

Übung 4

Besprechung: 22.10.2020

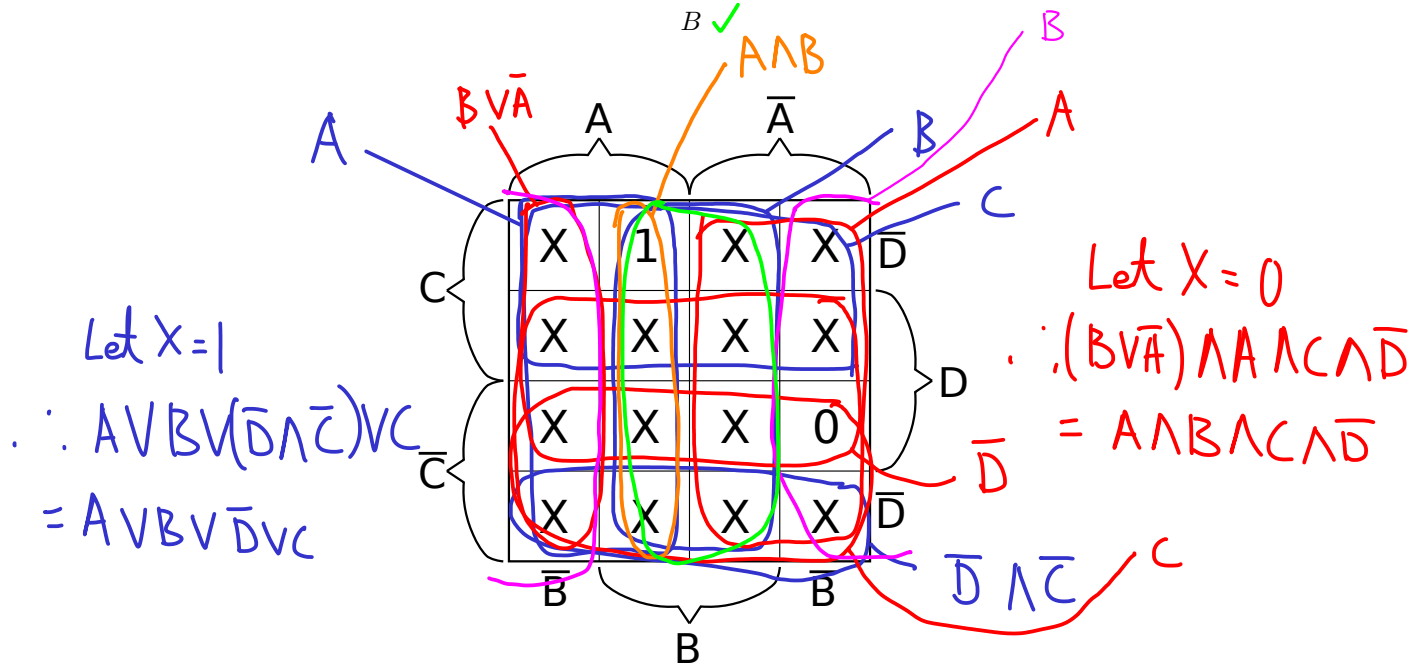
Abgabe: 29.10.2020

Aufgabe 1:

Karnaugh-Diagramme

Welche der gegebenen Funktionen erfüllen die Belegung im Karnaugh-Diagramm?

$A \wedge B$ ✓
 $A \wedge B \wedge C \wedge \bar{D}$ ✓
 $A \vee B \vee C \vee \bar{D}$ ✓
 \bar{B} ✗
 $\bar{A} \vee C$
 $A \wedge D$
 B ✓

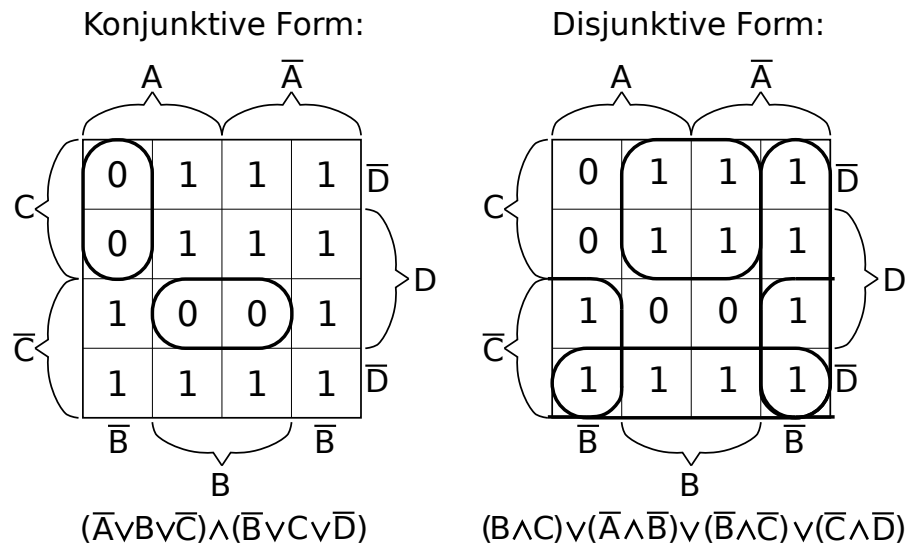


Aufgabe 2:

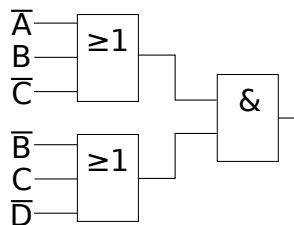
konjunktive Normalform

Wie in der Vorlesung angesprochen, kann man aus den Karnaugh-Diagrammen auch die konjunktive Normalform bestimmen. Das macht man, indem man die Nullen im Diagramm zusammenfasst, und dann die Oder-Terme, die an genau diesen Stellen Nullen haben, mit UND verknüpft.

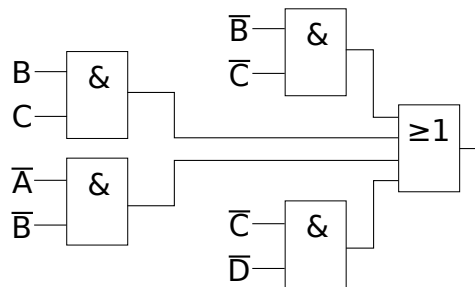
Beispiel:



8 Gatter-Eingänge

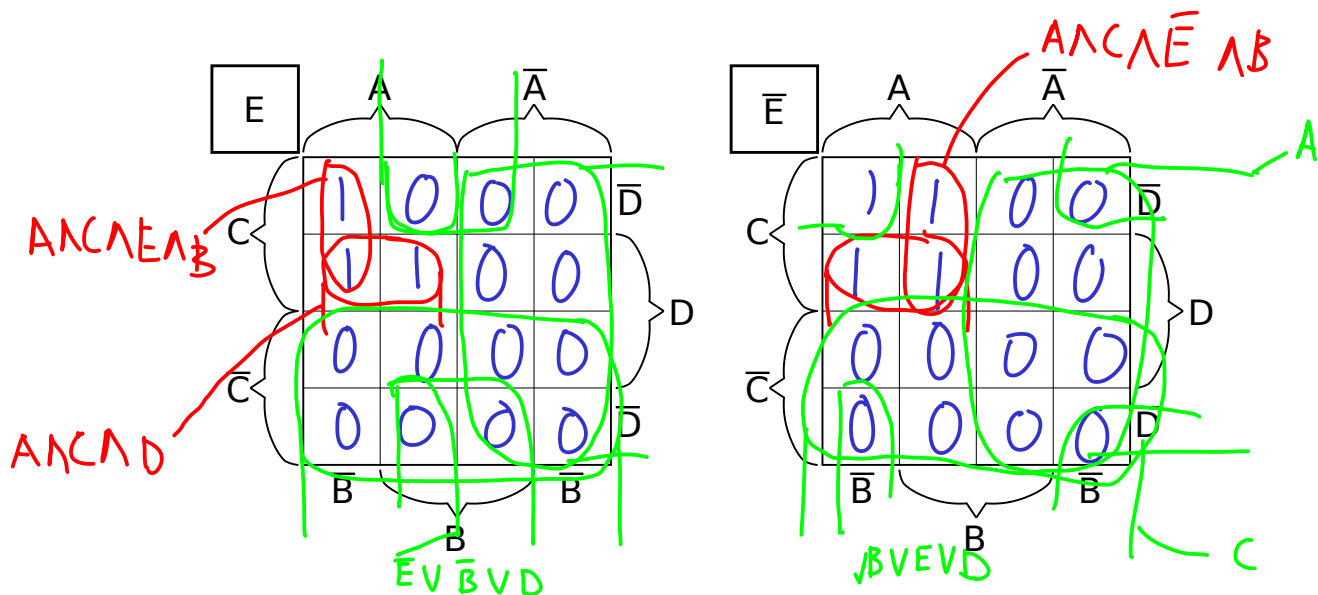


12 Gatter-Eingänge



a) Stellen Sie ein Karnaugh-Diagramm aus folgenden Mintermen auf:

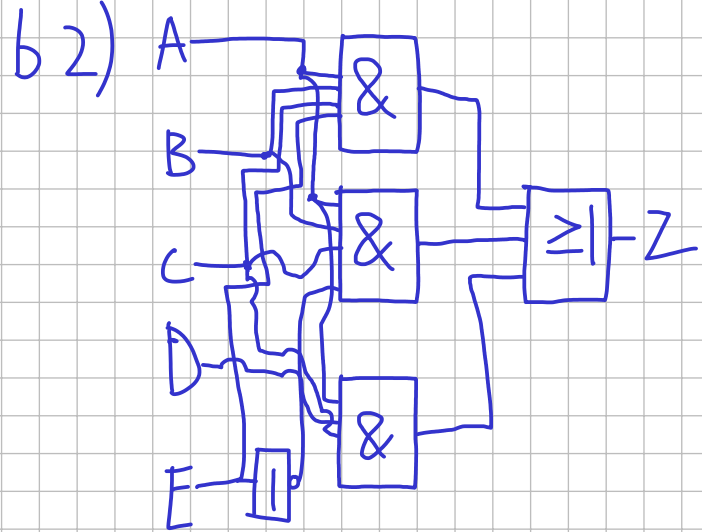
$$(A \wedge B \wedge C \wedge D \wedge E) \vee (A \wedge \bar{B} \wedge C \wedge D \wedge E) \vee (A \wedge \bar{B} \wedge C \wedge \bar{D} \wedge E) \vee \\ (A \wedge B \wedge C \wedge D \wedge \bar{E}) \vee (A \wedge \bar{B} \wedge C \wedge D \wedge \bar{E}) \vee (A \wedge B \wedge C \wedge \bar{D} \wedge \bar{E})$$



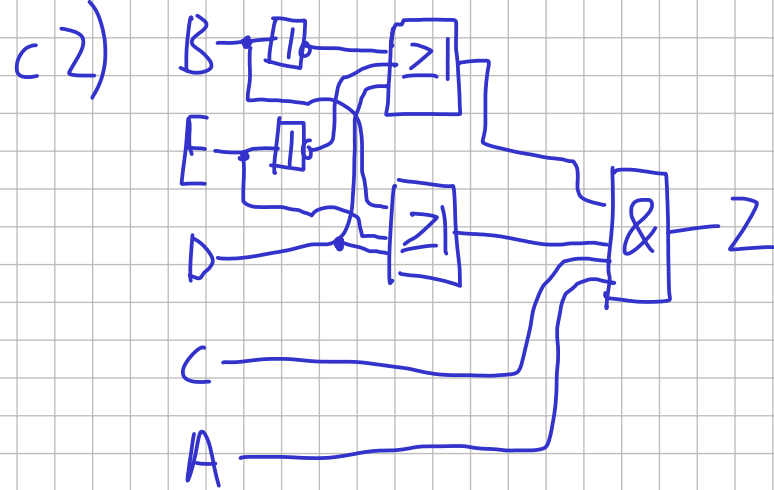
- b) 1. Bestimmen Sie die disjunktive Normalform anhand des Karnaugh-Diagrammes.
 2. Zeichnen Sie die entsprechende zweistufige Schaltung mit UND und ODER Gattern (Toren).
 3. Ermitteln Sie die Gesamtanzahl aller Gatter-Eingänge.
- c) 1. Bestimmen Sie die konjunktive Normalform anhand des Karnaugh-Diagrammes.
 2. Zeichnen Sie die entsprechende zweistufige Schaltung mit ODER und UND Gattern (Toren).
 3. Ermitteln Sie die Gesamtanzahl aller Gatter-Eingänge.

$$C \wedge A \wedge (\bar{E} \vee \bar{B} \vee D) \wedge (B \vee E \vee D)$$

=



3) 14



3) 12

Aufgabe 3:

Schaltungssynthese

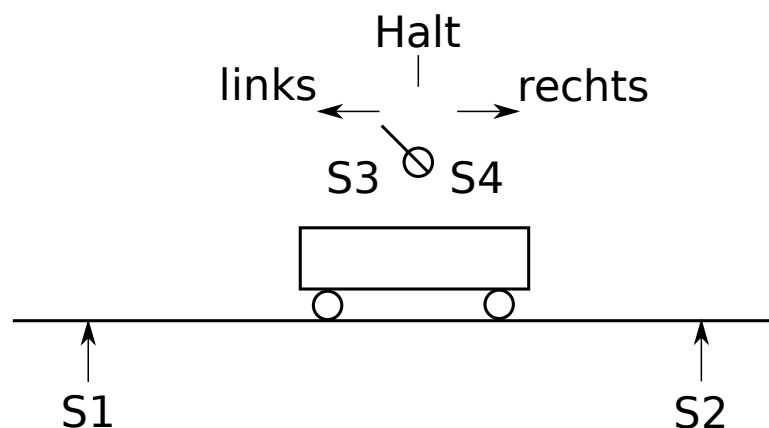
Ein Transportwagen eines kleinen Kohlebergwerkes wird mit einem Elektromotor betrieben. Auf dem Wagen befinden sich zwei Schalter mit dem der Wagen in Bewegung gesetzt wird. Mit dem Schalter S3 wird der Wagen nach links bewegt, mit dem Schalter S4 kann eine Bewegung nach rechts erzielt werden. Durch eine mechanische Vorrichtung wird verhindert, dass die Schalter S3 und S4 zugleich betätigt werden können ($S3=1$ und $S4=1$).

An den beiden Enden des Schienenweges sind zwei Schalter S1 und S2 angebracht. Sie werden durch die Räder des Wagens betätigt und geben ein Signal, wenn der Wagen über die Schienen hinauszufahren droht. Sobald ein Ende des Schienenweges erreicht wird, schaltet der entsprechende Schalter auf "1", ansonsten ist er logisch "0". Die Schalter S1 und S2 an den Schienenenden haben höhere Priorität als die beiden Schalter S3 und S4 auf dem Wagen.

Es soll nun eine Kontroll-Logik entworfen werden, die den Motor entsprechend steuert. Sie soll zwei Ausgänge haben:

r = Signal, um den Motor nach rechts zu fahren,

l = Signal, um den Motor nach links zu fahren.



- Stellen Sie die Wahrheitstabelle für die Ausgänge **l** und **r** in Abhängigkeit von S1, S2, S3 und S4 auf.
- Reduzieren Sie den Logikaufwand zur Realisierung der kombinatorischen Logik für die beiden Ausgänge **r** und **l** mit Hilfe der Karnaugh-Diagramme. Geben Sie die Gleichungen für die Ausgänge in disjunktiver Normalform an.
- Zeichnen Sie die Schaltung mit Hilfe von:
 - beliebigen Gattern
 - ausschliesslich NOR-Gattern

S1	S2	S3	S4	l	r
1	1	1	1	X	X
1	1	1	0	X	X
1	1	0	1	X	X
1	1	0	0	X	X
1	0	1	1	X	X
1	0	1	0	0	1 ✓
1	0	0	1	0	1 ✓
1	0	0	0	0	1 ✓
0	1	1	1	X	X
0	1	1	0	1	0 ✓
0	1	0	1	1	0 ✓
0	1	0	0	1	0 ✓
0	0	1	1	X	X
0	0	1	0	1	0 ✓
0	0	0	1	0	1 ✓
0	0	0	0	0	0 ✓

l:

	s_3		$\overline{s_3}$		
s_1	0	X	X	X	$\overline{s_2}$
	X	1	X	X	s_2
$\overline{s_1}$	1	0	1	1	
	1	0	0	X	$\overline{s_2}$
	$\overline{s_4}$	s_4		$\overline{s_4}$	

Aufgabe 4:

PAL Programmierung

In dieser Aufgabe sollen Sie einen Codeumsetzer in eine programmable array logic (PAL) programmieren. PAL sind (re)programmierbare Digitalbausteine (Reichardt, Kapitel 17), die oft zum Aufbau digitaler Systeme verwendet werden. PAL (s. Abbildung auf der nächsten Seite) besitzen eine UND-ODER Matrixstruktur, wo die UND-Matrix programmierbar ist. So sind PAL sehr geeignet, um die disjunktive Normalform (DNF) einer logischen Gleichung darzustellen, nachdem sie z.B. mit einem KV-Diagramm vereinfacht worden ist. Der hier betrachtete Codumsetzer überträgt binär codierte Zahlen in den sogenannten Aiken-Code.

- a) Die Ausgänge Y2 und Y3 sind durch die untenstehenden Karnaugh-Diagramme gegeben. Geben Sie zuerst für Y2 die konjunktive und für Y3 die disjunktive Minimalform an.

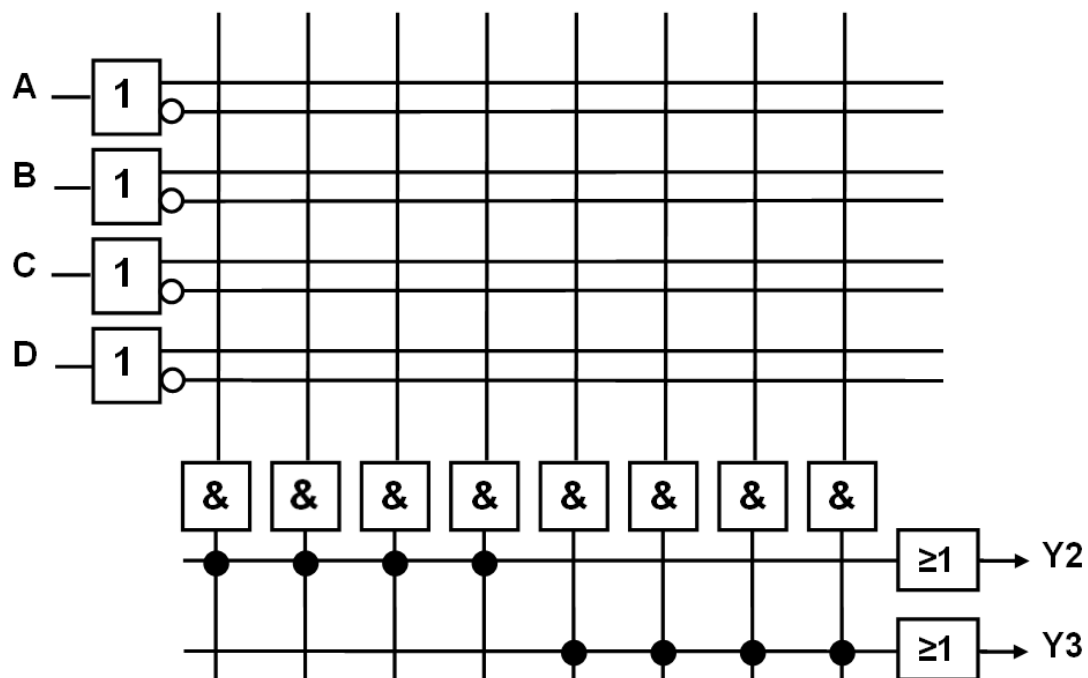
Y2		AB			
CD		00	01	11	10
	00	0	1	1	X
	01	0	X	1	X
	11	0	X	0	1
	10	0	X	0	X

Y3		AB			
CD		00	01	11	10
	00	0	0	1	X
	01	0	X	1	X
	11	1	X	0	0
	10	1	X	0	X

b) Ergänzen Sie nun die abgebildete Wahrheitstabelle.

A	B	C	D	Y1	Y2	Y3	Y4
0	0	0	0	0			0
0	0	0	1	0			1
0	0	1	0	0			0
0	0	1	1	0			1
0	1	0	0	0			0
0	1	0	1	x			x
0	1	1	0	x			x
0	1	1	1	x			x
1	0	0	0	x			x
1	0	0	1	x			x
1	0	1	0	x			x
1	0	1	1	0			1
1	1	0	0	0			0
1	1	0	1	0			1
1	1	1	0	1			0
1	1	1	1	1			1

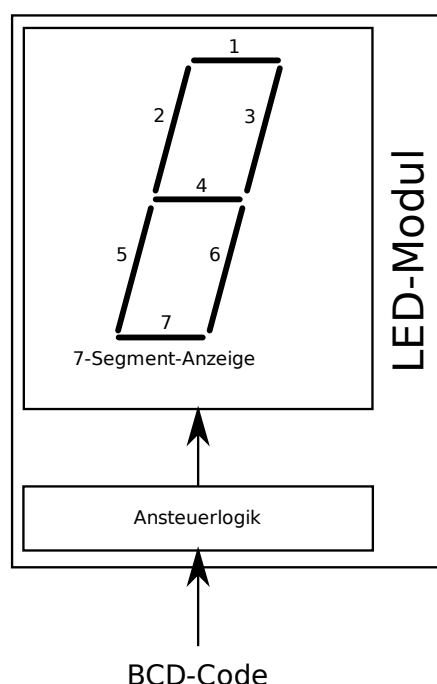
c) Programmieren Sie die Schaltungen für Y2 und Y3 in die bereitgestellte PAL, wobei sie die zu programmierenden Verbindungen mit Kreuzen markieren. Dafür müssen Sie die disjunktive Normalform der Gleichungen benutzen.



Aufgabe 5:

Schaltungssynthese (fakultativ)

Gegeben ist das unten dargestellte LED-Modul, welches eine 7-Segment-Anzeige und eine Ansteuerlogik beinhaltet. Mit den 7 Leuchtdioden (LEDs) der 7-Segment-Anzeige können die Ziffern '0' bis '9' dargestellt werden. Das LED-Modul wird mit einem BCD-Code (BCD = binary coded decimal) angesteuert. Daher ist eine Ansteuerlogik erforderlich, so dass beim Anlegen eines gültigen BCD-Codes an das LED-Modul die korrespondierende Ziffer auf der 7-Segment-Anzeige erscheint. Im folgenden soll diese Ansteuerlogik entworfen werden. Dabei kann ausgeschlossen werden, dass das LED-Modul mit einem ungültigen BCD-Code angesteuert wird.



- a) Stellen Sie in einem ersten Schritt eine Wahrheitstabelle auf, in welcher die Zustände d_x aller 7 Leuchtdioden in Abhängigkeit vom angelegten BCD-Code enthalten sind. Legen Sie dabei die folgende Zordnung zwischen angelegtem BCD-Code und darzustellender Ziffer zugrunde:

BCD-Code ($b_3b_2b_1b_0$)	Darzustellende Ziffer	BCD-Code ($b_3b_2b_1b_0$)	Darzustellende Ziffer
0000	0	0101	5
0001	1	0110	6
0010	2	0111	7
0011	3	1000	8
0100	4	1001	9
Verbleibende Codes können ausgeschlossen werden			

- b) Ermitteln Sie für jede Leuchtdiode die logische Funktion $d_x = f(b_3b_2b_1b_0)$ in disjunktiver Normalform. Stellen Sie dazu für alle Funktionsgleichungen d_1 bis d_7 die entsprechenden Karnaugh-Tafeln auf und eliminieren Sie redundante Terme.

Tipp: Überlegen Sie sich zuerst, wie Sie die Karnaugh-Tafeln am effizientesten ausfüllen können.