Zusammenfassung der Wissenstruktur
Analysis

Bodun Du

December 7, 2020

Contents

1 Logik

1.1 Logik der einzelnen Erscheinung

$:$	Geltung
$\exists$	Existenz
$\exists_1$	einzigartige Existenz
$\neg$	Verneinung
$\wedge$	gleichzeitige Existenz
$\vee$	mindestens eine Existenz

Darstellung der Exiatenzeigenschaft:

$$Element\{Eigenschaft1; Eigenschaft2\dots\}$$

1.2 Menge

$\in$	Implikation
$\subset$	Implikation aller zugehörigen Elementen
$\subsetneq$	Implikation aller zugehörigen Elementen aber Ungleichheit
$\forall$	Alle Existenzen (mit Eigenschaft...)
$\varnothing$	die virtuelle Menge, die von jeder Menge impliziert ist

Darstellung einer Menge mit deren Elementenamen:

$$Menge = \{Elememt1, Element2\dots\}$$

Darstellung einer Menge mit deren Eigenschaft der Elementen:

$$Menge = \{Bedingung1; Bedingung2\dots\}$$

1.2.1 Erweiterung der Menge auf Logik

$\rightarrow$	Implikation(logische Inhalte als Menge, die Untermengen impliziert)
$\leftrightarrow$	Äquivalenz(alle logische Inhalte implizieren gegenseitig)
$\Rightarrow$	Implikation mit wahrer Obermenge
$\Leftrightarrow$	wahre Äquivalenz

1.2.2 die für Mengebeziehung zusammengefasste Logikbezeichungen

$\cap$	neue Gruppe, die aus alle Elemente zweier Mengen besteht. $(C = A \cap B \leftrightarrow C = \{e : e \in A \wedge e \in B\})$
$\cup$	neue Gruppe, die Elemente, die sich wowohl in A als auch in B befinden, besteht. $(C = A \cup B \leftrightarrow C = \{e : e \in A \vee e \in B\})$
$\backslash$	neue Menge, die aus alle Elemente von A außer die Elemente, die auch in B befindlich sind, besteht. $(C = A \backslash B \leftrightarrow C = \{e : e \in A \vee e \in \neg B\})$
$\triangle$	neue Menge, die aus alle ungleiche Elemente von A und B besteht. $(C = A \triangle B \leftrightarrow C = (A \backslash B) \cap (B \backslash A))$

2 Mathematischer Beweis

Ein mathematischer Beweis ist die Korollar aus den Axiomen.

2.1 Axiom

Induktionsende, die stehts als wahr gegolten sind und lassen sich nicht weiter zu beweisen.
Peano-Axiome - Definition der Arithmetik [1]

1. $0 \in \mathbb{N}$[2]
2. $\forall n \in \mathbb{N} \Rightarrow \exists n' \in \mathbb{N}$[3]
3. $\forall n \in \mathbb{N} \Rightarrow n' \neq 0$[4]
4. $\forall n, m \in \mathbb{N} : n' = m' \Rightarrow n = m$[5]
5. $\forall X = \{0; n \in \mathbb{N}; n'\} \Rightarrow \mathbb{N} \subset X$ [6]

   Man erreicht durch Zählen, ausgehend von der 1, alle natürlichen Zahlen. (A.Lambert, 2001-2-9)

2.2 Beweisdurchfühung

mathematische Induktion einer Rechenregel

1. Induktionsanfang: Wahrnehmung der Rechenserscheinung mit einer natürlichen Zahl n (da wird oft 1 genommen)
2. Induktionsschritt: Formulierung der Annahme durch einen Term
3. Beweis der Induktionsannahme für n+1
4. Erfindung der Regel für alle $n \in \mathbb{N}$

Widerspruchsentscheidung

1. Formulierung zwei Hypothesen, die sich hinsichtlich eines Axioms zwangsläufig in der "entweder-oder-Beziehung" befinden
2. Belegen der Widerspruchsbeobachtung einer Hypothese

[1] Da ist die von Peano modifizierte Version, in der 0 die Kleinste Zahl von $\mathbb{N}$ ist.
[2] Festlegung einfachster Ursprung für weiteren Axiomen
[3] Definition der natürlichen Zahlen durch arithmischen Sinne
[4] Vermeidung der Schleife
[5] Difinition der Wertgleichheit
[6] Ermöglichen des Induktionsschritts

3 Das Deduktionssystem auf Peano-Axiomen

3.1 Rechenoperation

$n+m$	m-mal Wiederholung von n'
$\sum_n^m n$	m-mal Wiederholung von n' und Verbindung aller Zwischenergebnissen durch +
$n \cdot m$	m-mal Wiederholung von $a+a$
$\prod_n^m n$	m-mal Wiederholung von n' und Verbindung aller Zwischenergebissen durch **.**
$n!$	$\prod_{n=1}^m n$
n^m	m-mal Wiederholung von $n \cdot n$

Mit Wertgleichheit lässt man sich mit obrigen Rechenoperation Gleichung erstellen, sodass eine unbekannte Zahl im Term durch einer gütigen Lösung zurückzufinden ist. So lässt sich einige weitere Rechenoperationen durch Rückkehrung der obrigen Rechenoperationen definieren:

-	$n+m=p \to p-m=n$
/	$n \cdot m = p \to p/m = n$
$\sqrt{}$	$n^m = q \to \sqrt[m]{q} = n$
log	$n^m = q \to \log_n q = m$

Weiteres:

Binomialkoeffizient $\binom{m}{n} = \frac{m!}{(m-n)! \cdot n!}$

3.1.1 Beispiele der bewiesene Rechenregel unter den obrigen Rechenoperationen

	$a-b=a+(-b)$	
Kommutativgesetz	$a+b=b+a; a \cdot b = b \cdot a$	usw.
Distributivgesetz	$a \cdot b + a \cdot c = a(b+c)$	usw.
Binomische Formeln	$(a+b)^2 = a^2+b^2+2 \cdot a \cdot b;$	
	$(a-b)^2 = a^2+b^2-2 \cdot a \cdot b;$	
	$(a+b)(a-b) = a^2-b^2$	
Unendliche Dezimalzahl	$0,\dot{9} = 1 \Rightarrow$	
	jede unendliche wiederholende Dezimalzahl ist ein Bruch	

3.2 Erweiterung der Zahlenmenge

Es entsteht bei der Lösung der Rückkehr-Rechenoperationen Zahlen, die teilweise nicht von $\mathbb{N}$ definiert sind, wenn in $\mathbb{N}$ statt "legale Lösungen", die mit $n'; n \in \mathbb{N}$ direkt herzuleiten sind, einsetzt.
So lässt sich weitere Zahlenmenge Definieren:

$\mathbb{Z}$	alle mögliche Lösungen bei $n - m; n, m \in \mathbb{N}$
$\mathbb{Q}$	alle mögliche Lösungen bei $n/m; n, m \in \mathbb{N}$
$\mathbb{R}$	alle mögliche Lösungen bei $\sqrt[n]{m}; n, m \in \mathbb{N}$
$\mathbb{C}$	alle mögliche Lösungen bei der Kubischen Gleichung mit Bekannten$\in \mathbb{R}$

Es gilt: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

3.3 Zahlenfolge

Die Zahlenmenge, deren Elemente aus einzelne Schrittergebnis einer iterativen Rechenoperation besteht.

4 Einfühung des Euklidischen Raums und katetischen Systems

4.1 Hilberts Axiomensystem der euklidischen Geometrie

- Axiome der Inzidenz
- Axiome der Anordnung
- Axiome der Kongruenz
- Axiom der Parallelen
- Axiom der Stetigkeit

4.2 Räumliche Vorstellung der Zahlenmengen

- $\mathbb{R} \leftrightarrow$ alle mögliche Länge einer 1-dimensionalen Gerade(Zahlengerade)
- $\mathbb{C} \leftrightarrow$ 3-dimensionale Erweiterung der Zahlengerade

4.2.1 Beispiele der bewiesenen Regel unter den "Axiomen"[7]im euklidischen Raum

Katetisches Koordinatensystem	Konstruiert man ein Bezugsgeradesystem aus zueinander senkrechten Zahlengeraden(Achsen), so kann das alle im Raum befindliche Orte durch Skarlakombination Repräsentieren.
$\pi = 3.141\ldots$	Beziehung des Kreisumfangs und Kreisradius
Satz des Phytagoras	Bezihung der Drei Kanten eines Dreiecks

4.3 Dimension

je höher die Anzahl der Achsen eines kartetischen Koordinatensystems braucht, um jeden Ort eines Raum zu beschreiben, desto höher ist die Dimension dieses Raums.

4.4 Gleichung, Funktionsgraph

Gleichung: Wertgleichheitsausdruck

Gleichungssystem: Mehrere Wertgleichheitsausdrücke die (z.B. durch gemeinsame Variablen) inhaltlich zusammenhängen.

Funktion: eine Gleichungsform, die die Relation mehrerer variierten Zahlen

[7] Der euklidische Raum ist eine logische Untermenge des Physikalischen Raums, so lässt sich das Axiomsystem weiter induzieren. Deswegen sind dessen Axiome nicht lauter.

dieser Gleichung im Bezug einer vaiierten Zahl, der $f(x)$, durch einen Funktionsterm darstellt.

$$f_{(x,z...)} = \dots$$

4.4.1 Funktionsgraph

Mittels Koordinatensystems lässt sich eine Relation der Vaiablen einer Funktion als einzelne Koordinaten eines Punkts darstellen.
Soll mehrere solche Punkte vorhanden sein, lässt sich die Lösungsmenge einer Funktion versualisieren.

Lineare Funktion

Bildet die Lösungsmenge ein kontinuelisches Muster, so heißt diese Funktion eine lineare Funktion und alle dazu äquivalente Gleichung lineare Gleichung.
$f(x)$ entsprichen Schnittpunkt mehrerer kontinuerlichen Termen (Lösungsvektor), die eventuell auf unterschiedlichen Dimensionen sind, und hat deswegen allgemein die Form:

$$f_{(x)} = \sum_{k=0}^{n} a_k x^k$$

> **Lineare Kombination**: jeder Vektor kann umgekehrt durch seine äquivalente Lineare Funktionsterme beschrieben werden.
>
> **Lineare Kombinationsregel**:

"Lineare Algebra"

separate, abstrakte Betrachtung der Lösungsmenge der

Vektor

Abstraktion der Einzelne Punkte einer lineraren Gleichung als berechenbare Zahlenpaaren.

Matritze

Erweiterung des Vektors auf dem linearen Gleichungssystem.

4.4.2 Beispiele der Funktion mit Funktionsgraph