

## Substitution Method

Q1)  $T(n) = T(n-1) + n$ ,  $T(n) \in O(n^2)$

$$T(n) \leq cn^2 \Rightarrow T(n-1) \leq c(n-1)^2 \xrightarrow{\text{add } n \text{ to both sides}} \underbrace{T(n-1) + n}_{\text{this is now } T(n)} \leq c(n-1)^2 + n$$

make this part residual

$$\Rightarrow T(n) \leq cn^2 - \underbrace{2cn + c + n}_{\text{make residual positive}} \leq cn^2 \Rightarrow T(n) \leq cn^2 - (2cn - c - n) \leq cn^2$$

we know that  $\overline{T}(n) \leq cn^2 - (2cn - c - n)$ ,  
 if we can ensure residual is positive  $\overline{T}(n) \leq cn^2$ .  
 e.g.  $c=2$ ,  $n_0=1$

(using transitivity:  $a \leq b$  and  $b \leq c \Rightarrow a \leq c$ )

Q2)  $T(n) = T(\frac{n}{2}) + 1$ ,  $T(n) \in O(\log(n))$

$T(n) \leq c \log(n) \Rightarrow T\left(\frac{n}{2}\right) \leq c \log\left(\frac{n}{2}\right)$  add +1 to both sides  
 $\Rightarrow \underline{T\left(\frac{n}{2}\right)} + 1 \leq \underline{c \log\left(\frac{n}{2}\right)} + 1$   
 this is now  $T(n)$   
 $\Rightarrow T(n) \leq c \log\left(\frac{n}{2}\right) + 1 \leq c \log(n) \Rightarrow T(n) \leq c \log(n) - c \log(2) + 1 \leq c \log(n)$   
 assume/make log in base 2 make this part residual  
 $\Rightarrow T(n) \leq c \log(n) - c + 1 \leq c \log(n) \Rightarrow T(n) \leq c \log(n) - \underline{(c-1)} \leq c \log(n)$   
 with transitivity make residual positive  
 $\Rightarrow \underline{\underline{T(n)}} \leq c \log(n)$  es:  $c > 1$

Q3)  $T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + n$ ,  $T(n) \in O(n \log(n))$  \* Rather than using transformation like above, I will directly put it in place

$T(n) \leq cn \log(n) \Rightarrow T(\frac{n}{2}) \leq c \frac{n}{2} \log(\frac{n}{2}) \Rightarrow T(n) \leq 2 \left( \frac{cn}{2} \log(\frac{n}{2}) \right) + n \leq cn \log(n)$

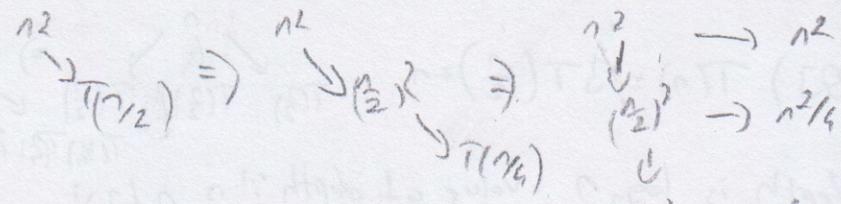
assume log in base 2

$\Rightarrow T(n) \leq cn(\log(n) - 1) + n \leq cn \log(n) \Rightarrow T(n) \leq cn \log(n) - cn + n \leq cn \log(n)$

$\Rightarrow T(n) \leq cn \log(n) - (c - 1)n \leq cn \log(n) \Rightarrow$  as long as  $c > 0$ , the residual will be positive, therefore  $T(n) \leq cn \log(n)$

## Recursion Tree

$$Q1) T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + n^2$$



• depth is  $\log(n)$  • value/cost at depth  $i$  is  $n^2/4^i$   $\left(\frac{n^2}{4^i}\right) \rightarrow n^2/16$

$$\Rightarrow \sum_{i=0}^{\log(n)} \frac{n^2}{4^i} = n^2 \sum_{i=0}^{\log(n)} \frac{1}{4^i} = n^2 \left( \frac{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{\log(n)}}{1 - \frac{1}{4}} \right) \approx \frac{4n^2}{3} \text{ (since } \log(n) \text{ is very big)}$$

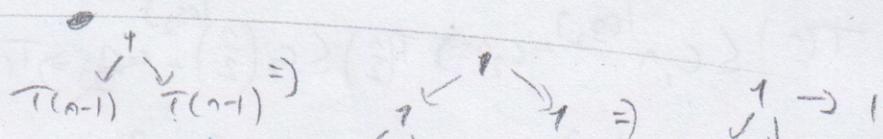
$\Rightarrow$  as we found  $\frac{4n^2}{3}$ ,  $T(n) \in O(n^2)$  // Now verify

$$T(n) \leq cn^2 \Rightarrow T\left(\frac{n}{2}\right) \leq c\left(\frac{n}{2}\right)^2 \Rightarrow T(n) \leq c\left(\frac{n}{2}\right)^2 + n^2 \leq cn^2 \quad (\text{add and subtract } 3cn^2/4 \text{ to make } cn^2)$$

$$\Rightarrow T(n) \leq \frac{cn^2}{4} + n^2 + \frac{3cn^2}{4} \leq cn \Rightarrow T(n) \leq cn^2 - \underbrace{\left(\frac{3cn^2}{4} - n^2\right)}_{\text{residual}} \leq cn^2$$

$\Rightarrow$  as long as  $c > \frac{4}{3}$ , residual is positive therefore  $T(n) \leq cn^2$  //

$$Q2) T(n) = 2T(n-1) + 1$$



• depth is  $n$  • value at depth  $i$  is  $2^i$   $T(n-2) T(n-1) T(n-2) T(n-1) T(n-2) T(n-1) \rightarrow 1 1 \rightarrow 2$

$$\Rightarrow \sum_{i=0}^n 2^i = 2^{n+1} - 1 \in O(2^n) // \text{ Now verify}$$

$$T(n) \leq c2^n \Rightarrow T(n-1) \leq c2^{n-1} \Rightarrow T(n) \leq 2c2^{n-1} + 1 \leq c2^n$$

$$\Rightarrow T(n) \leq c2^n + 1 \leq c2^n \quad (c2^n + 1 > c2^n \text{ which is a contradiction, idea: remove lower order term})$$

$$\Rightarrow T(n) \leq c_1 2^n - c_2 \Rightarrow T(n-1) \leq c_1 2^{n-1} - c_2 \Rightarrow T(n) \leq 2(c_1 2^{n-1} - c_2) + 1 \leq c_1 2^n$$

$$\Rightarrow T(n) \leq c_1 2^n - 2c_2 + 1 \leq c_1 2^n \Rightarrow T(n) \leq c_1 2^n - (2c_2 - 1) \leq c_1 2^n \quad (\text{residual})$$

$\Rightarrow$  as long as  $c_1 > \frac{1}{2}$ , residual is positive therefore  $T(n) \leq c_1 2^n$  //

$$03) T(n) = 3T\left(\frac{n}{2}\right) + n$$

$T(3)$      $T(2)$      $T(2)$      $\Rightarrow$      $\frac{3}{2}$      $\frac{3}{2}$      $\frac{3}{2}$      $\Rightarrow$      $\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2}$      $\Rightarrow$      $\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2}$      $\Rightarrow$      $\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2}$

depth is  $\log_2 n$  • value at depth 'i' is  $n\left(\frac{3}{2}\right)^i$

$$\Rightarrow \sum_{i=0}^{\log_2 n} n\left(\frac{3}{2}\right)^i = n \sum_{i=0}^{\log_2 n} \left(\frac{3}{2}\right)^i = n \left( \frac{1 - \left(\frac{3}{2}\right)^{\log_2 n+1}}{1 - \frac{3}{2}} \right) = n \left( \frac{\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{\log_2 n} - 1}{\frac{3}{2} - 1} \right) = 2n \left( \frac{\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{\log_2 n} - 1}{\frac{3}{2} - 1} \right)$$

$$= 3n\left(\frac{3}{2}\right)^{\log_2 n} - 2n = 3n \underbrace{\frac{3^{\log_2 n}}{2^{\log_2 n}}}_{\text{higher order}} - 2n = 3n^{\log_3} - 2n, T(n) \in \Theta(n^{\log_3})$$

✓ now  
verifys

$$T(n) \leq cn^{\log_2 3} \Rightarrow T\left(\frac{n}{2}\right) \leq c\left(\frac{n}{2}\right)^{\log_2 3} \Rightarrow T(n) \leq 3c\left(\frac{n}{2}\right)^{\log_2 3} + n \leq cn^{\log_2 3}$$

$$\Rightarrow T(n) \leq 3c \frac{n^{\log_2 3}}{2^{\log_2 3}} + n \leq cn^{\log_2 3} \Rightarrow T(n) \leq cn^{\log_2 3}, n \leq cn^{\log_2 3}$$

contradiction,  
remove lower  
order term

$$T(n) \leq c_1 n^{\log_2 3} - c_2 n \Rightarrow T\left(\frac{n}{2}\right) \leq c_1 \left(\frac{n}{2}\right)^{\log_2 3} - c_2 \frac{n}{2} \Rightarrow T(n) \leq 3 \left[ c_1 \left(\frac{n}{2}\right)^{\log_2 3} - c_2 \frac{n}{2} \right] + n \leq c_1 n^{\log_2 3}$$

$$\Rightarrow T(n) \leq 3c_1 \left(\frac{n}{2}\right)^{\log_2 3} - 3c_2 \frac{n}{2} + n \leq c_1 n^{\log_2 3} \Rightarrow T(n) \leq c_1 n^{\log_2 3} - (3c_2 \frac{n}{2} - n) \leq c_1 n^{\log_2 3}$$

already calculated

$\Rightarrow$  as long as  $c_2 > \frac{2}{3}$ , residual will be positive therefore  $T(n) \in \Theta(n^{\log_2 3})$

$$04) T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + T\left(\frac{n}{4}\right) + T\left(\frac{n}{8}\right) + n$$

$T\left(\frac{n}{2}\right)$      $T\left(\frac{n}{4}\right)$      $T\left(\frac{n}{8}\right)$      $\Rightarrow$      $\frac{n}{2}$      $\frac{n}{4}$      $\frac{n}{8}$      $\frac{n}{16}$      $\frac{n}{32}$      $\frac{n}{64}$      $\Rightarrow$      $\frac{n}{2}$      $\frac{n}{4}$      $\frac{n}{8}$      $\frac{n}{16}$      $\frac{n}{32}$      $\frac{n}{64}$      $\frac{n}{128}$      $\frac{n}{256}$      $\frac{n}{512}$      $\frac{n}{1024}$      $\frac{n}{2048}$      $\frac{n}{4096}$      $\frac{n}{8192}$      $\frac{n}{16384}$      $\frac{n}{32768}$      $\frac{n}{65536}$      $\frac{n}{131072}$      $\frac{n}{262144}$      $\frac{n}{524288}$      $\frac{n}{1048576}$      $\frac{n}{2097152}$      $\frac{n}{4194304}$      $\frac{n}{8388608}$      $\frac{n}{16777216}$      $\frac{n}{33554432}$      $\frac{n}{67108864}$      $\frac{n}{134217728}$      $\frac{n}{268435456}$      $\frac{n}{536870912}$      $\frac{n}{1073741824}$      $\frac{n}{2147483648}$      $\frac{n}{4294967296}$      $\frac{n}{8589934592}$      $\frac{n}{17179869184}$      $\frac{n}{34359738368}$      $\frac{n}{68719476736}$      $\frac{n}{137438953472}$      $\frac{n}{274877906944}$      $\frac{n}{549755813888}$      $\frac{n}{1099511627776}$      $\frac{n}{2199023255552}$      $\frac{n}{4398046511104}$      $\frac{n}{8796093022208}$      $\frac{n}{17592186044416}$      $\frac{n}{35184372088832}$      $\frac{n}{70368744177664}$      $\frac{n}{140737488355328}$      $\frac{n}{281474976710656}$      $\frac{n}{562949953421312}$      $\frac{n}{1125899906842624}$      $\frac{n}{2251799813685248}$      $\frac{n}{4503599627370496}$      $\frac{n}{9007199254740992}$      $\frac{n}{18014398509481984}$      $\frac{n}{36028797018963968}$      $\frac{n}{72057594037927936}$      $\frac{n}{144115188075855872}$      $\frac{n}{288230376151711744}$      $\frac{n}{576460752303423488}$      $\frac{n}{1152921504606846976}$      $\frac{n}{2305843009213693952}$      $\frac{n}{4611686018427387904}$      $\frac{n}{9223372036854775808}$      $\frac{n}{18446744073709551616}$      $\frac{n}{36893488147419103232}$      $\frac{n}{73786976294838206464}$      $\frac{n}{147573952589676412928}$      $\frac{n}{295147905179352825856}$      $\frac{n}{590295810358705651712}$      $\frac{n}{1180591620717411303424}$      $\frac{n}{2361183241434822606848}$      $\frac{n}{4722366482869645213696}$      $\frac{n}{9444732965739290427392}$      $\frac{n}{18889465931478580854784}$      $\frac{n}{37778931862957161659568}$      $\frac{n}{75557863725914323219136}$      $\frac{n}{151115727458286464382736}$      $\frac{n}{302231454916572928765472}$      $\frac{n}{604462909833145857530944}$      $\frac{n}{1208925819666291715061888}$      $\frac{n}{2417851639332583430123776}$      $\frac{n}{4835703278665166860247552}$      $\frac{n}{9671406557330333720495056}$      $\frac{n}{19342813114660667440980112}$      $\frac{n}{38685626229321334881960224}$      $\frac{n}{77371252458642669763920448}$      $\frac{n}{154742504917285339527840896}$      $\frac{n}{309485009834570679055681792}$      $\frac{n}{618970019669141358111363584}$      $\frac{n}{1237940039338282716222727168}$      $\frac{n}{2475880078676565432445454336}$      $\frac{n}{4951760157353130864890908672}$      $\frac{n}{9903520314706261729781817344}$      $\frac{n}{19807040629412523459563634688}$      $\frac{n}{39614081258825046919127269376}$      $\frac{n}{79228162517650093838254538752}$      $\frac{n}{158456325035300187676509077504}$      $\frac{n}{316912650070600375353018155008}$      $\frac{n}{633825300141200750676036310016}$      $\frac{n}{1267650600282401501352072620032}$      $\frac{n}{2535301200564803002674145240064}$      $\frac{n}{5070602401129606005348290480128}$      $\frac{n}{10141204802259212010696580960256}$      $\frac{n}{20282409604518424021393161920512}$      $\frac{n}{40564819209036848042786323841024}$      $\frac{n}{81129638418073696085572647682048}$      $\frac{n}{162259276836147392171145295364096}$      $\frac{n}{324518553672294784342290590728192}$      $\frac{n}{649037107344589568684581181456384}$      $\frac{n}{129807421468917913736916236291368}$      $\frac{n}{259614842937835827473832472582736}$      $\frac{n}{519229685875671654947664945165472}$      $\frac{n}{103845937175134330989532989032944}$      $\frac{n}{207691874350268661979065978065888}$      $\frac{n}{415383748700537323958131956131776}$      $\frac{n}{830767497401074647916263912263552}$      $\frac{n}{166153499480214929583252782452704}$      $\frac{n}{332306998960429859166505564905408}$      $\frac{n}{664613997920859718333011129810816}$      $\frac{n}{1329227995841719436666022259621632}$      $\frac{n}{2658455991683438873332044519243264}$      $\frac{n}{5316911983366877746664089038486528}$      $\frac{n}{10633823966733755493328178076973056}$      $\frac{n}{21267647933467510986656356153946112}$      $\frac{n}{42535295866935021973312712307892224}$      $\frac{n}{85070591733870043946625424615784448}$      $\frac{n}{17014118346774008789325884923156896}$      $\frac{n}{34028236693548017578651769846313792}$      $\frac{n}{68056473387096035157303539692627584}$      $\frac{n}{13611294677419207031460717938525168}$      $\frac{n}{27222589354838414062921435877050336}$      $\frac{n}{54445178709676828125842871754100672}$      $\frac{n}{108890357419353656251685435088201344}$      $\frac{n}{217780714838707312503370870176402688}$      $\frac{n}{435561429677414625006741740352805376}$      $\frac{n}{871122859354829250013483480705610752}$      $\frac{n}{1742245718709658500026917961411221504}$      $\frac{n}{3484491437419317000053835922822443008}$      $\frac{n}{6968982874838634000107671845644886016}$      $\frac{n}{1393796574967726800021534369129772032}$      $\frac{n}{2787593149935453600043068738259544064}$      $\frac{n}{5575186299870907200086137476519088128}$      $\frac{n}{11150372599741814400172654953038176256}$      $\frac{n}{22300745199483628800345309856076352512}$      $\frac{n}{44601490398967257600690619712152705024}$      $\frac{n}{89202980797934515201381239424305410048}$      $\frac{n}{178405961595869030402762578848610820096}$      $\frac{n}{356811923191738060805525157697221640192}$      $\frac{n}{713623846383476121611050315394443280384}$      $\frac{n}{142724769276695224322210063078886560768}$      $\frac{n}{285449538553390448644420126157773121536}$      $\frac{n}{570899077106780897288840252315546243072}$      $\frac{n}{1141798154213561794577680504631092486144}$      $\frac{n}{2283596308427123589155361009262184972288}$      $\frac{n}{4567192616854247178310722018524369944576}$      $\frac{n}{9134385233708494356621444037048739889552}$      $\frac{n}{1826877046741698871324288807409747977904}$      $\frac{n}{3653754093483397742648577614819495955808}$      $\frac{n}{7307508186966795485297155229638991911616}$      $\frac{n}{14615016373933590970594304459277983823232}$      $\frac{n}{29230032747867181941188608918555967646464}$      $\frac{n}{58460065495734363882377217837111935292928}$      $\frac{n}{116920130991468727764754435674223870585856}$      $\frac{n}{233840261982937455529508871348447741171712}$      $\frac{n}{467680523965874911059017742696895482343424}$      $\frac{n}{935361047931749822118035485393790964686848}$      $\frac{n}{1870722095863499644236070970787581929337696}$      $\frac{n}{3741444191726999288472141941575163858675392}$      $\frac{n}{7482888383453998576944283883150327717350784}$      $\frac{n}{14965776766907997153884567766300655434701568}$      $\frac{n}{29931553533815994307769135532601310869403136}$      $\frac{n}{59863107067631988615538271065202621738806272}$      $\frac{n}{119726214135263977231076542130405243477612544}$      $\frac{n}{239452428270527954462153084260810486955225888}$      $\frac{n}{478904856541055908924306168521620973910451776}$      $\frac{n}{957809713082111817848612337043241947820903552}$      $\frac{n}{191561942616422363569722467408648389564180704}$      $\frac{n}{383123885232844727139444934817296779128361408}$      $\frac{n}{766247770465689454278889869634593558256722816}$      $\frac{n}{1532495540931378908557778139269187116534455632}$      $\frac{n}{3064991081862757817115556278538354233068911264}$      $\frac{n}{6129982163725515634231112557076708466137822528}$      $\frac{n}{1225996432745103126846224511415341693227565056}$      $\frac{n}{2451992865490206253692449022827683386455330112}$      $\frac{n}{490398573098041250738489804565536677291066024}$      $\frac{n}{980797146196082501476979609131073354582132048}$      $\frac{n}{196159429239216500295395921826214670916426096}$      $\frac{n}{392318858478433000590791843652429341832852192}$      $\frac{n}{784637716956866001181583687304858683665704384}$      $\frac{n}{1569275433913732002363167374609777367331408768}$      $\frac{n}{3138550867827464004726334749219554734662817536}$      $\frac{n}{6277101735654928009452669498438589469325635072}$      $\frac{n}{125542034713098560189053389968771789386512704}$      $\frac{n}{251084069426197120378106779937543578773025408}$      $\frac{n}{502168138852394240756213559875087157546058016}$      $\frac{n}{1004336277704788481512427119750174315092116032}$      $\frac{n}{2008672555409576963024854239500348630184232064}$      $\frac{n}{4017345110819153926049708479000697260368464128}$      $\frac{n}{8034690221638307852099416958001394520736928256}$      $\frac{n}{1606938044327661570419833391600278904147385712}$      $\frac{n}{3213876088655323140839666783200557808294771424}$      $\frac{n}{6427752177310646281679333566401115616589542848}$      $\frac{n}{1285550435462129256335866713280223123317885696}$      $\frac{n}{2571100870924258512671733426560446246635771392}$      $\frac{n}{5142201741848517025343466853120892493271542784}$      $\frac{n}{10284403483697034050686933706217849865543085568}$      $\frac{n}{20568806967394068101373867412435699731086171136}$      $\frac{n}{41137613934788136202747734824871399462172342272}$      $\frac{n}{82275227869576272405495469649742798924344684544}$      $\frac{n}{16455045573915254481098893929948559784869377088}$      $\frac{n}{32910091147830508962197787859897119569738754176}$      $\frac{n}{65820182295661017924395575719794239139477508352}$      $\frac{n}{13164036459132203584879115143958847827895501664}$      $\frac{n}{26328072918264407169758230287917695655790033296}$      $\frac{n}{52656145836528814339516460575835391311580066592}$      $\frac{n}{105312291673057628678532921151670782623600131184}$      $\frac{n}{210624583346115257357065842303341565247200262368}$      $\frac{n}{421249166692230514714131684606683130494400524736}$      $\frac{n}{842498333384461029428263369213366260988801049472}$      $\frac{n}{16849966667689220588565267384267315219776020944}$      $\frac{n}{33699933335378441177130534768534630439552041888}$      $\frac{n}{67399866670756882354261069537069260879104083776}$      $\frac{n}{13479973334151376470852213907413852178208175552}$      $\frac{n}{26959946668302752941704427814827704356416351104}$      $\frac{n}{53919893336605505883408855629655408712832702208}$      $\frac{n}{10783978667321101176681771125931081745665404416}$      $\frac{n}{21567957334642202353363542251862163491330808832}$      $\frac{n}{43135914669284404706727084503724326982661617664}$      $\frac{n}{86271829338568809413454169007448653965323235328}$      $\frac{n}{17254365867713761882690833801489307931066670656}$      $\frac{n}{34508731735427523765381667602978615862133341312}$      $\frac{n}{69017463470855047530763335205957231724266682624}$      $\frac{n}{138034926941700815061526670411914663448533365248}</math$

## Master Theorem

$$01) T(n) = \underbrace{2T\left(\frac{n}{4}\right)}_{g(n)} + 1 \Rightarrow f(n) \in O(1), \quad a=2, b=4 \Rightarrow g(n) = n^{\log_2 2} = \sqrt{n} \in O(\sqrt{n})$$

$\underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{g(n)}$  dominates

$$\Rightarrow T(n) \in O(\sqrt{n})$$

$$\text{Q2) } T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + \sqrt{n} \Rightarrow f(n) \in O(\sqrt{n}), \quad a=2, b=4 \Rightarrow g(n) = n^{\log_4 2} = \sqrt{n} \in O(\sqrt{n})$$

$\Rightarrow T(n) \in O(\sqrt{n} \log n)$

$$\Theta^3) T(n) = 2T(n/4) + n^2 \Rightarrow f(n) \in O(n^2), \text{ dominates } g(n) = n^{\log_2 2} = \sqrt{n} \in O(\sqrt{n})$$

$$\Rightarrow T(n) \in O(n^2)$$

$$84) T(n) = T\left(\frac{7n}{10}\right) + n \Rightarrow f(n) \in O(n), a=1, b=\frac{10}{7} \Rightarrow g(n) = n^{\frac{10}{10-7}} = 1 \in O(1)$$

*dominates*

$$\Rightarrow T(n) \in O(n)$$

~1.77 2

Q5)  $T(n) = 7T(n/3) + n^2 \Rightarrow f(n) \in O(n^2)$ ,  $a=7, b=3 \Rightarrow g(n) \sim n^{\frac{\log 7}{\log 3}} < n^{\frac{\log 9}{\log 3}} = n^2$   
 dominates.  
 $\Rightarrow T(n) \in O(n^2)$

$$\text{Q6) } T(n) = 7T(n/2) + n^2 \Rightarrow f(n) \in O(n^2), a=7, b=2 \Rightarrow g(n) = \underbrace{n^{\log_2 7}}_{\text{dominantes}} > n^{\underbrace{\log_2 4}_{2}} = n^2 \\ \Rightarrow T(n) \in O(n^{\log_2 7})$$

$$07) T(n) = \underbrace{4T(\sqrt{n})}_{g(n)} + \underbrace{\log(n)}_{f(n)} \Rightarrow \text{let } n = 4^m \Rightarrow m = \log_4 n, \sqrt{n} = 2^m \text{ and } S(m) = T(4^m)$$

$$\Rightarrow T(4^n) = 4T(4^{n/2}) + n \Rightarrow S(n) = \frac{4S(n/2) + n}{f'(n)} \stackrel{f'(n) \in O(n),}{\underset{f'(n) \in O(n^2)}{\underset{g(n) = n^{\log_2 4} = n^2 \in O(n^2)}{\underset{\text{dominates}}{\underset{\text{put } m = \log_4 n}{S(n) \in O(n^2)}}}}} \Rightarrow T(n) \in O((\log_4 n)^2)$$

( $\Theta$  Caesar) a Strassen algorithm is  $O(n^{\log_2 7}) \approx O(n^{2.8074}) < O(n^3)$

$$T(n) = \underbrace{a T(n/a)}_{\text{this part should be dominated}} + O(n^2)$$

since we look for max  
a value

$$g(n) = n^{\log_4 9} < n^{\log_2 7} = n^{\log_4 49} \text{ maff}$$

$\Rightarrow a < 49 \Rightarrow$  max a value is 48