

## ЗАДАНИЕ на лабораторную работу №2

**Тема:** Программно- алгоритмическая реализация методов Рунге-Кутта 1-го (Эйлера), 2-го и 4-го порядков точности при решении системы ОДУ в постановке Коши.

**Цель работы.** Получение навыков разработки алгоритмов решения задачи Коши при реализации моделей, построенных на системе ОДУ, с использованием методов Рунге-Кутта 1-го, 2-го и 4-го порядков точности.

**Исходные данные.**

1. Задана система электротехнических уравнений, описывающих разрядный контур, включающий постоянное активное сопротивление  $R_k$ , нелинейное сопротивление  $R_p(I)$ , зависящее от тока  $I$ , индуктивность  $L_k$  и емкость  $C_k$ .

$$\begin{cases} \frac{dI}{dt} = \frac{U - (R_k + R_p(I))I}{L_k}, \\ \frac{dU}{dt} = -\frac{I}{C_k}. \end{cases} \quad (1)$$

Начальные условия:

$$t=0, I=I_0, U=U_0.$$

Здесь  $I, U$  - ток и напряжение на конденсаторе.

Сопротивление  $R_p$  рассчитать по формуле

$$R_p = \frac{l_p}{2\pi R^2 \int_0^1 \sigma(T(z)) z dz}. \quad (2)$$

Для функции  $T(z)$  применить выражение  $T(z) = T_0 + (T_w - T_0) z^m$ .

Параметры  $T_0, m$  находятся интерполяцией из табл.1 при известном токе  $I$ .

Коэффициент электропроводности  $\sigma(T)$  зависит от  $T$  и рассчитывается интерполяцией из табл.2.

Таблица 1

I, A	T <sub>0</sub> , K	m
0.5	6730	0.50
1	6790	0.55
5	7150	1.7
10	7270	3
50	8010	11
200	9185	32
400	10010	40
800	11140	41
1200	12010	39

Таблица 2

T, K	$\sigma$ , 1/Ом см
4000	0.031
5000	0.27
6000	2.05
7000	6.06
8000	12.0
9000	19.9
10000	29.6
11000	41.1
12000	54.1
13000	67.7
14000	81.5

Параметры разрядного контура (для отладки):

$R=0.35$  см

$l_3=12$  см

$L_k=187 \cdot 10^{-6}$  Гн

$C_k=268 \cdot 10^{-6}$  Ф

$R_k=0.25$  Ом

$U_{co}=1400$  В

$I_0=0..3$  А

$T_w=2000$  К

Для справки: при указанных параметрах длительность импульса около 600 мкс, максимальный ток – около 800 А

## Результаты

1. Разработать программу, провести выбор шага по времени, обеспечивающего относительную погрешность 0.001.
2. Построить графики зависимости от времени импульса  $t$ :  $I(t)$ ,  $U(t)$ ,  $R_p(t)$ , *произведение*  $I(t) \cdot R_p(t)$ ,  $T_0(t)$  при заданных выше параметрах. Продемонстрировать, как влияет выбор метода на шаг сетки.
3. График зависимости  $I(t)$  при  $R_k + R_p = 0$ . Обратить внимание на то, что в этом случае колебания тока будут не затухающими. Сравнить с аналитическим решением.
4. График зависимости  $I(t)$  при больших сопротивлениях, например,  $R_k = 200$  Ом в интервале значений  $t$  0-20 мкс.

## Вопросы при защите лабораторной работы.

1. Какие способы тестирования программы можно предложить?
2. Получите систему разностных уравнений для решения сформулированной задачи неявным методом трапеций. Опишите алгоритм реализации полученных уравнений.
3. Из каких соображений проводится выбор того или иного численного метода, учитывая, что чем выше порядок точности метода, тем он более сложен в реализации и требует больших затрат времени при счете?
4. Какие изменения надо внести в программу, чтобы перейти на использование многошагового метода Адамса?
5. Напишите формулы метода Рунге-Кутты 4-го порядка точности для численного решения системы уравнений

$$u'(x) = v,$$

$$v'(x) = u,$$

$$u(\xi) = \eta_1, \quad v(\xi) = \eta_2$$

6. Приведите оценку погрешности использованных методов на примере дифференциального уравнения со специальной правой частью  $u'(x) = f(x)$ .
7. Какие можно предложить способы ускорения процедуры интерполяции по таблицам 1,2?
8. Какие можно предложить способы ускорения расчета интеграла в (2).

## Методика оценки работы.

Модуль 2, срок - 12-я неделя.

1. Задание полностью выполнено - 6 баллов (минимум).
2. В дополнение к п.1 даны удовлетворительные ответы на вопросы – max 10 баллов.