

Analysis 1 - Serie 2

2.1

a) i. $X := \{1, 2\}$ ii. $Y := \{0\}$ iii. $Z := \{1, 2, 3\}$

b)

$$X \cap Y = \{1\}$$

$$X \cup Y = \{0, 1, 2\}$$

$$X \setminus Y = \{0\}$$

c)

$$X \times Y = \{(\text{Apfel}, 0), (\text{Apfel}, 1), (\text{Apfel}, 2), (\text{Haus}, 0), (\text{Haus}, 1), (\text{Haus}, 2)\}$$

$$Y^2 = \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 0), (2, 1), (2, 2)\}$$

d) S: Shaded region under the diagonal $x=y$, until y becomes flat at $y=1$

A: Shaded inside the unit circle, including its edge

A^c : All points outside the unit circle shaded

B: The edge of the unit circle

C: Everything to the right of and including the y -axis

$A \cap C$: Right half of the unit circle including the edge

$A \cup C$: Entire unit circle and the right side of the y -axis

2.2

a) $X = \{0\}, X^c = \{1\}$

b) Sie sind gleich

c) Everything outside of the two circles.

d)

$$\text{Zu beweisen: } (A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

$$(A \cap B) = \{x \in X \mid x \in A \wedge x \in B\}$$

$$(A \cap B)^c = \{x \in X \mid \neg(x \in A \wedge x \in B)\}$$

$$= \{x \in X \mid x \notin A \vee x \notin B\}$$

$$= A^c \cup B^c \blacksquare$$

2.3

a)

1. $1 \equiv 1$, wahr

2. Goethe Prinzip, wahr

3. Die Irrationale Zahlen, wahr

b)

1. $\forall x \in \{0^2, 1^2, 2^2, 3^2, \dots\} : x \neq 24$

2. $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{N} : y > x$

2.4

a) falsch, es gibt eine natuerliche Zahl, die gleich oder weniger die Zahl hoch 2 ist

b) wahr, es gibt eine natuerliche Zahl, die groesser als 1 und weniger oder gleich 1 ist

- c) wahr, es gibt eine Zahl zwischen 0 und unendlich, wofür $1/n$ eine natürliche Zahl grösser oder gleich der Zahl ist
- d) wahr, für alle natürlichen Zahlen, es gibt eine Zahl zwischen 0 und unendlich, die grösser als $1/n$ über der natürlichen Zahl ist

2.5

- a) Nicht Surjektiv, weshalb ist es keine Funktion
- b) Nicht Injektiv oder Surjektiv. Keine Funktion
- c) Nicht Surjektiv. Keine Funktion
- d) Es ist eine Funktion.

2.6

a)

$$\text{im}(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 0\}$$

$$\text{im}(g) = \mathbb{R}$$

$$\text{im}(h) = \{y \in \mathbb{R} \mid y > 0\}$$

b)

$$f^{-1}((-1, 4)) = (-2, 2)$$

$$g^{-1}([-8, -1]) = [-2, -1]$$

$$h^{-1}([-1, 1]) = [-\infty, 0]$$

2.7

Ich bin mir nicht sicher, wie man das zeigen soll.

2.8

a) $f(y) := \frac{y}{2}$ e) $f(y) := \frac{y-1}{2}$ f) $f(y) := \frac{\ln(y)}{2}$

2.9

a)

$$g \circ f = e^{x^2}$$

$$f \circ g = (e^x)^2$$

b) $g \circ f = e^{|x|} = e^{\sqrt{5}} \cdot f \circ g$ geht nicht, weil die Domain von f der 2-dimensionale Raum ist.

2.10

a)

$$\begin{aligned} f^{-1}(B_1 \cup B_2) &= \{x \in X \mid f(x) \in (B_1 \cup B_2)\} \\ &= \{x \in X \mid f(x) \in B_1\} \cup \{x \in X \mid f(x) \in B_2\} \\ &= f^{-1}(B_1) \cup f^{-1}(B_2) \end{aligned}$$

2.11

1) Supremum: 1, Infimum: 0, Maximum: 1

2) Supremum: 1, Infimum: $\frac{1}{2}$, Minimum: 2

3) Supremum: 1, Infimum: $\frac{2}{3}$, Minimum: $\frac{2}{3}$