

Analysis 1 - Serie 1

1.1.

a) $0 + 1 = 1 \wedge 0 > 1$ false

b) $0 + 1 = 1 \vee 0 < 1$ true

c) $0 + 1 = 1 \vee 0 < 1$ false

d) $0 > 1 \Rightarrow 0 + 1 = 0$ true

Should be \Leftrightarrow

e) $0 + 1 = 1 \Rightarrow 0 > 1$ false

1.2

a)

P	Q	$\neg(P \wedge Q)$	$\neg P \vee \neg Q$
T	T	F	F
T	F	T	T
F	T	T	T
F	F	T	T

b, d, f, h und j) Sie haben dieselbe Taffeln, deshalb sind sie logisch aequivalent. c)

P	Q	$\neg(P \vee Q)$	$\neg P \wedge \neg Q$
T	T	F	F
T	F	F	F
F	T	F	F
F	F	T	T

e)

P	Q	$\neg(Q) \Rightarrow \neg P$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

g) Die Musterloesung ist falsch

P	Q	$(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

i)

P	Q	R	$P \wedge (Q \vee R)$	$(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$
T	T	T	T	T
T	T	F	T	T
T	F	T	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	F	F
F	T	F	F	F
F	F	T	F	F
F	F	F	F	F

k)

P	Q	R	$P \wedge (Q \vee R)$	$(P \wedge Q) \vee R$
T	T	T	T	T
T	T	F	T	T
T	F	T	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	F	T
F	T	F	F	F
F	F	T	F	T
F	F	F	F	F

Sie sind nicht gleich, deshalb $P \wedge (Q \vee R) \not\equiv (P \wedge Q) \vee R$.

l) M - Menu

A - Kaffee

U - Kuchen

Mögliche Interpretationen:

$(M \wedge A) \vee U$ – gleich wie entweder ... oder

$M \wedge (A \vee U)$

Sie sind nicht äquivalent.

1.3

a)

Sei $n := 123456789$

$$5 \cdot 4^{\frac{(3n+1)^2-1}{3}} = 5 \cdot 4^{\frac{9n^2+6n}{3}} = 5 \cdot 4^{3n^2+2n}$$

Lemma: eine Ganze zahl Quadriert ist eine ganze Zahl.

Lemma: 2 eine ganze zahl ist ganz.

$\therefore 3n^2 + 2n$ ist ganz

Lemma: Eine ganze Zahl hoch eine ganze Zahl ist eine ganze Zahl

$\therefore 5 \cdot 4^{\frac{(3 \cdot 123456789 + 1)^2 - 1}{3}}$ ist ganz ■

b) i) Zu beweisen $\sqrt{3} < \sqrt{5}$

Nehmen wir an, dass $\sqrt{3} \geq \sqrt{5}$

Lemma: Monotonie des Quadrierens

$$\therefore \sqrt{5} \leq \sqrt{3} \Rightarrow 5 \leq 3$$

Kontraposition: $\neg(5 \leq 3) \Rightarrow \neg(\sqrt{5} \leq \sqrt{3})$

$$5 > 3 \Rightarrow \sqrt{5} < \sqrt{3} \blacksquare$$

Widerspruch: $5 \leq 3$ ist falsch, therefore $\neg(\sqrt{3} < \sqrt{5})$ wurde widersprochen ■

ii)