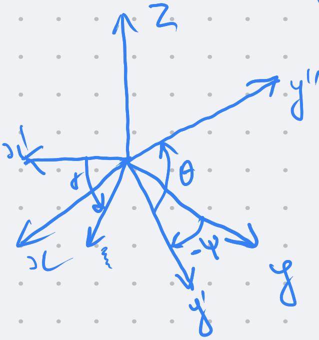
$$Ox \xrightarrow[z]{\psi} Ox' \xrightarrow[x']{\theta} Ox'' \xrightarrow[z'']{\varphi} O\xi$$

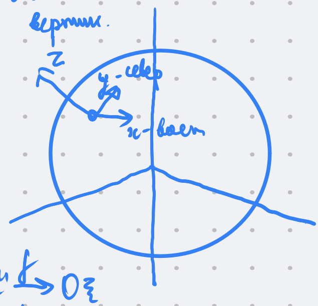
ψ – угол прецессии

θ – угол нутации

φ – угол собств. вращения

Самолётные углы





$$Ox \xrightarrow[z]{-\psi} Ox' \xrightarrow[x']{\theta} Ox'' \xrightarrow[y'']{\gamma} O\xi$$

ψ – угол курса; θ – угол тангажа

γ – крена

Ортогон. матрицы и их св-ва

$\bar r' = A\bar r$, A - ортогональна, если $r' = r$

$$\overline{r'}^T \overline{r'} = \underset{\parallel}{\overline{r'}^T} A \bar r$$

$$r'^2 = (A\bar r)^T A \bar r = \bar r^T A^T A \bar r = r^2 \Rightarrow \underline{A^T A = E} \text{ - определение}$$

1. $\det(AB) = \det A \det B$; $\det A^T = \det A \Rightarrow \det(A^T A) = \det(E) = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{\det A = \pm 1}$

2. A^{-1} $\exists!$

3. A, B – ортог $\Rightarrow$ $C = AB$ – ортог

$$C^T C = (AB)^T AB = \underbrace{B^T \underbrace{A^T A}_{E} B}_{E} = E$$

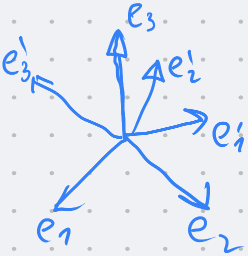
4. Обр. группу отн. мн-ва – $O(3)$ – группа орт. преобр R^3

$SO(3)$ – " – $\det A = 1$

5. $a_{ij} = A_{ij}$ – алгебраич. дополнение

6. $SO(3)$ – опис. мат. модель тв. тела с неподвижн. точкой

$\bar e_k' = A\bar e_k$



$A \in SO(3)$

$$\bar e_1' = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ \vdots & & \\ a_{31} & & \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \end{bmatrix}$$

$A = [\bar e_1', \bar e_2', \bar e_3']$

Найдем собств. знач.:

$\varphi(\lambda) = \det(A - \lambda E) = \lambda^3 - \lambda^2 \operatorname{tr} A + \lambda \operatorname{tr} A - 1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 1$ - всегда у ортогон.

$$\lambda_{2,3} = \frac{\operatorname{tr} A - 1}{2} \pm i\sqrt{1 - \frac{(\operatorname{tr} A - 1)^2}{4}}$$

$\bar r = \bar p + i\bar q \in \mathbb{C}^3$

$\bar p, \bar q \in \mathbb{R}^3$

$\bar r^+ = \bar p^T - i\bar q^T$ - эрмитово сопр.

$\|\bar r\| = \sqrt{\bar r^+ \bar r}$ - норма компл. вектора

$= \sqrt{\bar p^T \bar p + \bar q^T \bar q}$

$\Rightarrow$ если A - ортогон $\Rightarrow \forall \bar r \in \mathbb{C}^3 \ \|A\bar r\| = \|\bar r\|$