

AALTO YLIOPISTO

MS-C2132 Systemianalyysilaboratorio I

**Laboratoriotyö 2: Sähkönkulutuksen  
ennustaminen ja hankinnan optimointi**

Kalle Alaluusua (585046)

Stella Tuovinen (475907)

# Sisältö

<b>1</b>	<b>Johdanto</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Aikasarjan analyysi</b>	<b>2</b>
2.1	Box-Jenkins menetelmä . . . . .	2
2.2	Mallin tunnistaminen . . . . .	3
2.3	Mallin estimointi . . . . .	8
2.4	Diagnostiset tarkistukset . . . . .	10
2.5	Seuraavan vuorokauden ennuste . . . . .	14
<b>3</b>	<b>Sähkönhankintasuunnitelma</b>	<b>17</b>
3.1	Optimointitehtävä . . . . .	17
<b>4</b>	<b>Kommentit ja yhteenveto</b>	<b>21</b>

# 1 Johdanto

Tässä työssä rakennetaan SARIMAX-malli yrityksen sähkönkulutuksen ennustamista varten. Datana mallin rakentamiseen on 816 sähkönkulutusmittausta kilowattitunteina ja 840 ulkolämpötilaa samalta ajanjakosolta 31.10.2014 - 3.12.2014. Kahdenkymmenen neljän ylimääräisen lämpötilamittauksen avulla, sekä Box-Jenkins -menetelmää hyödyntäen ennustamme torstaille 4.12.2014 tuntikohtaisen sähkönkulutuksen.

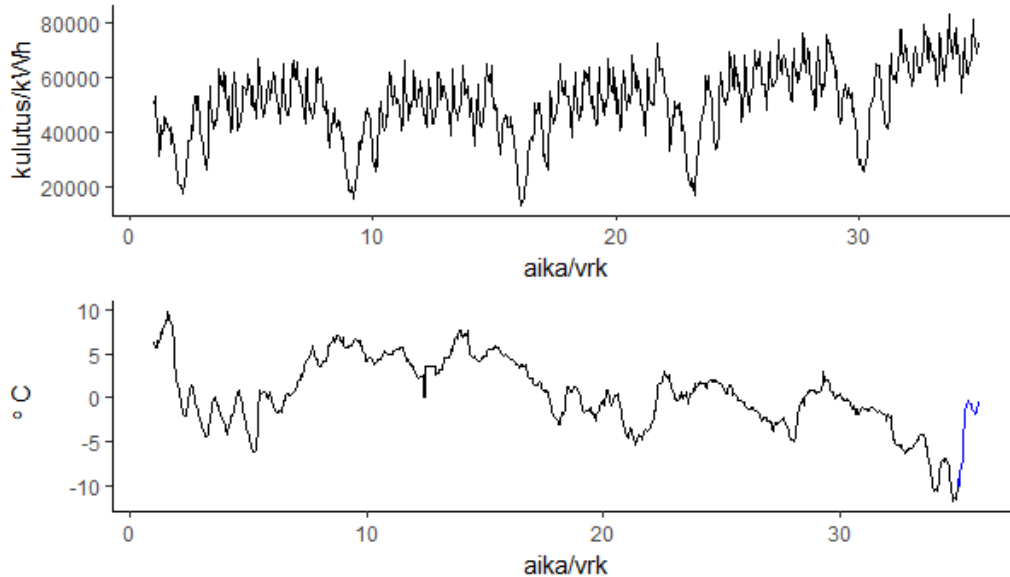
Ennusteiden perustella luomme tuntikohtaisen sähkönhankitastrategian vuorokaudelle 4.12.2014 optimoimalla sähkön myyntiä ja ostoja tehtävänannon mukaisten sähkönhankitalähteiden puitteissa.

## 2 Aikasarjan analyysi

### 2.1 Box-Jenkins menetelmä

Mallinsimme sähkönkulutusaikasarjaa (kuva 1) hyödyntäen Box-Jenkins menetelmää. Box-Jenkins menetelmä on SARIMA-mallien (Integroitu kausivaihtelu-ARMA-malli) laatimisstrategia, joka koostuu kolmesta vaiheesta. Ensimmäisessä vaiheessa aikasarja stationarisoidaan eli siitä poistetaan differensoimalla mahdolliset trendit ja kausivaihtelu. Käsiteltävä aikasarja on heikosti stationäärinen, kun sen keskiarvo ja varianssi ovat vakioita ajan suhteen ja aikasarjan havaintojen välinen kovarianssi riippuu ainoastaan havaintojen välisen ajan pituudesta eikä havaintohetkestä. Tässä dokumentissa puhumme heikosta stationaarisuudesta stationaarisuutena. Kun SARIMA-aikasarja on differensoimalla muutettu SARMA-aikasarjaksi, valitaan mallin viitepolynomien asteluvut. Toisessa vaiheessa estimoidaan mallin parametrit eli viivepolynomien kertoimet. Tässä työssä käyttämämme CSS-menetelmä estimoi parametrit minimoimalla mallin residuaalien neliösummaa. Kolmas eli viimeinen vaihe koostuu diagnostisista tarkistuksista, joiden tavoitteena on tunnistaa, ovatko SARMA-mallin residuaalit valkoista kohinaa. Tämä tarkoittaa sitä, että satunnaisen residuaaliotoksen keskiarvon tulee olla nolla, varianssin äärellinen, jakauman normaali. Lisäksi residuaalien on oltava korreloimattomia. Jos jäännökset ovat valkoista kohinaa, on malli valmis. Muussa tapauksessa aikasarjan käyttäytymistä ei ole onnistuttu selittämään kyllin hyvin. Tällöin palataan ensimmäiseen vaiheeseen. [2]

## 2.2 Mallin tunnistaminen

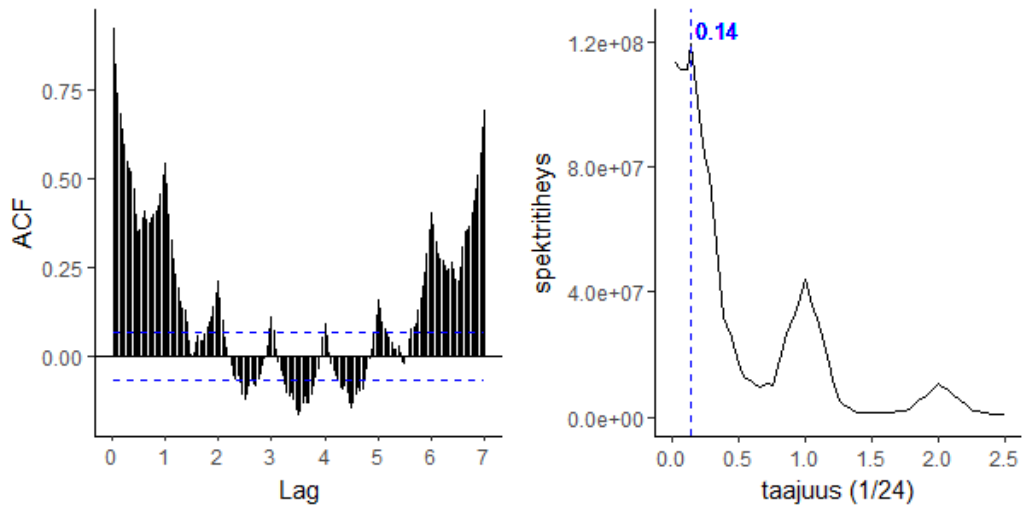


Kuva 1: Kulutus (yllä) ja lämpötila (alla mustalla) 35 vrk ajalta sekä ennustettavan vuorokauden lämpötila (alla sinisellä)

Kuvassa 1 on esitetty sähkönkulutus sekä lämpötila 35 vuorokauden ajalta sekä ennustettavan vuorokauden lämpötila. Alla kuvatussa lämpötila-aikasarjassa havaitaan silmämääräisesti laskeva trendi ja yllä kulutusaikasarjassa nouseva trendi. Kulutusaikasarjassa on nähtävissä kaksi eri kausikomponenttia: viikottainen ja päivittäinen.

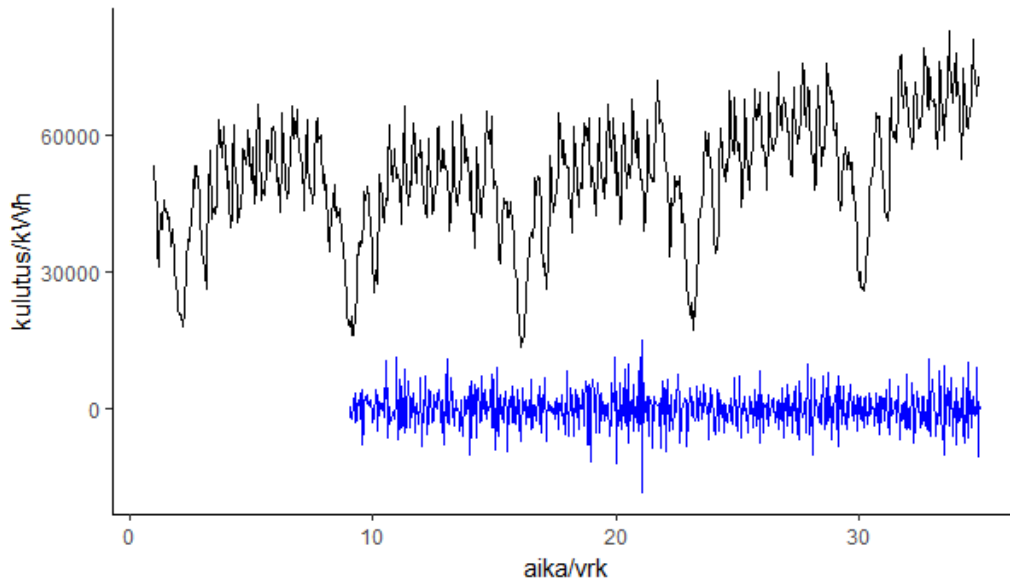
Varmistutaan kausikomponenttien olemassaolosta tarkastelemalla kulutusaiikasarjan autokorrelaatiofunktioita ja spektriä (kuva 2). Kuvan 2 spektritiheysfunktio on tasoitettu Daniellin ytimellä ja sen perustaajuus on aikasarjan taajuuden käänteisluku eli  $1/24$ . Spektritiheysfunktion laskemiseen ja tasoitamiseen käytettiin R-ohjelmointikielen astsa-kirjastofunktioita `mvspec`. Spektritiheysfunktion massa on painottunut lähelle origoa, mikä viittaa siihen, että pitkät kaudet vastaavat suurinta osaa aikasarjan varianssista.[2] Suurimman piikin taajuus on  $0.14$  ja sitä vastaava kausi on  $0.14/\frac{1}{24h} \approx 171h$ , mikä on lähellä lukuarvoa  $168h$  eli seitsemää vuorokautta. Toiseksi suurimman piikin taajuus on spektritiheysfunktion perustaajuus  $1$ , mikä vastaa aikasarjassa yhtä vuorokautta. Kulutusaikasarjan merkittävimmät kaudet ovat siis vuorokausi ja viikko. Tämä on havaittavissa oheisesta autokorrelaatiofunktioista, jossa havaitaan piikki aina viiveen kasvaessa vuorokaudella sekä

erityisesti viikon viiveellä.



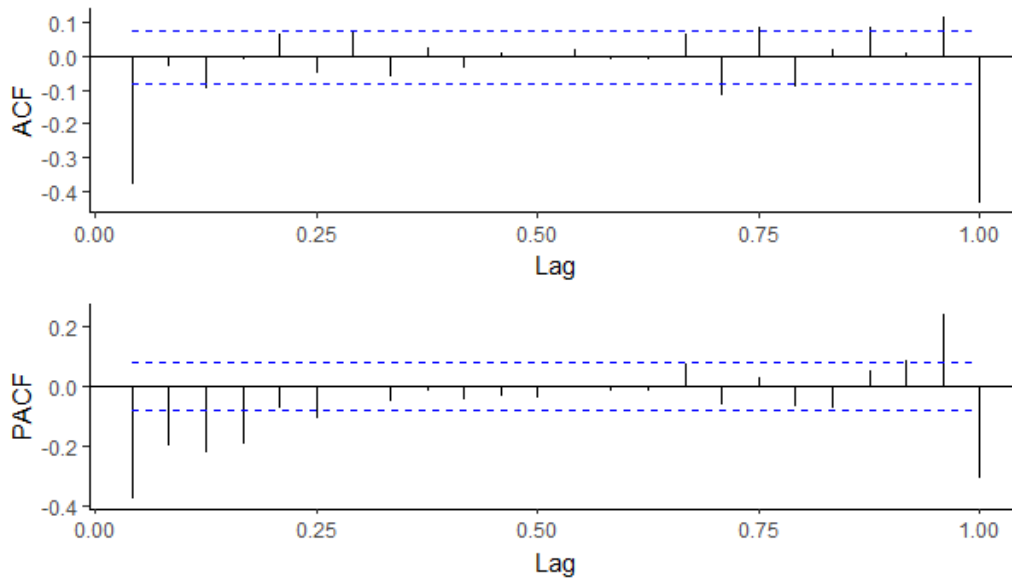
Kuva 2: Kulutusaikasarjan autokorrelaatiofunktion (ACF) kuvaaja ja 95% luottamusväli sekä aikasarjan spektri, missä suurimman piikin paikka on merkitty katkoviivalla

Löydettyjä kausikomponentteja on kaksi, joten aikasarjaa voidaan käsitellä multiplikatiivisena  $SARIMA(p,d,q)(P_1,D_1,Q_1)_{L_1}(P_2,D_2,Q_2)_{L_2}$ -aikasarjana. Differensoidaan kulutusaikasarja viiveillä  $L_1 = 24$  ja  $L_2 = 168$ . Hävitetään tämän lisäksi kuvassa 1 havaittu kasvava trendi differensoimalla aikasarja viiveellä 1. Kuvassa 3 on esitetty kulutusaikasarja ennen ja jälkeen differennoin. Havaitaan, että differensoitu aikasarja on nollakeskiarvoinen eikä vakiotermille ole tarvetta. Tarkastellaan vielä ovatko differensointien kertaluvut 1 riittävät. Tähän käytimme laajennettua Dickey-Fuller -testiä (R: `adf.test`-funktio). Testi tutkii sarjan stationaarisuutta sarjasta laskettujen differenssien avulla. Dickey-Fuller -testin nollahypoteesi on, että sarja on ei-stationaarinen ja vastahypoteesi, että sarja on stationaarinen. Testi osoitti, että nollahypoteesi hylätään 1% merkitsevyystasolla ja differensoitu kulutusaikasarja on stationaarinen.

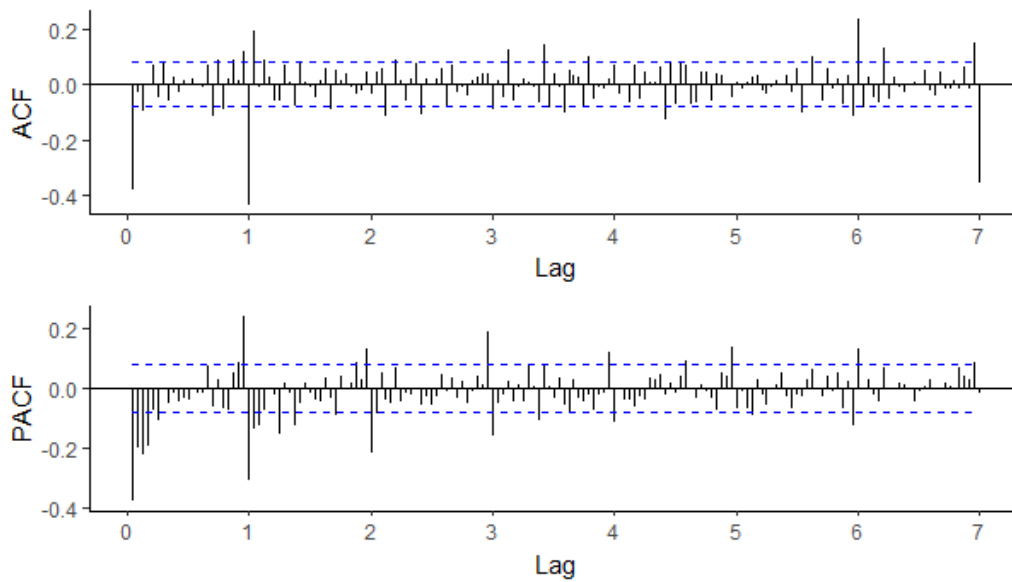


Kuva 3: Kulutusaikasarja (mustalla) ja differensoitu kulutusaikasarja (sinisellä)

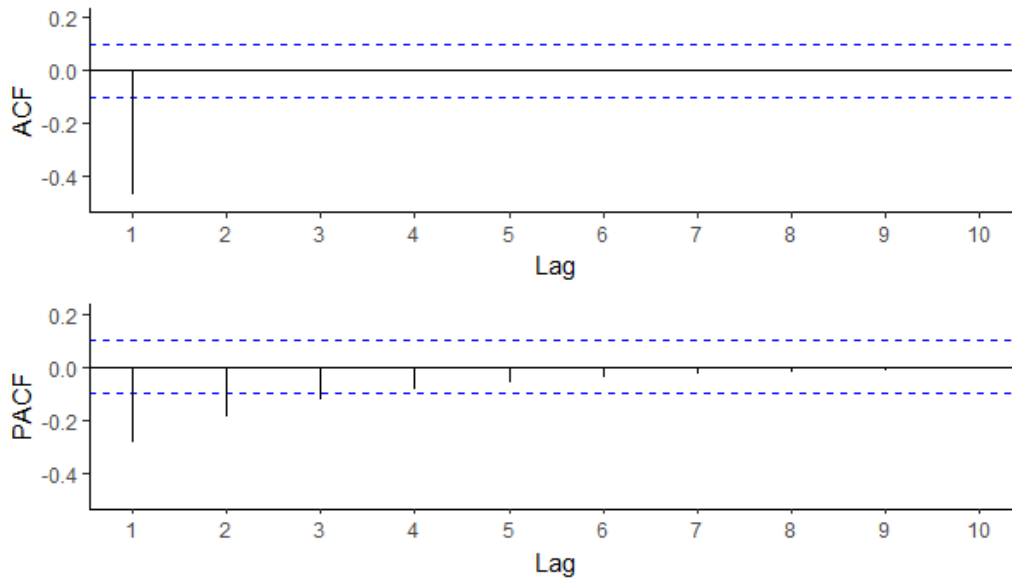
Valitaan seuraavaksi viivepolynomien kertaluvut tarkastelemalla differensoidun kulutusaikasarjan autokorrelaatio- ja osittaisautokorrelaatiofunktioiden kuvaajia. Kuvassa 4 kuvaajat on esitetty vuorokauden maksimiviiveellä ja kuvassa 5 viikon maksimiviiveellä. Kuvassa 6 taas on esitetty simuloidun MA(1)-prosessin autokorrelaatio- ja osittaisautokorrelaatiofunktioiden kuvaajat. Verrataan differensoidun kulutusaikasarjan kuvaajia 4 ja 5 MA(1)-prosessin kuvaajiin: tuntitasolla aikasarjamme kuvaajat ja MA(1)-prosessin kuvaajat muistuttavat läheisesti toisiaan; molempien prosessien autokorrelaatiofunktioissa on piikki viiveellä 1 ja osittaisautokorrelaatiofunktion arvot vaimenevat viiveen suhteen. Vuorokausitasolla havaitsemme saman ilmiön; aikasarjamme autokorrelaatiofunktiossa havaitaan piikki vuorokauden viiveellä ja osittaisautokorrelaatiofunktiossa aina viiveen kasvaessa vuorokaudella esiintyvä piikki vaimenee ajan suhteen. Lisäksi havaitsemme aikasarjamme autokorrelaatiofunktiossa piikin viikon viiveellä. Viikkotasolla osittaisautokorrelaatiofunktiossa ei kuitenkaan nähdä vaimenemista. Näiden havaintojen valossa differentoitua kulutusaikasarjaa voidaan hieman yksinkertaistaen mallintaa  $SMA(1)(1)_{24}(1)_{168}$ -aikasarjana ja kulutusaikasarjaa siten  $SARIMA(0,1,1)(0,1,1)_{24}(0,1,1)_{168}$ -aikasarjana.



Kuva 4: Differensoidun kulutusaikasarjan autokorrelaatiofunktion (ACF) ja osittaisautokorrelaatiofunktion (PACF) kuvaajat ja 95% luottamusvälit maksimiviiveellä 1 vrk



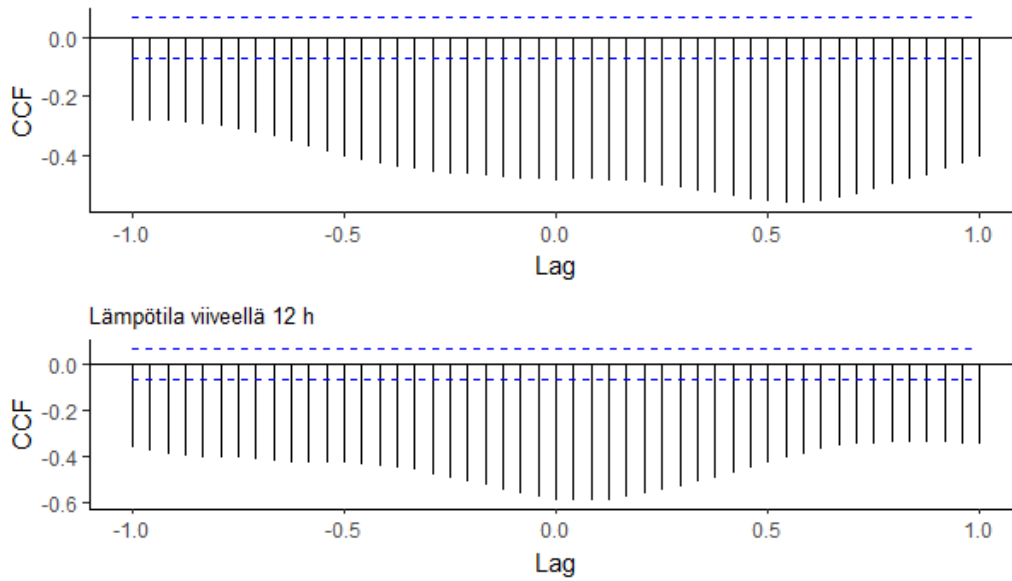
Kuva 5: Differensoidun kulutusaikasarjan autokorrelaatiofunktion (ACF) ja osittaisautokorrelaatiofunktion (PACF) kuvaajat ja 95% luottamusvälit maksimiviiveellä 7 vrk



Kuva 6: Simuloidun MA(1)-prosessin ( $\theta=-0.7$ ) autokorrelaatiofunktion (ACF) ja osittaisautokorrelaatiofunktion (PACF) kuvaajat ja 95% luottamusvälit

Tarkastellaan vielä kuvassa 1 esitettyjen kulutus- ja lämpötila-aikasarjojen keskinäistä korrelaatiota. Kuvassa 7 esitetystä ristikorrelaatiofunktioista havaitaan, että ristikorrelaatio on merkitsevää 95% luottamusvälillä ja lämpötila-aikasarja korreloi kulutusaikasarjan kanssa voimakkaiten noin puolen vuorokauden viiveellä. Lisätään SARIMA-malliimme ulkoinen selittäjä, lämpötila 12 h viiveellä, jolloin lopullinen ehdotettu mallimme on muotoa  $\text{SARIMAX}(0,1,1)(0,1,1)_{24}(0,1,1)_{168} \times \text{Lämpötila}_{-12h}$ , missä alaindeksi -12h viittaa lämpötilan vaikutusajan viiveeseen.





Kuva 7: Kulutusaikasarjan ja lämpötila-aikasarjojen ristikorrrelaatiofunktio (CCF) alkutilanteessa ja lämpötilan viiveellä 12 h sekä 95% luottamusvälit

## 2.3 Mallin estimointi

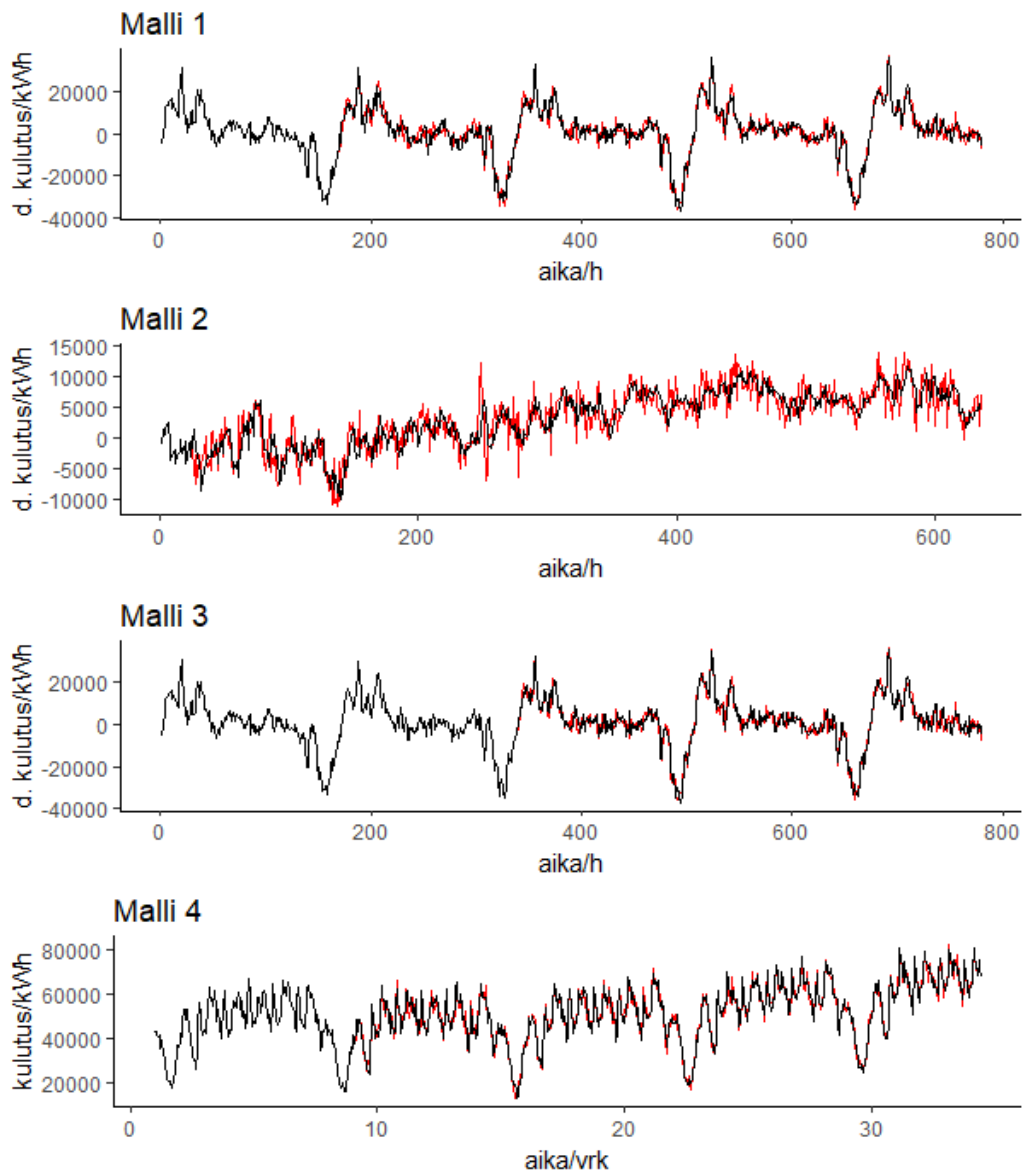
Laadimme tunnistamamme mallin pohjalta kolme muokattua versiota, joiden suorituskykyä ja ominaisuuksia vertailimme. Vertasimme lisäksi laatimiamme malleja R-ohjelmointikielen forecast-kirjastofunktion `auto.arima` tuottamaan malliin. `Auto.arima` etsii optimaalisen mallin käyttäen Akaiken informaatiokriteeriä (AIC) mallinarviointiperusteenaan.

Tarkastelemamme mallit olivat:

1.  $\text{SARIMAX}(0,1,1)(0,1,0)_{24}(0,1,1)_{168} \times \text{Lämpötila}_{-12h}$
2.  $\text{SARIMAX}(0,1,1)(0,1,1)_{24}(0,1,0)_{168} \times \text{Lämpötila}_{-12h}$
3.  $\text{SARIMAX}(2,1,0)(1,1,0)_{24}(0,1,0)_{168} \times \text{Lämpötila}_{-12h}$
4.  $\text{SARIMAX}(0,1,1)(0,1,1)_{168} \times [\text{Lämpötila}_{-12h}, \text{Kulutus}_{-24h}]$

Näistä malli 3 on `auto.arima`-funktion tuottama. Malli 4 taas huomioi vuorokausitason kausivaihtelun selittämällä kulutusaikasarjaa tällä itsellään vuorokauden viiveellä. Mallien 1-4 sovitteet mallinnettavia aikasarjoja vasten on esitetty kuvassa 8. Kuvaa tarkastellessa on huomioitava, että mallit 1-3 on muodostettu ensin differensoimalla aikasarjaa mallista riippuen viiveellä

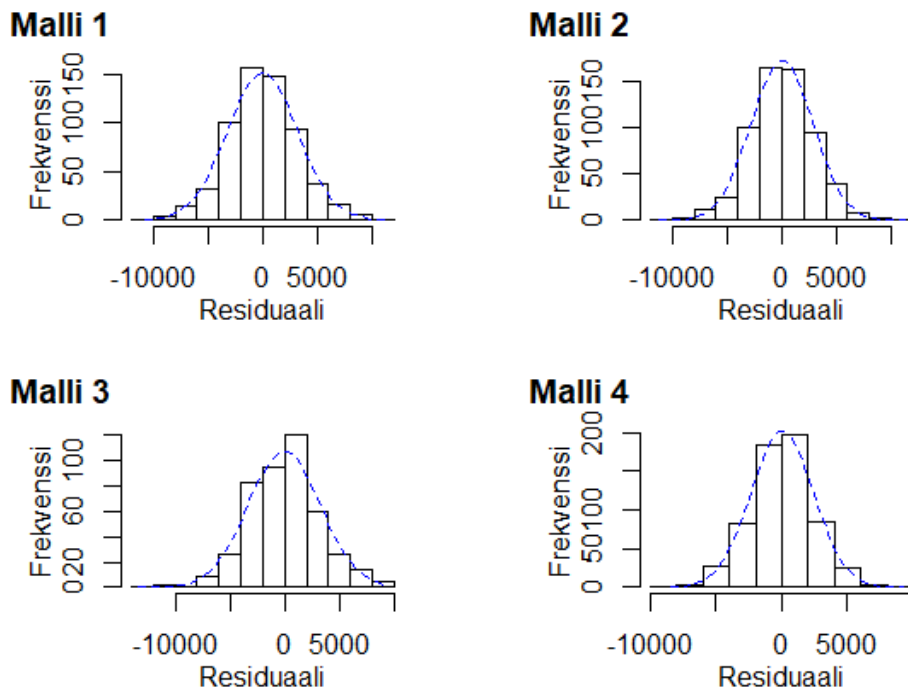
24 tai 168. Tämän jälkeen R-ohjelmointikielen funktio `arima` estimoi CSS-menetelmällä sellaiset parametrit, jotka minimoivat mallin jäännösvirheiden neliösummat differensoituun kulutusaikasarjaan nähden. Tämän vuoksi kuvan 8 kuvaajat poikkeavat olennaisesti toisistaan eivätkä siten ole sellaisenaan vertailukelpoisia.



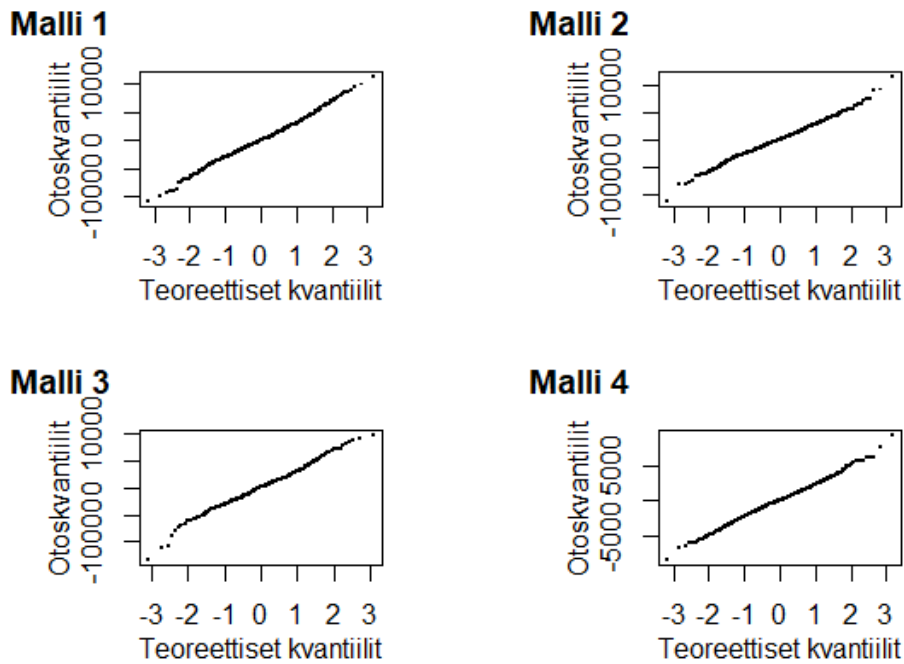
Kuva 8: Mallien 1-4 sovitteet (mustalla) mallinnettavia aikasarjoja (punaisella) vasten

## 2.4 Diagnostiset tarkistukset

Käytetyt mallinlaadintatyökalut johtivat malleihin, joiden alkupäätt mukailivat mallinnettavia aikasarjoja täydellisesti. Runsas määrä peräkkäisiä nolaresiduaaleja olisi vääristänyt residuaalien jakaumia ja keskinäistä korrelaatiota tutkivien testien tuloksia, joten tarkastelimme vain nolasta poikkeavia residuaaleja. Residuaalien normaalijakautuneisuutta tutkimme piirtämällä histogrammin residuaalien tiheysjakaumasta ja sovittamalla näihin normaalijakauman (kuva 9) sekä piirtämällä residuaalien Q-Q kuvaajat (kuva 10). Q-Q-kuvaaja on scatter-kuvaaja, jossa pisteen toinen koordinaatti koostuu residuaaliotoksen pisteestä ja toinen simuloidun normaalijakauman pisteestä. Jos residuaaliotoksen jakauma on sekin normaali, muodostavat pisteet suoran. Kuvan 9 histogrammien perusteella mallien 1, 2 ja 4 residuaalit voisivat olla normaalijakautuneita. Mallin 3 jakauma taas on hieman vasemmalle vino. Kuvan 10 Q-Q-kuvaajat viittaavat samaa tulokseen. Mallien 1, 2 ja 3 pistejoukot muodostavat suoran, kun taas mallin 3 pistejoukon alkupää kaareutuu hieman.

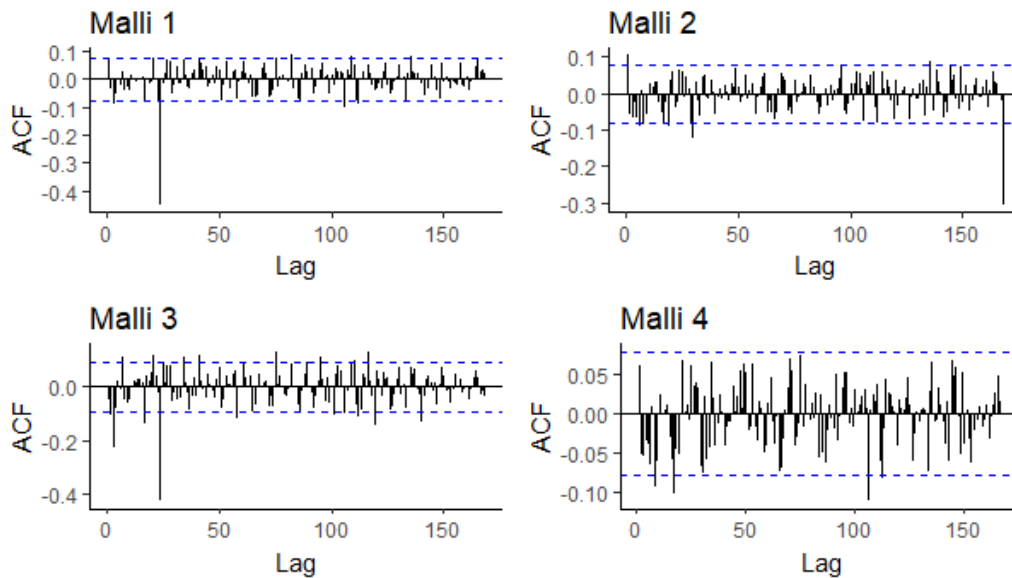


Kuva 9: Mallien 1-4 nolasta poikkeavien residuaalien histogrammit ja niihin sovitetut normaalijakaumat



Kuva 10: Mallien 1-4 nollasta poikkeavien residuaalien Q-Q-kuvaajat

Tutkitaan seuraavaksi residuaalien korreloimattomuutta tarkastelemalla kuvassa 9 esitettyjä residuaalien autokorrelaatiofunktioiden kuvaajia. Havaitaan, että mallien 1 ja 3 autokorrelaatiofunktioissa esiintyy huomattavan voimakas piikki vuorokauden viiveellä ja mallin 2 autokorrelaatiofunktioissa viikon viiveellä. Piikkien paikat vastaavat ennustettavan aikasarjan jaksojen pituuksia eikä niitä voi sivuuttaa kohinana, kuten useita mallien 1-3 kuvaajissa juuri 95% merkitsevyystason ylittäviä piikkejä. Mallin 4 autokorrelaatiofunktion kuvaajassa havaitaan kolme 95% merkitsevyystason ylittävää piikkiä, joista yhtäkään ei voida selittää mallin teorian avulla. Piikkien lukumäärä vastaa luonnollisesti luottamusvälin ulkopuolelle asettuvien piikkien lukumäärää. Tämän lisäksi niiden amplitudi ei merkittävästi poikkea luottamusvälin sisälle sijoittuvan kohinan amplitudista, joten piikit voidaan sivuuttaa kohinana. Vaikuttaa siltä, että vain mallin 4 residuaalit ovat korreloimattomia.



Kuva 11: Mallien 1-4 sovitteiden nollasta poikkeavien residuaalien autokorrelaatiofunktion (ACF) kuvaajat ja 95% luottamusvälit maksimiviiveellä 1 vrk

Tarkastellaan seuraavaksi mallien ennustuskyykyä. Laskimme kunkin mallin 24 tunnin ex-post-ennusteiden ja kunkin vuorokauden toteutuneen kulutuksen välisen etäisyyden kulutusaikasarjan viimeiseltä viikolta. Metriikkana käytimme Euklidista etäisyyttä

$$d(x, y) = \sqrt{\sum_i (y_i - x_i)^2}.$$

Mallien 1-4 ex-post-ennusteiden etäisyys toteutuneesta kulutuksesta on esitetty taulukossa 1. Havaitaan, että mallin 4 vuorokauden ennuste on ollut paras jokaisena arkipäivänä, kun taas malli 1 on antanut ennustanut viikonlopun kulutusta parhaiten.

Taulukko 1: Kulutusaikasarjan viimeisen viikon ex-post ennusteiden Euklidinen etäisyys toteutuneesta kulutuksesta (pienin tummennettu)

Malli	To	Pe	La	Su	Ma	Ti	Ke	Keskiarvo
1	16299	16130	<b>12569</b>	<b>9633</b>	18859	23629	30254	18196
2	55251	98516	102231	67886	36206	25684	47536	61901
3	19025	23466	14124	11095	24208	23676	34236	21404
4	<b>12020</b>	<b>8829</b>	14179	15876	<b>14437</b>	<b>16796</b>	<b>17994</b>	<b>14304</b>

Otetaan mallit 1 ja 4 erityistarkasteluun. Vahva korrelaatio mallin residuaalien välillä viittaa systemaattiseen jäännösvirheeseen ja heikentää näin mallin ennustuskyykä. Mallien 1 ja 4 residuaalien autokorrelaatiofunktien kuvaajat (kuva 11) viittasivat siihen, että mallin 1 residuaalit korreloivat vuorokauden viiveellä, kun taas mallin 4 residuaalit ovat korreloimattomia. Varmistutaan asiasta Ljung-Box-testillä (R: Box.test-funktio). Ljung-Box-testi tarkastelee mallin residuaalien välisiä autokorrelaatioita ja sen nollahypoteesi on, että residuaalit ovat korreloimattomia. Teimme testin viiveillä 3-51. Mallin 1 testin tulokset on esitetty taulukossa 2 ja mallin 4 testin tulokset taulukossa 3. Havaitaan, että mallin 1 residuaalit korreloivat 5% merkitsevyystasolla viiveillä 4 ja 5 ja 1% merkitsevyystasolla viiveillä 1 sekä 24-51. Mallin 4 nollahypoteesi pysyy voimassa 10% merkitsevyystasolla kaikilla viiveillä 3-51.

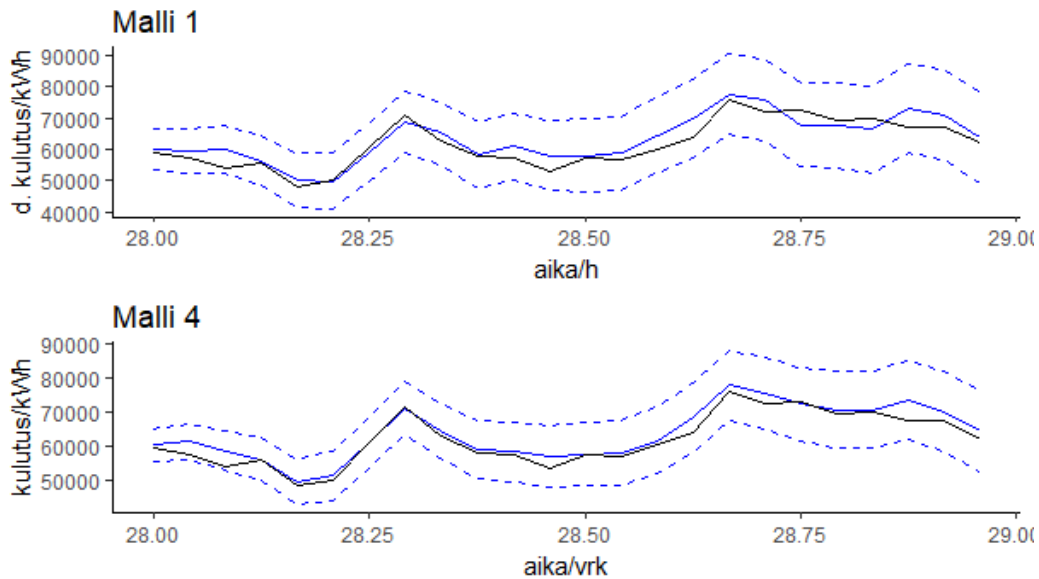
Koska mallin 4 residuaalit voidaan kuvan 9 avulla tulkita nollakeskiarvoiksi, kuvien 9 ja 10 avulla normaalijakautuneiksi ja kuvan 11 sekä taulukon 3 avulla korreloimattomiksi, voidaan mallin residuaalit tulkita valkoiseksi kohinaksi. Tämän lisäksi taulukko 1 osoittaa mallimme ennustuskyyvyn arkipäivinä testaamistamme malleista parhaaksi. Mallien 1 ja neljä ex-post-ennusteet kulutusaikasarjan viimeisemmälle torstaille on esitetty kuvassa 12, mistä havaitsemme mallin 4 seuraavan toteutunutta kulutusta mallia 1 paremmin. Lopullinen mallimme on siis malli 4.

Taulukko 2: Mallin 1 Ljung-Box-testin tulokset kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella viiveillä 3-51

Viiveet	p-arvo						
3-9	0,005	0,013	0,033	0,055	0,093	0,113	0,167
10-16	0,196	0,225	0,291	0,357	0,439	0,501	0,579
17-23	0,414	0,475	0,53	0,599	0,523	0,575	0,335
24-30	0	0	0	0	0	0	0
31-37	0	0	0	0	0	0	0
38-44	0	0	0	0	0	0	0
45-51	0	0	0	0	0	0	0

Taulukko 3: Mallin 4 Ljung-Box-testin tulokset kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella viiveillä 3-51

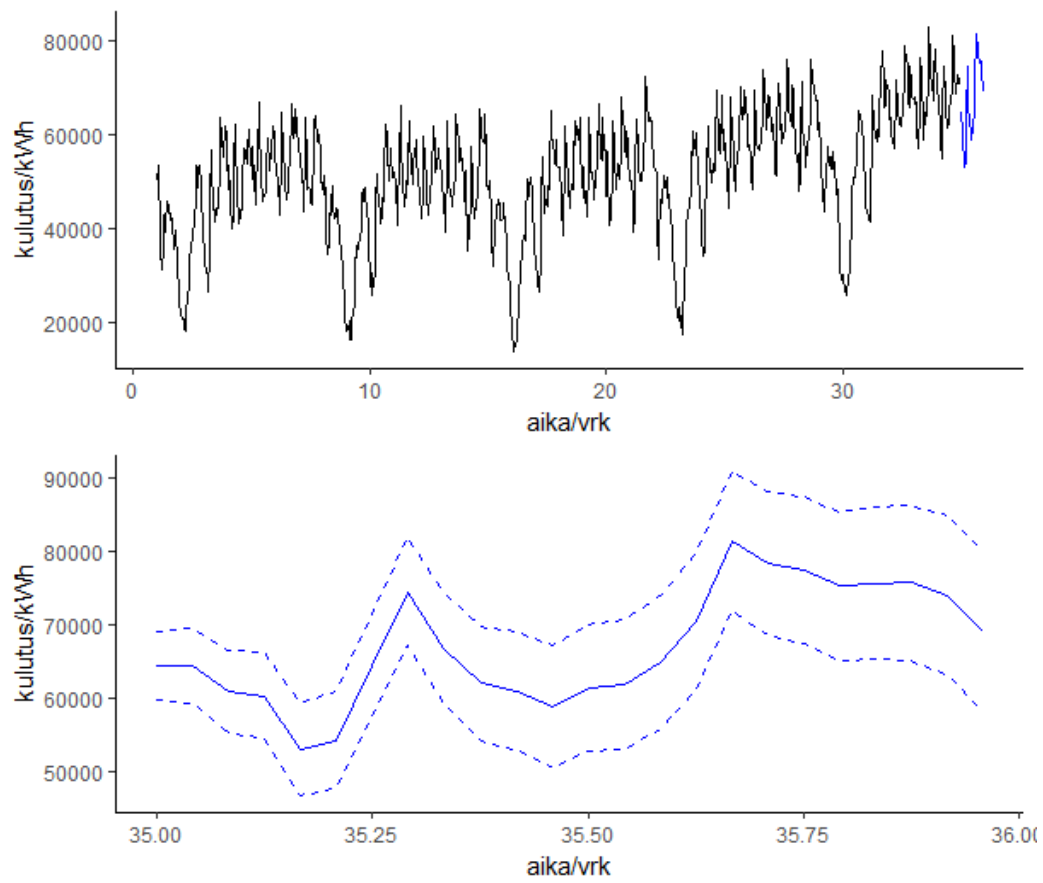
Viiveet	p-arvo						
3-9	0,1	0,241	0,329	0,178	0,275	0,154	0,124
10-16	0,175	0,222	0,283	0,354	0,435	0,418	0,395
17-23	0,228	0,195	0,166	0,202	0,143	0,177	0,213
24-30	0,258	0,232	0,189	0,145	0,177	0,145	0,134
31-37	0,144	0,144	0,134	0,141	0,163	0,12	0,144
38-44	0,167	0,194	0,218	0,251	0,288	0,321	0,283
45-51	0,317	0,356	0,342	0,381	0,37	0,32	0,355



Kuva 12: Mallien 1 ja 4 ex-post-ennusteet kulutusaikasarjan viimeisimmältä torstailta toteutunutta kulutusta (mustalla) vasten ja 95% luottamusvälit

## 2.5 Seuraavan vuorokauden ennuste

Valitsimme mallin  $\text{SARIMAX}(0,1,1)(0,1,1)_{168} \times [\text{Lämpötila}_{-12h}, \text{Kulutus}_{-24h}]$ . Ennustamamme kulutusaikasarja ja seuraavan vuorokauden, torstain, ennuste on esitetty kuvassa 13. Ennuste luottamusväleineen on esitetty tunneittain taulukossa 4. Kuten kuvasta nähdään, säilyttää ennuste kulutusaikasarjan jaksollisen rakenteen.



Kuva 13: Kulutus 35 vrk ajalta sekä ennuste seuraavan vuorokauden kulutukselle (yllä) ja pelkkä seuraavan vuorokauden ennuste 95% luottamusväleineen (alla)



Taulukko 4: Ennuste seuraavan vuorokauden kulutukselle 95% luottamusväleineen

Tunti	Ennuste	Ennuste+1.96 $\sigma$	Ennuste−1.96 $\sigma$
1	65461	69251	59788
2	61842	69630	59299
3	59381	66500	55369
4	58244	66244	54367
5	51665	59251	46671
6	49950	60879	47635
7	60568	71463	57586
8	70817	81832	67349
9	61480	74388	59324
10	58764	69899	54275
11	55501	69146	52983
12	55424	67251	50564
13	55431	69978	52784
14	58013	70681	52996
15	62332	74095	55930
16	67072	79759	61128
17	78580	90950	71863
18	75139	88178	68647
19	73987	87462	67496
20	71540	85541	65150
21	71931	86160	65352
22	67709	86409	65192
23	68121	84864	63247
24	67111	80165	58154

### 3 Sähkönhankintasuunnitelma

Rakentamamme mallin perusteella saatujen ennusteiden perusteella optimoimme sähkönhankinnan ennusteet vuorokaudelle 4.12.2014. Työohjeen mukaisesti tuli optimoida sähkönhankinta tuntikohtaisesti, siten että vaihtoehtoina on myydä Nord Poolille, ostaa Nord Poolista, ostaa meklarilta tai ostaa SVK:lta [1].

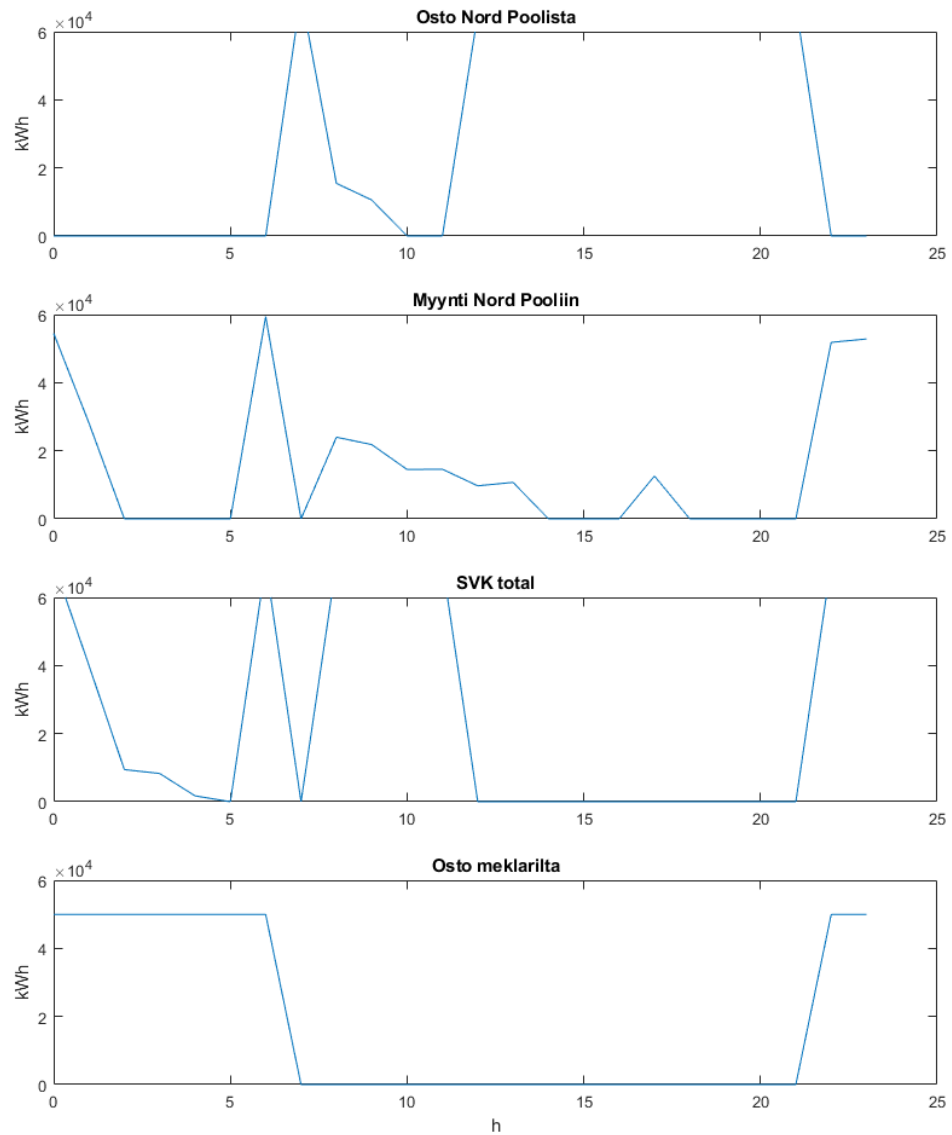
Optimointitehtävä on ratkaistu Excelin Solver-toiminnolla. Kohdefunktiona on vuorokauden sähkönhankinnasta aiheutuvien kokonaiskustannusten minimointi, ja rajoitusehtoina ovat tehtävänannon mukaiset ehdot [1].

#### 3.1 Optimointitehtävä

Alla ovat optimaaliset sähkönosto ja -myyntimäärät (kWh) tunteittain vuorokaudelle torstai 4.12.2014. Optimaalisiksi kokonaiskustannuksiksi vuorokauden aikana muodostuu n. 126 300 €. Ratkaisussa kaikki rajoitusehdot toteutuvat, ja Excelin GRG Nonlinear -toiminnolla saadaan minimikohta. Eri alkuarvauksilla päästään rajoitusehtoihin täyttäviin ratkaisuihin, joista valitsimme pienimmän kokonaiskustannusfunktion ratkaisun.

### Optimaalinen tuntikohtainen sähkönhankinta (kWh)

Tunti	Osto Nord Poolista	Myynti Nord Pooliin	Osto meklarilta	Osto SVK:lta
0	0	54488,97	49949,97	70000
1	0	28107,97	49949,97	40000
2	0	0	49949,97	9431,13
3	0	0	49949,97	8294,13
4	0	0	49949,97	1715,05
5	0	0	49949,97	0
6	0	59381,97	49949,97	70000
7	70817	0	0	0
8	15462,98	23982,98	0	70000
9	10575,26	21811,26	0	70000
10	0	14499	0	70000
11	0	14576	0	70000
12	65130,77	9699,77	0	0
13	68727,20	10714,20	0	0
14	62332	0	0	0
15	67072	0	0	0
16	78580	0	0	0
17	87724,02	12585,02	0	0
18	73987	0	0	0
19	71540	0	0	0
20	71931	0	0	0
21	67709	0	0	0
22	0	51828,97	49949,97	70000
23	0	52838,97	49949,97	70000



Kuva 14: Vuorokauden 4.12.2014 tuntikohtaiset sähkönosto- ja myyntimäärät. Kaikki osto- ja myyntimäärät näytetään kuvassa.

## Kohdefunktio

Kohdefunktiossa minimoidaan vuorokauden 4.12.2014 sähkönhankinnan eu-

romääräisiä kokonaiskustannuksia.

$$\min(CBuy_n - CSell_n + CBuyd_m + CBuyd_m + CBuyb_s + CBuyh_s + [0; 2000]),$$

jossa:

$CBuy_n$  on vuorokauden aikana Nord Poolista ostetun sähkömäärän kustannukset (€)

$CSell_n$  on vuorokauden aikana Nord Pooliin myydyn sähkömäärän kustannukset (€)

$CBuyd_m$  on vuorokauden päivätuntien (7-22) aikana meklarilta ostetun sähkömäärän kustannukset (€)

$CBuyn_m$  on vuorokauden yötuntien aikana (22-7) aikana meklarilta ostetun sähkömäärän kustannukset (€)

$CBuyb_s$  on vuorokauden aikana perushintaan SVK:lta ostetun sähkömäärän kustannukset (€)

$CBuyh_s$  on vuorokauden aikana huippuhintaan SVK:lta ostetun sähkömäärän kustannukset (€)

Lisäksi if-ehtona kustannusfunktion tulokseen lisätään 2000 €, jos meklarilta ostetaan sähköä.

## Rajoitusehdot

Optimointitehtävän kohdefunktion rajoitusehdot ovat:

1. Positiivisuusrajoitus: kaikki sähkön osto- ja myyntimäärät  $\geq 0$
2. Sähkönhankintamäärän ennustuksen mukainen rajoitus: tunnin  $h_i$  kokonaismäärä sähköä  $Buy_n - Sell_n + Buyd_m + Buyd_m + Buyb_s + Buyh_s = ennuste_i$
3. Nord Poolilta oston tuntikohtainen maksimi:  $Buy_n \leq 100000$
4. Nord Pooliin myynnin tuntikohtainen maksimi:  $Sell_n \leq 100000$
5. Meklarilta oston tuntikohtainen maksimi:  $Buyd_m \leq 50000$  ja  $Buyn_m \leq 50000$
6. Meklarilta vakio-ostomäärä päiväsaikaan: päiväajan tuntien sähkönhankintamäärät (7-22) on oltava yhtäsuuria
7. Meklarilta vakio-ostomäärä yöaikaan: yöajan tuntien sähkönhankintamäärät (22-7) on oltava yhtäsuuria
8. SVK:lta oston tuntikohtainen maksimi perushintaan:  $Buyb_s \leq 40000$

9. SVK:lta oston yhteenlaskettu tuntikohtainen maksimi perus- ja huip-  
puhintaan:  $Buyb_s + Buyh_s \leq 70000$

## 4 Kommentit ja yhteenveto

Onnistuimme laatimaan mallin, jonka residuaalit ovat valkoista kohinaa. Mallimme siis selittää sähkönkulutusaikasarjan käyttäytymisen hyvin. Mallimme 24 tunnin ex-post-ennusteet mukailivat toteutunutta kulutusta, jolloin on syytä uskoa, että mallimme ennustuskyky on riittävä sen toimiakseen kannattavana perusteena yrityksemme sähkönkulutusstrategian laatimisessa.

Laatimamme sähkönkulutusmalli käytti ulkoisena selittäjänään sekä ulkolämpötilaa että omaa historiaansa 24 tuntia sitten. Jos mallilla haluttaisiin ennustaa pidemmälle tulevaisuuteen, tulisi meidän ensin rakentaa malli, joka ennustaa ulkolämpötilaa. Tällainen ennusteen avulla ennustaminen heikentää ennusteen tarkkuutta. Yli 24 tunnin ennusteet kärsivät myös siitä, että mallimme käyttää tällöin omaa ennustustaan ulkoisena selittäjänä. Pitkän aikavälien ennustuskykyä voisi edesauttaa käyttämällä selittäjänä ennusteiden sijaan historiallisia lämpötilatilastoja. Historialliset kulutustilastot ulkoisena selittäjänä taas mahdollistaisivat esimerkiksi kansallisten vapaapäivien kuten itsenäisyyspäivän 6.12. poikkeavan kulutuksen ennustamisen. Tällöin tehtävän kompleksisuus kasvaisi merkittävästi, jolloin voitaisiin harkita vaihtoehtoisia teknologioita kuten uusiutuvien neuroverkkojen käyttämistä ennustamisessa.

Onnistuimme löytämään optimaaliset sähkön myynti- ja ostomäärät laatimamme sähkönkulutusmallin tuottamien ennusteiden mukaisesti. Optimointitehtävässä löytyi useita rajoitusehtoja täyttäviä ratkaisuja, joista valitsimme Excelin tuottaman globaalin minimiratkaisun kokeilemalla eri alkuarvauksilla.

## Viitteet

- [1] Matematiikan ja systeemianalyysin laitos, Perustieteiden korkeakoulu Aalto-yliopisto, Laboratoriotyö 2: Sähkönkulutuksen ennustaminen ja hankinnan optimointi -työohje, Viitattu 27.4.2018
- [2] Lauri Viitasaari, MS-C2128 - Ennustaminen ja aikasarja-analyysi -kurssin luentomateriaali, Syksy 2017, Matematiikan ja systeemianalyysin laitos, Perustieteiden korkeakoulu, Aalto-yliopisto