

České vysoké učení technické v Praze  
Fakulta stavební

155ADKG: Množinové operace s polygony

Michael Kala  
Anna Zemánková

# 1 Zadání

*Vstup:* množina  $n$  polygonů  $P = \{P_1, \dots, P_n\}$ .

*Výstup:* množina  $m$  polygonů  $P' = \{P'_1, \dots, P'_m\}$ .

S využitím algoritmu pro množinové operace s polygony implementujte pro libovolné dva polygony  $P_i, P_j \in P$  následující operace:

- Průnik polygonů  $P_i \cap P_j$ ,
- Sjednocení polygonů  $P_i \cup P_j$ ,
- Rozdíl polygonů:  $P_i \cap \overline{P_j}$ , resp.  $P_j \cap \overline{P_i}$ .

Jako vstupní data použijte existující kartografická data (např. konvertované shape fily) či syntetická data, která budou načítána z textového souboru ve Vámi zvoleném formátu.

Grafické rozhraní realizujte s využitím frameworku QT.

Při zpracování se snažte postihnout nejčastější singulární případy: společný vrchol, společná část segmentu, společný celý segment či více společných segmentů. Ošetřete situace, kdy výsledkem není 2D entita, ale 0D či 1D entita.

Pro výše uvedené účely je nutné mít řádně odladěny algoritmy z úlohy 1. Postup ošetření těchto případů diskutujte v technické zprávě, zamyslete se nad dalšími singularitami, které mohou nastat.

**Hodnocení:**

Krok	Hodnocení
Množinové operace: průnik, sjednocení, rozdíl	20b
Konstrukce offsetu (bufferu)	+10b
Výpočet průsečíků segmentů algoritmem Bentley & Ottman	+8b
Řešení pro polygony obsahující holes (otvory)	+6b
<b>Max celkem:</b>	<b>44b</b>

Čas zpracování: 2 týdny

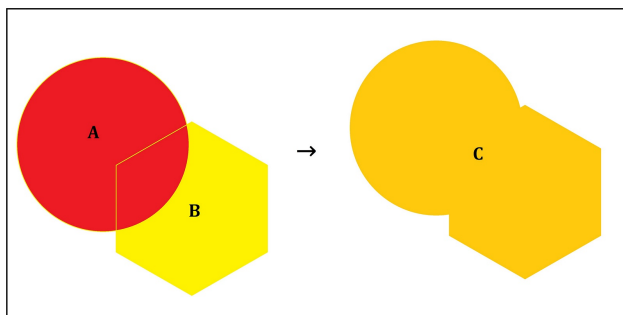
## 2 Údaje o bonusových úlohách

### 3 Popis a rozbor problému

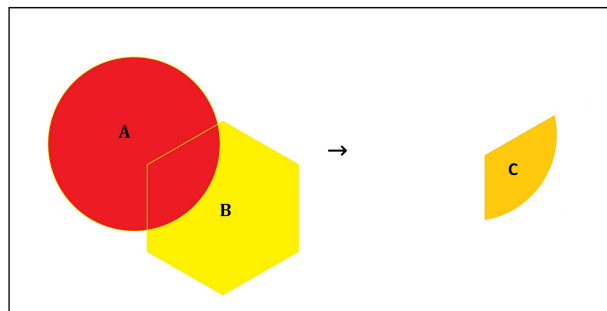
Mějme dva polygony  $A \{p_i\}$  a  $B \{p_j\}$ .

Množinové operace:

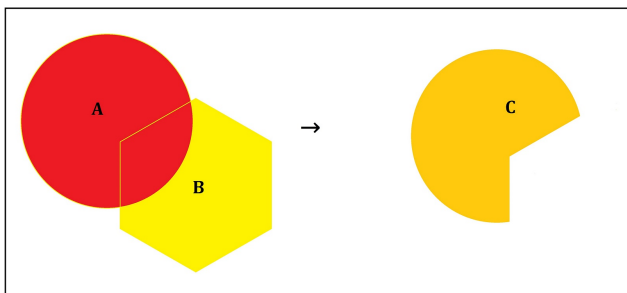
- Sjednocení (Union):  $C = A \cup B$
- Průnik (Intersection):  $C = A \cap B$
- Rozdíl (Difference):  $C = A \cap \bar{B}$  nebo  $C = B \cap \bar{A}$



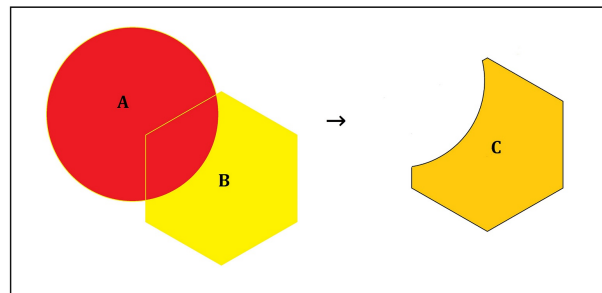
Sjednocení (Union)



Průnik (Intersection)



Rozdíl (Difference)



Rozdíl (Difference)

Obrázek 1: Příklady množinových operací

## 4 Popis algoritmů

### 4.1 Výpočet průsečíků

#### 4.1.1 Implementace metody

1. *for*( $i = 0; i < n, i++$ )
2.      $M = \text{map}(\text{double}, QPointFB)$  // Vytvoření mapy
3.     *for*( $j = 0; j < m, j++$ )
4.         if  $b_{ij} = (p_i, p_{(i+1)\%n} \cap q_j, q_{(j+1)\%m}) \neq 0$  // Existuje průsečík
5.              $M[\alpha_i] \leftarrow b_{ij}$  //Přidej do M
6.             ProcessIntersection ( $b_{ij}, \beta, B, j$ ) //Zpracuj první průsečík pro  $e_j$
7.     if ( $\|M\| > 0$ ) // Nějaké průsečíky jsme našli
8.         *for*  $\forall m \in M$  : // Procházej všechny průsečíky v M
9.              $b \leftarrow m.\text{second}$  // Získej 2. hodnotu z páru
10.         ProcessIntersection ( $b, \alpha, A, i$ ) //Zpracuj první průsečík pro  $e_i$

## 4.2 Vytvoření a sestavení fragmentů

### 4.2.1 Vytvoření fragmentů - implementace metody

1. doplnit

### 4.2.2 Sestavení fragmentů - implementace metody

1. doplnit

## 4.3 Vytvoření polygonu z fragmentů

### 4.3.1 Implementace metody

1.  $QPointn \leftarrow s$  //Inicializuj následující bod
2. for (;) //Projdi všechny fragmenty tvořící polygon
3.  $f \leftarrow F.find(n)$  //Najdi navazující fragment
4.  $if(f \equiv F.end)$  // Fragment s takovým poč. bodem neexistuje
5.  $return false$
6.  $f.second.first \leftarrow true$  //Fragment označen za zpracovaný
7.  $n \leftarrow f.second.second.back()$  // Najdi následující bod
8.  $P \leftarrow f.second.second - \{f.second.second[0]\}()$  // Přidej bez poč. bodu
9.  $if(n \equiv s)$  // Obešli jsme polygon, jsme na startu
10.  $return true$

## 4.4 Množinové operace

### 4.4.1 Implementace metody

1. if ( $o(A) \neq CCW$ )
2.  $A.switchOr()$  // Změň orientaci na CCW
3. if ( $o(B) \neq CCW$ )
4.  $B.switchOr()$  // Změň orientaci na CCW
5.  $ComputeIntersections(A, B)$  // urči průsečíky A,B
6.  $SetPositions(A, B)$  //Urči polohu vrcholů vůči oblastem
7.  $map < QPointFB, pair < bool, vector < QPointFB >>> F$
8.  $pos1 = (oper \equiv intersection \vee oper \equiv DifAB?Inner : Outer)$
9.  $pos2 = (oper \equiv intersection \vee oper \equiv DifAB?Inner : Outer)$

10.  $swap1 = (oper \equiv Dif AB? : true : false)$
11.  $swap2 = (oper \equiv Dif AB? : true : false)$
12.  $CreateFragments(A, pos1, swap1, F)$
13.  $CreateFragments(B, pos2, swap2, F)$
14.  $MergeFragments(A, B, C)$

## 4.5 Offset

### 4.5.1 Implementace metody

1. DOPLNIT

## 5 Vstupní data

## 6 Ukázka vytvořené aplikace

Nejprve je třeba zadat vstupní data - množinu bodů.

Následně je možné vybrat metodu výpočtu konvexní obálky a kliknutím na tlačítko GO v sekci Create convex hull zahájen výpočet a vizualizace konvexní obálky zadané množiny bodů. Pod tlačítkem Go je vypsán čas, jak dlouho trval výpočet.

Vše je uvedeno do původního stavu (smazány body i vypočtené výsledky) kliknutím na tlačítko Clear.



## 6.1 Algorithms

V třídě Algorithms jsou staticky implementovány algoritmy počítající kovexní obálku a minimální ohraničující obdélník (včetně vodící linie).

- Výčtový typ **TPosition**

- Typ využitý jako návratová hodnota členské metody **getPointLinePosition**.
- **LEFT = 0**
- **RIGHT = 1**
- **ON = 2**

- Metoda **getPointLinePosition**

- Tato metoda slouží k určení polohy bodu vůči přímce. Návratovou hodnotou je výčtový typ **TPosition**.
- Vstup
  - \* **QPointF &q** - určovaný bod
  - \* **QPointF &a, &b** - body přímky
- Výstup
  - \* **LEFT** - bod vlevo od přímky
  - \* **RIGHT** - bod vpravo od přímky
  - \* **ON** - bod na přímce

- Metoda **getTwoVectorsAngle**

- Tato metoda slouží k určení úhlu mezi 2 přímkami. Její návratovou hodnotu je **double**.
- Vstup
  - \* **QPointF &p1, &p2** - body první přímky
  - \* **QPointF &p3, &p4** - body druhé přímky
- Výstup
  - \* Úhel mezi 2 přímkami

- Metoda **getPointLineDistance**

- Tato metoda slouží k výpočtu vzdálenosti bodu od přímky. Její návratovou hodnotou je **double**
- Vstup
  - \* **QPointF &q** - určovaný bod
  - \* **QPointF &a, &b** - body přímky
- Výstup
  - \* Vzdálenost bodu od přímky

- Přetížená metoda **rotateByAngle**

- Tato metoda slouží k rotaci dané množiny o úhel. Jejím návratovým typem je **void**.
- Vstup
  - \* Přetížení 1
    - **std::vector<QPointF> &points** - vektor bodů, jež má být orotován
    - **double angle** - úhel, o který má rotace být provedena
  - \* Přetížení 2
    - **QPolygonF &points** - polygon, jež má být orotován
    - **double angle** - úhel, o který má rotace být provedena
  - \* Přetížení 3
    - **QLineF &points** - úsečka, jež má být orotována
    - **double angle** - úhel, o který má rotace být provedena

- Metoda **getDistance**

- Tato metoda slouží k výpočtu vzdálenosti dvou bodů. Jejím výstupním typem je **double**.
- Vstup
  - \* **QPointF &a, &b** - body, mezi kterými je vzdálenost počítána
- Výstup
  - \* Vypočtená vzdálenost

- Metoda **jarvisScanCH**

- Tato metoda slouží k výpočtu konvexní obálky pomocí algoritmu Jarvis Scan. Během výpočtu je ošetřována singularita existence kolineárních bodů v data-setu. Jejím výstupním typem je **QPolygonF**.
- Vstup
  - \* **std::vector <QPointF> points** - vektor bodů, kolem nichž má být vytvořená konvexní obálka.
- Výstup
  - \* Polygon obsahující konvexní obálku.

- Metoda **grahamScanCH**

- Tato metoda slouží k výpočtu konvexní obálky pomocí algoritmu Graham Scan. Jejím výstupním typem je **QPolygonF**.
- Vstup
  - \* **std::vector <QPointF> points** - vektor bodů, kolem nichž má být vytvořená konvexní obálka.
- Výstup

- \* Polygon obsahující konvexní obálku.
- Metoda **quickHullCH**
  - Tato metoda slouží k výpočtu konvexní obálky pomocí algoritmu Quick Hull. Jejím výstupním typem je **QPolygonF**.
  - Vstup
    - \* **std::vector <QPointF> points** - vektor bodů, kolem nichž má být vytvořena konvexní obálka.
  - Výstup
    - \* Polygon obsahující konvexní obálku.
- Metoda **quickHullLocal**
  - Pomocná metoda k výpočtu konvexní obálky metodou Quick Hull. Jejím výstupním typem je **void**.
  - Vstup
    - \* **int s, e** - index počátečního a koncového bodu dělicí přímky
    - \* **std::vector <QPointF> &points** - vektor bodů, kolem nichž má být vytvořena konvexní obálka.
    - \* **QPolygonF &poly\_ch** - polygon obsahující body konvexní obálky
  - Výstup
    - \* Polygon obsahující konvexní obálku.
- Metoda **sweepLineCH**
  - Tato metoda slouží k výpočtu konvexní obálky pomocí algoritmu Sweep Line. Jejím výstupním typem je **QPolygonF**.
  - Vstup
    - \* **std::vector <QPointF> points** - vektor bodů, kolem nichž má být vytvořena konvexní obálka.
  - Výstup
    - \* Polygon obsahující konvexní obálku.
- Metoda **generatePoints**
  - Metoda pro generování zadaného počtu a tvaru bodů. Jejím výstupním typem je **std::vector <QPointF> points**.
  - Vstup
    - \* **QSizeF &canvas\_size** - rozměry kreslicího plátna, ze kterých se determinuje rozsah generovaných bodů
    - \* **int point\_count** - počet bodů, který se má generovat
    - \* **std::string shape** - tvar vytvářené množiny bodů (random, grid, na kružnici, na elipse, na čtverci)

- Výstup
  - \* Vektor nagenерованých bodů.
- Metoda **minimalRectangle**
  - Metoda pro výpočet minimálního ohraničujícího obdélníku a hlavní linie. Jejím výstupním typem je **void**.
  - Vstup
    - \* **QPolygonF &poly\_ch** - polygon obsahující konvexní obálku
    - \* **QPolygonF &minimal\_rectangle** - polygon, do kterého jsou počítány body minimálního ohraničujícího obdélníku
    - \* **QLineF &direction** - hlavní linie minimálního ohraničujícího obdélníku (resp. do této proměnné je počítaná)
    - \* **bool compute\_dir\_line** - ukazatel určující zda-li má být počítána hlavní linie minimálního ohraničujícího obdélníku

## 6.2 Draw

Třída `draw` slouží k vykreslení vygenerovaných (nebo naklikaných) bodů, vypočteného minimálního ohraničujícího obdélníku a hlavní linie minimálního ohraničujícího obdélníku. V této třídě jsou zároveň nagenеровané body zbavené duplicit a vypočtené konvexní obálky se zde omezují na striktní konvexní obálky (vše v metodě **setCH**). Třída dědí od třídy **QWidget**.

- Členské proměnné
  - **std::vector <QPointF> points** - vektor obsahující nagenеровané nebo naklikané body
  - **QPolygonF ch** - polygon obsahující body konvexní obálky
  - **QPolygonF rect** - polygon obsahující body minimálního ohraničujícího obdélníku
  - **QLineF direction** - hlavní linie minimálního ohraničujícího obdélníka
- Metoda **paintEvent**
  - Tato metoda slouží k vykreslení nagenеровaných (nebo naklikaných) bodů, konvexní obálky, minimálního ohraničujícího obdélníka a hlavní linie minimálního ohraničujícího obdélníka. Metoda se volá pomocí metody **repaint()**. Návrátovým typem je **void**.
  - Vstup
    - \* **QPaintEvent \*e**
- Metoda **mousePressEvent**
  - Metoda sloužící k uložení bodu do členské proměnné **points** určeného kliknutím myši nad kreslícím plátnem. Jejím návrátovým typem je **void**.
  - Vstup
    - \* **QMouseEvent \*e**
- Metoda **setCH**
  - Tato metoda slouží pro kontrolu duplicity generovaných bodů, pro kontrolu alespoň 3 bodů, k zavolání příslušného algoritmu pro vypočtení konvexní obálky a k omezení konvexní obálky na striktně konvexní obálku. Metoda počítá dobu trvání výpočetních algoritmů. Jejím návrátovým typem je **double**.
  - Vstup
    - \* **std::string &selected\_algorithm** - uživatelsky vybraný algoritmus pro počítání konvexní obálky
  - Výstup
    - \* Čas trvání výpočtu.
- Metoda **setRect**

- Tato metoda slouží pro zavolání algoritmu pro výpočet minimálního ohraničujícího obdélníku a jeho hlavní linie. Jejím návratovým typem je **void**.
- Vstup
  - \* **bool draw\_dir\_line** - uživatelsky nastavený indikátor, zda-li se má vypočítat hlavní linie minimálního ohraničujícího obdélníku
- Metoda **setPoints**
  - Metoda volající algoritmus pro generování bodů daného počtu a tvaru. Jejím návratovým typem je **void**.
  - Vstup
    - \* **QSizeF &canvas\_size** - rozměr kreslicího plátna pro pozdější určení rozsahu generování bodů
    - \* **int count** - počet bodů, jež se má generovat
    - \* **std::string &shape** - tvar, do kterého se body mají generovat
- Metoda **clearCanvas**
  - Metoda, která maže obsah kreslicího okna. Jejím návratovým typem je **void**. Do metody nevstupují žádné parametry.

### 6.3 SortByXAsc, SortByYAsc, SortByAngleAsc

Třídy sloužící jako sortovací kritérium - podle rostoucí souřadnice x resp. souřadnice y (při stejných souřadnicích x resp. y je druhým kritériem druhá souřadnice) a podle rostoucího úhlu mezi body (při stejném úhlu je druhým kritériem vzdálenosti mezi body).

## 6.4 Widget

Tato třída slouží ke komunikaci s GUI. Třída dědí od třídy `QWidget`. Všechny její metody slouží jako sloty k signálům z GUI, nemají žádné vstupní hodnoty a jejich návratovým typem je `void`.

- Metoda **`on_createCHButton_clicked`** - reaguje na zmáčknutí tlačítka pro vypočtení konvexní obálky, volá metodu **`setCH`** z třídy **`Draw`**, zapisuje čas výpočtu do GUI.
- Metoda **`on_generateButton_clicked`** - reaguje na zmáčknutí tlačítka pro generování bodů, volá metodu **`setPoints`** z třídy **`Draw`**.
- Metoda **`on_clearButton_clicked`** - reaguje na zmáčknutí tlačítka pro vymazání obsahu kreslicího plátna, volá metodu **`clearCanvas`** z třídy **`Draw`**.
- Metoda **`on_createRectButton_clicked`** - reaguje na zmáčknutí tlačítka pro vypočtení minimálního ohraničujícího obdélníka, volá metodu **`setRect`** z třídy **`Draw`**.
- Metoda **`on_helpButton_clicked`** - reaguje na zmáčknutí tlačítka pro volání nápovědy, volá okno s nápovědou **`help_dialog`** z třídy **`HelpDialog`**.

## 6.5 HelpDialog

Třída sloužící pro vykreslení okna s nápovědou.

## 7 Přílohy

- Příloha č.1: Testování výpočetních dob algoritmů - "Testovani.pdf"



## 8 Závěr

### 8.1 Návrhy na vylepšení

- bla bla

## 9 Zdroje

1. BAYER, Tomáš. Konvexní obálky [online][cit. 21.10.2018].  
Dostupné z: <https://web.natur.cuni.cz/~bayertom/images/courses/Adk/adk4.pdf>
2. BAYER, Tomáš. Konvexní obálky [online][cit. 30.11.2018].  
Dostupné z: <https://web.natur.cuni.cz/~bayertom/images/courses/Adk/adkcv2.pdf>