Analysis 1 - Serie 3

3.1

a) wahr b) falsch c) wahr d) wahr e) wahr

3.2

a) Definitions:

$$\mathbf{1} = \{s \in \mathbb{Q} \mid s > 1\}$$
$$\mathbf{2} = \{s \in \mathbb{Q} \mid s > 2\}$$
$$\mathbf{3} = \{s \in \mathbb{Q} \mid s > 3\}$$
$$+(x, y) := \{r + s \mid r \in x, s \in y\}$$
$$\mathbf{1} + \mathbf{2} = \{r + s \mid r \in \mathbf{1}, s \in \mathbf{2}\}$$

Beweis:

$$\{r + s \mid r \in \mathbf{1}, s \in \mathbf{2}\} \subseteq \{p \in \mathbb{Q} \mid p > 3\}$$
$$\{x \in \mathbb{Q} \mid x > 3\} \subseteq \{p \in \mathbb{Q} \mid p > 3\} \blacksquare$$
$$\{p \in \mathbb{Q} \mid p > 3\} \subseteq \{r + s \mid r \in \mathbf{1}, s \in \mathbf{2}\}$$
$$\text{Sei } t \in \mathbf{1} + \mathbf{2}, t \in \{r, s \in \mathbb{Q}, r + s \mid r > 1, s > 2\}$$
$$r := 1 + \frac{t - 3}{2}$$
$$1 + \frac{t - 3}{2} > 1$$
$$t > 3$$
$$s := 1 + \frac{t - 3}{2}$$
$$2 + \frac{t - 3}{2} > 2$$
$$t > 3$$
$$t = r + s = -\frac{1}{2} + \frac{t}{2} + \frac{1}{2} + \frac{t}{2} \blacksquare$$

b) Definitions:

$$\mathbf{1} = \{s \in \mathbb{Q} \mid s > 1\}$$
$$\cdot\,(x, y) = \{rs \mid r \in x, s \in y\}$$

Beweis:

$$
\begin{aligned}
\text{Sei } t &\in \cdot (1,1) \\
r > 1, s > 1 \therefore t &> 1 \\
t &\in \mathbf{1} \\
\text{Sei } r &:= \frac{t+1}{2} \\
s &:= \frac{t}{r} \\
rs = r\frac{t}{r} &= t \\
r, s &> 1 \\
\frac{t+1}{2} &> 1 \\
t &> 1
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
s &= \frac{t}{\frac{t+1}{2}} > 1 \\
&= \frac{2t}{t+1} > 1 \\
2t &> t + 1 \\
t &> 1
\end{aligned}
$$

3.3

Habe gelesen

3.4

Ich konnte es leider nicht verstehen :(

3.5

1) Supremum: 1, besitzt ein maximum Infimum: 0 2) Supremum: 1, besitzt ein minimum Infimum: 0.5
2) Supremum: 1, besitzt ein minimum Infimum: 2/3

3.7

a)

$$
\begin{aligned}
&18 - 15i + 12i + 10 \\
&= 30 - 3i
\end{aligned}
$$

b)

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{1+i} \times \frac{1-i}{1-i} \\
&\qquad = \frac{1-i}{1+1} \\
&\qquad = \frac{1}{2} - \frac{i}{2}
\end{aligned}
$$