İSTATİSTİK ve OLASILIK FORMÜLLERİ

Bölüm 2.İstatistiksel Datanın işlenmesi;

1. $K=\sqrt{N}$ veya $K=1+3.3*\log(N)$ N: Datanın eleman sayısı K: sınıf sayısı

2. Ortalama değer, $x_{ORT}=[\sum_{i=1}^{n} xi] / n$

3. Frekans dağılımından ortalamanın eldesi, $x_{ort}=[\Sigma(x_I*f_I)]/n=[\Sigma(x_I*f_I)]/[\Sigma f_I]$

4. Ağırlıklı ortalama, $x_{w,ort}=[\Sigma(x_I*w_I)]/[\Sigma w_I]$

5. Geometrik ortalama, $G=(x_1*x_2*x_3*\ldots\ldots*x_N)$^(1/N), $\log G=(\log x_1+\log x_2+\log x_3+\ldots\ldots.,+\log x_N)/N$

6. Ağırlıklı geometrik ortalama, $G=[(x_1$^$f_1)*(x_2$^$f_2)*\ldots..*(x_N$^$f_N)]$^(1/N)

$\log G=[f_1*\log(x_1)+f_2*\log(x_2)+f_3*\log(x_3)+\ldots..+f_N*\log(x_N)]/N$ $(N=\Sigma f_i)$

7. Harmonik (ters)ortalama, $H=1/\{(1/N)*[\Sigma(1/x_i)]\}=N/[\Sigma(1/x_i)]$ $1/H=(1/N)*[\Sigma(1/x_i)]$, $N:x_1, \ldots.. x_N$ pozitif sayılar

8. Ağırlıklı harmonik ortalama, $(1/H)=(1/N)*[(f_1/x_1)+(f_2/x_2)+\ldots..+(f_N/x_N)]=(1/N)*[\Sigma(f/x)_i]K$, $N=f_1+f_2+\ldots.+f_N=\Sigma f_i$

9. Kare-karekök ortalaması (KKO), $KKO=[\Sigma(x_i)^2/N]^{1/2}$,

10. Ağırlıklı Kare-karekök ortalaması $KKO=\{[\Sigma(x_I*f_i)^2]/[\Sigma(f_i)]\}^{1/2}$

11. Medyan (orta) değerin frekans dağılımından eldesi, $X_{med}=L+(j/f)*c$

L: medyan değerin içinde bulunduğu aralığın alt sınır değeri, f: bu aralığın frekansı, c: sınıf aralığı,

j : data sayısının yarı değeri ile medyan'ın içinde bulunduğu aralığın frekans değeri arasındaki fark

12. Varyans, s^2, $s^2=[\ \sum_{i=1}^{n}(x_i-x_{ort})^2\ ] / n$, $\Sigma(x-x_{ORT})^2$:Kareler Toplamı (Sum of Squares,SS)

13. Frekans değerlerinden standart sapma'nin hesaplanması;

Varyans: $s^2=[(\Sigma f_I*x_i^2)/(\Sigma f_I) -x_{ort}^2]$ Standart sapma: $s=\sqrt{s^2}$

14. Tchebychev eşitsizliği, $Pr(\mu-k*\sigma<x<\mu+k*\sigma)\geq[1-(1/k^2)]$

15. Değişim katsayısı (variation coefficient), $C_V=s/x_{ORT}$,

16. Çarpıklık (skewness) katsayısı, $C_S=\{[\ \sum_{i=1}^{n} (xi - xort)^3]/n\}/s^3$

17. Pearson çarpıklık katsayisi, $(SK)_P=3*(x_{ORT}-x_{MEDYAN})$/(standart sapma)

18. Üst Eşik $UE=H_3+1.5*\Delta H$; Alt Eşik $AE=H_1-1.5*\Delta H$; H_1 ile H_3: gözlem değerleri

19. Bowley çarpıklık katsayısı, Bowley Çarpıklığı=$[H_3+H_1-2*MEDYAN]/ABS[H_3-H_1]$

Bölüm 3. Olasılık Kuramı (Probability Theory)

20. Permütasyon; $P(n,r)=n!/(n-r)!$

Tekrarlı Permütasyon; $P[n, (n_1, n_2, \ldots., n_k)]=n!/(n_1!*n_2!*\ldots*n_k!)$

21. Kombinasyon; $C(n,r)=n!/[r!*(n-r)!]$

22. Pr(x)=s/n=Gerçekleşenler/Mümkün olanlar

23. $f_i=s/n$

24. $Pr(x=x_I)= \lim_{n\to\infty} (s/n)$

25. Ayrık (independent, adjoint, disjoint, mutually exlucive event);

$Pr[A \cup B]=Pr[A]+Pr[B]$ Pr[A veya B]=Pr[A]+Pr[B]

Toplama kuralı; Pr[A veya B veya C veya ....]=Pr[A]+Pr[B]+Pr[C]+Pr ....

26. Basit rastgele olayların lineer biçimde birleşmesi, $X_{ORT,(a*X+b*Y)}=a*X_{ORT}+b*Y_{ORT}$

27. $[\sigma_{(a*X+b*Y)}]^2=a^2*[\sigma_X]^2+b^2*[\sigma_Y]^2$

Bölüm 4. Kesikli Olasılık Dağılım Fonksiyonları; Binominal (Bernouilli), Mültinominal, Hipergeometrik, Poisson, Geometrik ve Pascal Dağılımları;

28. Herhangi bir f(x) fonksiyonunun olasılık fonksiyonu olması için

(1) $0 \le f(x_i) \le 1$ (2) $\Sigma f(x_i)=1$ (i=1, 2, 3,…,∞)

Bernouilli formülü; $Pr(k)=C(n,k)*p^k*(1-p)^{n-k}=\{n!/[k!*(n-k)!]\}*p^k*(1-p)^{n-k}$

29. Binominal açılım: $(a+b)^n=C(n,0)*a^n+C(n,1)*a^{n-1}*b+C(n,2)*a^{n-2}*b^2+.....+C(n,n-1)*a*b^{n-1}+C(n,n)*p^n$

30. Bir olasılık dağılımının parametreleri; $\mu=\sum_{i=1}^{k} x_i . Pr(x_i)$ $\sigma^2=\sum_{i=1}^{k} \Sigma (x_i-\mu)^2.Pr(x_i)$

31. Tekdüze, yeknesak, dikdötgen (uniform, rectangular) dağılım,

$x_{ORT}=(x_A+x_B)/2$ $\sigma=(x_A-x_B)/\sqrt{12}$ $Pr(x_1<x<x_2)=(x_2-x_1)/(x_A-x_B)$

36. Bernouilli dağılımının parametreleri $\mu=E(x)=\sum_{x=0}^{n} \Sigma x_i*p_i$ $\mu=E(x)=n*p$

$\sigma^2=Var(x)=\sum_{i=0}^{n} \Sigma (x_i-\mu)^2*Pr(x_i)=n*p*q$, Standart sapma; $s=\sqrt{\sigma^2}$

32. Binominal dağılımın çarpıklık moment katsayısı **;** $\alpha_3=(q-p)/\sqrt{n*p*q}=(q-p)/\sigma$

33. Kurtosis (sivrilik) moment katsayısı; $\alpha_4=3+(1-6*p*q)/(n*p*q)=3+(1-6*p*q)/\sigma^2$

34. Binominal dağılımın hesaplanması için rekürsif formül:

35. $Pr(x+1)=Pr(x)*[(n-x)/(x+1)]*[p/(1-p)]$ x=0,1,2,….,n

36. Multinominal dağılım:[Pr(1)+Pr(2)+......+Pr(k)]=1.0

$Pr=[n!/(x_1!*x_2!*x_3!*....*x_k!)]*[Pr(1)^{x1}*Pr(2)^{x2}*......*Pr(k)^{xk}]$

41. Hipergeometrik dağılım:n denemede x tane başarı olasılığı Pr(x)=C(a,x)*C(b,n-x)/C(a+b,n), x=0, 1, 2, , n

42. Hipergeometrik dağılım parametreleri: $\mu=a*n/(a+b)$

$\sigma^2=n*a*b*(a+b-n)/[(a+b)^2*(a+b-1)]$

43. Hipergeometrik dağılımın genelleştirilmesi; $Pr(x_1, x_2, x_3, …)=[C(a_1,x_1)* C(a_2,x_2) C(a_3,x_3)*….]/ C(N,n)$

44. Poison dağılımı; n denemede x başarı görülmesi olasılığı, $Pr(X=x)=\lambda^X*e^{-\lambda}/x!$ x=0,1,2,.....

45. Poisson dağılımının parametreleri: $\mu=\lambda$, $\sigma^2=\lambda$, $s=\sigma=\sqrt{\lambda}$, Çarpıklık(skewness) moment katsayısı $\alpha_3=1/\sqrt{\lambda}$, Sivrilik(kurtosis) moment katsayısı $\alpha_4=3+(1/\lambda)$

46. Bağımsız Poisson değişkenlerinin toplamının dağılımı; X_1 parametresi λ_1 olan bir Poisson dağılımı ve X_2 de parametresi λ_2 olan bir başka Poisson dağılımı ise ve bunlar birbirinden bağımsız ise, $X=(X_1+X_2)$, parametresi $\lambda=(\lambda_1+\lambda_2)$ olan bir Poisson dağılımı gösterir.

47. Geometrik dağılım; $Pr(x)=q^{x-1}.p$ x=1, 2, 3, ….., ∞

$\mu=1/p$, varyansı: $\sigma^2=(1-p)/p^2$, $\sigma=\sqrt{\sigma^2}=[\sqrt{(1-p)}]/p$

48. Pascal dağılımı; $Pr(k \text{ başarı}/n \text{ deneme})=[C(n-1, k-1)*p^{k-1}*q^{n-k}]*p=C(n-1,k-1)*p^k*q^{n-k}$,x=0,1,2,..

$\mu=k/p$ $\sigma=sqrt[k*(1-p)/(p^2)]$

Bölüm 5. Sürekli Olasılık Dağılım Fonksiyonları, Üstel, Normal(Gaussian) ve Lognormal Dağılımlar;

49. Üstel (eksponansiyel) dağılım; $f(x)=\lambda.\exp(-\lambda^*x)$ $(x>0,\lambda>0)$

üstel olasılık dağılım fonksiyonu, $Pr(0\leq x\leq x_1)=1-\exp(-\lambda^*x_1)$

x_1 ile x_2 değerleri arasındaki olasılık, $Pr(x_1\leq x\leq x_2)=\exp(-\lambda^*x_1)-\exp(-\lambda^*x_2)$

$x_2\to\infty$ için $Pr(x_1\leq x\leq\infty)=\exp(-\lambda^*x_1)$

aritmetik ortalaması ve standart sapması birbirine eşit, $\mu=\sigma=1/\lambda$, varyans değeri ise $\sigma^2=1/\lambda^2$

Üstel dağılımın medyan değeri, $m=\ln 2/\lambda=0.6931/\lambda$

50. Normal (GAUSSIAN) Dağılım;

$f(x)=Y=[1/(\sigma^*\sqrt{2^*\pi})]^*\exp\{-(1/2)^*[(x-\mu)/\sigma]^2\} =(0.3989/\sigma)^*\exp\{-(1/2)^*[(x-\mu)/\sigma]^2\}$

Standart değişken ; $z=(x-\mu)/\sigma$ $Y(z)^*\sigma=[\exp(-z^2/2)]/[\sqrt{2^*\pi}]=0.3989^*\exp(-z^2/2)$

51. iki toplumun lineer kombinasyonu ile oluşan $Z=(a^*X\pm b^*Y)$ toplumunun ortalaması ve standart sapması;

$\mu_Z=a^*\mu_X\pm b^*\mu_Y$ ve $\sigma_Z=\mathrm{sqrt}[a^{2*}(\sigma_X)^2+b^{2*}(\sigma_X)^2]$

52. Hata toplumunun elemanları $\varepsilon_i=x_i-x_{ORT}$, ise

Ortalamaları: $\varepsilon_{ORT}=[\Sigma(x_i-x_{ORT})]/n=[\Sigma x_i/n]-[\Sigma x_{ORT}/n]=x_{ORT}-x_{ORT}=0$

Standart sapma: $\sigma_\varepsilon=\mathrm{sqrt}\{[\Sigma(\varepsilon_i-\varepsilon_{ORT})^2/n]\}=\mathrm{sqrt}\{[\Sigma(x_i-x_{ORT}-0)^2/n]\}=\mathrm{sqrt}[\Sigma(x_i-x_{ORT}-)^2/n]=\sigma_X$

53. GEARY'S test: $U=[\sqrt{\pi/2}]^*\{[\Sigma|x_i-x_{ORT}|]/n\}/\{\sqrt{[\Sigma(x_i-x_{ORT})^2]/n}\}$

Dağılım normal ise U=~1.0 değilse U değeri 1 den farklı, $z_U=(U-1.0)/(0.2661/\sqrt{n})$

54. Binominal dağılıma normal dağılım yaklaşımı: $z=(x-n^*p)/(n^*p^*q)^{1/2}$

55. Lognormal dağılım: X rastgele değişkenine Y=ln X logaritmik dönüşümü uygulandığında, dönüştürülmüş Y değişkeninin dağılımı normal ise, X'in dağılımı

x'in olasılık yoğunluk fonksiyonu $f(x)=[1/(x^*\sigma_Y^*\sqrt{2^*\pi}]^*\exp\{-(1/2)^*[(\ln x-\mu_Y)/\sigma_Y]^2\}$ $x>0$

μ_Y ve σ_Y : Y dönüştürülmüş değişkenin ortalaması ve standart sapması,

x değişkeninin μ_x ortalama ve σ_x standart sapması ile ilişkisi; (x sadece pozitif değerler)

Ortalama değer: $\mu_Y=\ln\{\mu_x/[(\sigma_x^2/\mu_x^2)+1]^{1/2}\}$

Varyans $(\sigma_Y)^2=\ln(\sigma_x^2/\mu_x^2+1)$

Standart sapma $\sigma_Y=\sqrt{(}$Varyans

Bu dağılım pozitif çarpık bir dağılım olup, çarpıklık katsayısı σ_Y'nin artması ile artar.

$C_s=\{[\exp(\sigma_Y^2)-1]^{3/2}+3^*[\exp(\sigma_Y^2)-1]^{1/2}\}$

6.Bölüm Temel Örnekleme Teorisi (Basic Sampling Theory);

56. Tabakalı (Katmanlı) örnekleme: $(n_1/N_1)=(n_2/N_2)=\ldots..=(n_K/N_K)=(\Sigma n)_K$

Σn_K : katmanlardan alınacak rastgele örnek sayılarının toplam değeri

57. Örnek ortalamaları dağılımı; $\mu_{XORT}=\mu_T$ $(\sigma_{XORT})^2=(\sigma_T)^2/N$

Ortalamanın standart hatası: $\sigma_{XORT}=(\sigma_T/\sqrt{N})$

$\mu_{XORT}=\mu_T$ $\sigma_{XORT}=(\sigma_T/\sqrt{N})^*\sqrt{[(N_T-N)/(N_T-1)]}$ (sonlu toplum düzeltme çarpanı)

58. Toplam eleman sayısı N_T olan bir toplumdan, geri verilerek örnekleme yapıldığında, herbiri N elemanlı, $(N_T)^N$ sayıda tekrarlamayan örnek üretilebilir.

59. Toplum Varyansı=[N/(N-1)]*Örnek Ortalamalarının Varyansı ; $(\sigma_T)^2=[N/(N-1)]*(\sigma_{XORT})^2$

60. Toplam üye sayısı N_T olan bir toplumdan, **geri verilmeksizin** örnekleme yapıldığında, herbiri N üyeli, $C(N_T,N)=N_T!/[(N_T-N)!*N!]$ sayıda tekrarlamayan örnek üretilebilir

61. Toplum Varyansı=$[(N_T-1)/(N_T-N)]*[N/(N-1)]$*Örnek Ortalamalarının Varyansı,

$(\sigma_T)^2=[(N_T-1)/(N_T-N)]*[N/(N-1)]*(\sigma_{XORT})^2$

62. $\lim_{n\to nT} (x_{ORT})=\mu$, $\lim_{n\to nT} (\sigma_{ORT})=0$

63. Ana toplumdan alınan örneklerin $(\sigma_{XORT})^2$ varyanslarının μ aritmetik ortalaması, örneklerin eleman sayısı yeterli büyüklükte olmak koşuluyla, ana toplumun $(\sigma_T)^2$ varyansına eşittir. $\mu_{ÖRN.VARY.}= (\sigma_T)^2$

64. . Binominal toplumdan örnekleme dağılımı; $\mu_T=p$ $\sigma_T=\sqrt{[p*q/N]}=\sqrt{[p*(1-p)/N]}$

65. İki toplumun farkların ve toplamların örnekleme dağılımı; $\mu_Z=\mu_{X-Y}=\mu_X-\mu_Y$ $\mu_Z=\mu_{X+Y}=\mu_X+\mu_Y$

$\sigma_Z=\sigma_{X-Y}=\sqrt{[(\sigma_X)^2+(\sigma_Y)^2]}$ $\sigma_Z=\sigma_{X+Y}=\sqrt{[(\sigma_X)^2+(\sigma_Y)^2]}$

66. Geri verilerek örnekleme yapılmış ise, sonlu toplumlar için, $\mu_{X1-X2}=\mu_{X1}-\mu_{X2}=\mu_1-\mu_2$

$\sigma_{X1-X2}=\sqrt{[(\sigma_{X1})^2+(\sigma_{X2})^2]}=\sqrt{[(\sigma_1)^2/N_1+(\sigma_2)^2/N_2]}$

67. Binominal dağılmış toplumların farkları; $\mu_{P1-P2}=\mu_{P1}-\mu_{P2}=p_1-p_2$

$\sigma_{P1-P2}=\sqrt{(\sigma_{P1})^2+(\sigma_{P2})^2}=\sqrt{[p_1*q_1/N1+p_2*q_2/N_2]}$

7.Bölüm İstatistiksel Tahmin (Öngörme, Kestirim) Teorisi;

68. Ortalamalar için güvenlik araliği tahminleri;

$\Delta\mu=X_{ORT}\pm z_C*(\sigma_T/\sqrt{N})$, $\Delta\mu=X_{ORT}\pm z_C*(\sigma_T/\sqrt{N})*\sqrt{[(N_T-N)/(N_T-1)]}$

$d=|X-\mu|$ aralığını sağlamak üzere, en az kaç elemanlı bir örnek almamız gerektiği $N_{MİN}=[z_C*\sigma_T/(|X-\mu|)]^2=(z_C*\sigma_T/d)^2$ formülü ile hesaplanır.

69. Binominal toplum için güvenlik aralığı: Eğer S istatistiği, başarı oranı (başarı olasılığı) p olan bir binominal toplumdan N tane çekişte elde edilen başarı oranı ise, p için güvenlik limitleri $p\pm z_C*\sigma_P$ olarak belirlidir. P:N büyüklüğündeki örnek içinde başarıların oranı

a) Örnekleme, sonlu toplumdan geri vermek suretiyle veya **sonsuz bir toplumdan örnekleme** yapılmakta ise $\Delta p=p\pm z_C*[\sqrt{p*q/N}]=p\pm z_C*\sqrt{[p*(1-p)/N]}$

b) Örnekleme, N_T büyüklüğündeki **sonlu bir toplumdan** yapılmakta ise;

$$\Delta p=p\pm z_C*\sqrt{[p*q/N]}*\sqrt{[(N_T-N)/(N_T-1)]}=p\pm z_C*\sqrt{[p*(1-p)/N]}*[\sqrt{(N_T-N)/(N_T-1)}]$$

70. Minimum örnek sayısının belirlenmesi (binominal toplum); $N_{MİN}=(z_C)^2*p*(1-p)/(d)^2$

Maksimum p için (p=0.50) $p*(1-p)=0.50*0.50=0.25=1/4$ olursa $N_{MİN}=[z_C/(2*d)]^2$ halini alır.

71. Farklar ve toplamlar için güvenlik aralığı; İki ayrı toplumdan alınmış örneklerin ortalama değerleri;

$\Delta\mu_{(S1-S2)}= X_{1ORT} -X_{2ORT} \pm z_C*\sigma_{(S1-S2)}=X_{1ORT}-X_{2ORT}\pm z_C*\sqrt{[(\sigma_{S1})^2+(\sigma_{S2})^2]}$

$\Delta\mu_{(S1+S2)}=X_{1ORT}+X_{2ORT}\pm z_C*\sigma_{(S1+S2)}=X_{1ORT}+X_{2ORT}\pm z_C*\sqrt{[(\sigma_{S1})^2+(\sigma_{S2})^2]}$

72. a) "İki Normal Dağılı Toplum"; İki toplumdan alınan örneklerin eleman sayıları birbirinden farklı ve N_1 ve N_2 ise, ortalamalarının farkı için güvenlik aralığı, **toplumlar sonsuz olduğu durumda veya geri verilerek örnekleme yapıl**dığında,

$$\Delta\mu_{(S1-S2)}=X_{1ORT}-X_{2ORT}\pm z_C*\sigma_{(S1-S2)}=X_{1ORT}-X_{2ORT}\pm z_C*\sqrt{[(\sigma_{S1})^2/N_1+(\sigma_{S2})^2/N_2]}$$

b) "Binominal dağılmış toplum olasılığının farkı" için güvenlik aralığı, toplumlar sonsuz olduğunda,

$$\Delta P=P_1-P_2\pm z_C*\sigma_{P1-P2}=P_1-P_2\pm z_C*\sqrt{\{[p_1*(1-p_1)]/N_1+[p_2*(1-p_2)]/N_2\}}$$

P_1 ve P_2, örneklerin olasılıkları, N_1 ve N_2, toplumdan alınan örneklerin büyüklükleri, p_1 ve p_2'de iki toplumun olasılıkları

73. Standart sapma için güvenlik aralığı (büyük örnekler) **;** $s=\sigma_T\pm z_C*\sigma_T/\sqrt{[2*N]}=\sigma_T*[1\pm z_C/\sqrt{(2*N)}]$

74. Muhtemel hata (probable error) ; $\mu\pm0.6745*\sigma_S=\mu\pm0.6745*\sigma_{XORT}/\sqrt{N}$

Bölüm 8. Statistiksel Karar Verme Teorisi;

75. Sıfır hipotezi (null hypotheses), H_0**:** Gözlenen farklılıkların, basit bir şekilde, sadece aynı toplumdan yapılan örneklemedeki dalgalanmalardan ileri geldiği, şans eseri olduğu ve istatistiksel bir anlam taşımadığı hipotezlerdir.

Alternatif (almaşık, karşı) hipotez, H_A veya H_1 : Sıfır hipotez reddedildiğinde (kabul edilmediğinde) kabul edilecek hipotezdir ve daima sıfır hipotez ile birlikte formüle edilmelidir.

1. Normal dağılımda ortalamalar: $z=(X_{ORT}-\mu)/(\sigma_{XORT})=(X_{ORT}-\mu)/(\sigma_T/\sqrt{N})$

2. Binominal dağılımda olasılık: $z=(P-p)/[\sqrt{p*(1-p)/N}]$

X örneğin gerçek başarı sayısı olmak üzere, P=X/N olduğunda,

$z=(X-N*p)/[\sqrt{N*p*(1-p)}]$ **,** **(** $\mu=N*p$ ve $\sigma=\sqrt{N*p*(1-p)}$)

76. Normal dağılmış bir toplum için; α ve β tip hataların verilen değerlerde olması için rastgele alınması gereken en az örnek sayısı,

a) hipotez tek taraflı ise, $n_{MİN}=[\sigma*(z_\alpha+z_\beta)/(\mu_A-\mu_0)]^2$

b) çift taraflı ise, $n_{MİN}=[\sigma*(z_{\alpha/2}+z_\beta)/(\mu_A-\mu_0)]^2$

77. Binominal dağılmış bir toplum için; $N_{MİN}=\{z_\alpha*[p_H*(1-p_H)]^{1/2}+z_\beta*[p_T*(1-p_T)]^{1/2}\}/(p_T-p_H)^2$

78. Örnek farkları ile ilgili anlamlılık testleri ;

N**ormal dağılmış toplumlarda,** ortalama farklarının örnekleme dağılımı;

$\mu_{1-2}=0$ $\sigma_{1-2}=\{\sqrt{[(\sigma_{T,1})^2/N_1+(\sigma_{T,2})^2/N_2]}\}$

Standart değer $z=[(X_{1ORT}-X_{2ORT})-\mu_{1-2}]/\sigma_{1-2}$

Binominal dağılım farkları; $\mu_{1-2}=0$ $\sigma_{1-2}=\{\sqrt{p*q*[(1/N_1)+(1/N_2)]}\}$

$p=(N_1*P_1+N_2*P_2)/(N_1+N_2)$ (ağırlıklı ortalama değer) **,** $q=1-p$

Standart değişken $z=(p_1-p_2)/(\sigma_{P1-P2})$

Bölüm 9. Küçük Örnekler Teorisi "Student's" T Ve "Chi (Ki) -Kare" Dağılımları

79. "Student's" t dağılımı; $t_i=\{[(X_{ORT})_i-\mu_T]/s_i\}*\sqrt{N}=[(X_{ORT})_i-\mu_T]/[s_i/(\sqrt{N})]$

$Y=Y_0/\{[1+t^2/(N-1)]^{N-2}\}=Y_0/\{[1+(t^2/\nu)]^{(\nu+1)/2}\}$

80. Küçük örnekler için güvenlik aralığı: t için % 95 güvenlik aralığı; $-t_{0.975,\nu}< \{[(X_{ORT}-\mu_T)/s]*\sqrt{(N)}\}< t_{0.975,\nu}$

% 95 güvenle μ toplum ortalaması; $[X_{ORT}-t_{0.975,\nu}*s/\sqrt{(N)}]< \mu_T < [X_{ORT}+t_{0.975,\nu}*s/\sqrt{(N)}]$

Toplumun standart sapma aralığı : $[s-t*s/\sqrt{(2*N)}] \le \sigma_T \le [s+t*s/\sqrt{(2*N)}]$ yada

$s*[1-t/\sqrt{(2*N)}]\le \sigma_T \le s[1+t/\sqrt{(2*N)}]$

Toplum ortalaması için güvenlik sınırları : $\mu\pm\Delta\mu=X_{ORT}\pm t_{C,\nu}*s/\sqrt{(N)}$

81. Hipotezlerin test edilmesi ve anlamlılık; μ ortalama değerine sahip bir normal topluma ilişkin H_0 hipotezini test etmek için, t sayısı veya t istatistiğinden yararlanılır. Ortalamanın standart hatası:

SE Mean=$s/\sqrt{N}$ $t=[(X_{ORT}-\mu_T)/s]*\sqrt{(N)}$

82. İki toplum ortalamaların farkı için t dağılımı;

$t=[(X_{1ORT}-X_{2ORT})-(\mu_{T1}-\mu_{T2}]/\{s_K*\sqrt{[(1/N_1)+(1/N_2)]}\}$

standart sapma için ortak tahmin edici, $s_K=\sqrt{\{[N_1*(s_1)^2+N_2*(s_2)^2]/[N_1+N_2-2]\}}$, serb. derecesi,$\nu=N_1+N_2-2$

Standart sapmaları eşit olmayan ($\sigma_{T1}=\sigma_{T2}$) iki normal dağılmış toplum için

$t'=[(X_{1ORT}-X_{2ORT})-(\mu_{T1}-\mu_{T2}]/\{\sqrt{[(s_1^2/N_1)+(s_2^2/N_2)]}\}$ $\nu=(\alpha_1+\alpha_2)^2/\{[\alpha_1^2/(N_1-1)+[\alpha_2^2/(N_2-1)]\}$ $\alpha_i=(s_i)^2/N_i$

83. İkili data (data çifti, bağımlı örnekler) için ortalamaların farkı, $d_i=X_1-X_2=(X)_{ÖNCE}-(X)_{SONRA}$

$d_{ORT}=\Sigma d_i/N$ $s=\sqrt{[\Sigma(d_i-d_{ORT})^2/(N-1)]}=\sqrt{\{[\Sigma d_i^2-N*d_{ORT}^2]/[(N-1)]\}}$ $t=d_{ORT}/[s/\sqrt{(N)}]$

84. CHİ-KARE dağılımı; $\chi^2=[(X_1-X_{ORT})^2+(X_2-X_{ORT})^2+.....+(X_N-X_{ORT})^2]/\sigma^2=[\Sigma(X_i-X_{ORT})^2]/\sigma^2$

Pay $[\Sigma(X_i-X_{ORT})^2]=N*s^2$ ise toplam büyüklük, $\chi^2=N*s^2/\sigma^2$

$Y=Y_0*(\chi^2)^{1/2*(\nu-2)}*exp(-\chi^2/2)=Y_0*(\chi)^{\nu-2}*exp(-\chi^2/2)$

Aritmetik ortalama: $E(\chi^2)=\nu$, Varyans $(\sigma_{\chi 2})^2=2*\nu$ Standart sapma $\sigma_{\chi 2}=\sqrt{(2*\nu)}$

Örnek standart sapmasından toplum standart sapması değer aralığının hesaplanması;

% 95 güvenle χ^2'nin kritik değer aralığı, $(\chi_{0.025,\nu})^2< N*s^2/\sigma^2 < (\chi_{0.975,\nu})^2$ ve

σ değer aralığı, $s*[\sqrt{(N)}/\chi_{0.975,\nu}]< \sigma < s*[\sqrt{(N)}/\chi_{0.025,\nu}]$

85. CHİ-KARE testleri; $\chi^2=[(G_1-T_1)^2/T_1]+[(G_2-T_2)^2/T_2]+\ldots+[(G_N-T_N)^2/T_N]=\sum_{i=1}^{k}[(G_i-T_i)^2/T_i]$

G_i : gözlenen değerler ve T_i : olasılık kurallarına göre hesaplanmış umulan değerler

$\Sigma G_i=\Sigma T_i=N$, toplam frekans sayısı olduğundan $\chi^2=[\Sigma(G_i^2/T_i)]-N$ ve serbestlik derecesi, $\nu=k-1$

86. (r*k) olasılık tabloları ; Gözlenen ve umulan frekanslar arasındaki uyumu yargılamak için istatistik,

$\chi^2=\sum_{i=1}^{k}[(G_i-T_i)^2/T_i]$ bu toplam (r*k) sayıda terim içerir ve serbestlik derecesi , $\nu=(r-1)*(k-1)$ dir.

(r*k) olasılık tabloları: $[\text{Teorik (umulan) frekans}]_{i,J}=[\text{Sıra toplamı}]_i*[\text{Kolon toplamı}]_J/[\text{Total toplam}]$

87. F dağılım fonksiyonu: İki örneklerin dağılım farkları: $(X_{1ort}-X_{2ort})$, varyanslarının farkları $(S_1^2-S_2^2)$, ve toplum N_1 ve N_2, normal dağılımlı toplumdan alınan örneklerin büyüklükleri, σ_1^2 and σ_2^2 varyansları ise, $\nu_1=N_1-1$ ve $\nu_2=N_2-1$, C; 1 eğrisi altında kalan ν_1 ve ν_2 ye bağlı sabit sayı; Y dağılımı:

$$\hat{S}_1^2=\frac{N_1S_1^2}{N_1-1} \qquad \hat{S}_2^2=\frac{N_2S_2^2}{N_2-1} \qquad F=\frac{\hat{S}_1^2/\sigma_1^2}{\hat{S}_2^2/\sigma_2^2}=\frac{N_1S_1^2/(N_1-1)\sigma_1^2}{N_2S_2^2/(N_2-1)\sigma_2^2} \qquad Y=\frac{CF^{(\nu_1/2)-1}}{(\nu_1F+\nu_2)^{(\nu_1+\nu_2)/2}}$$