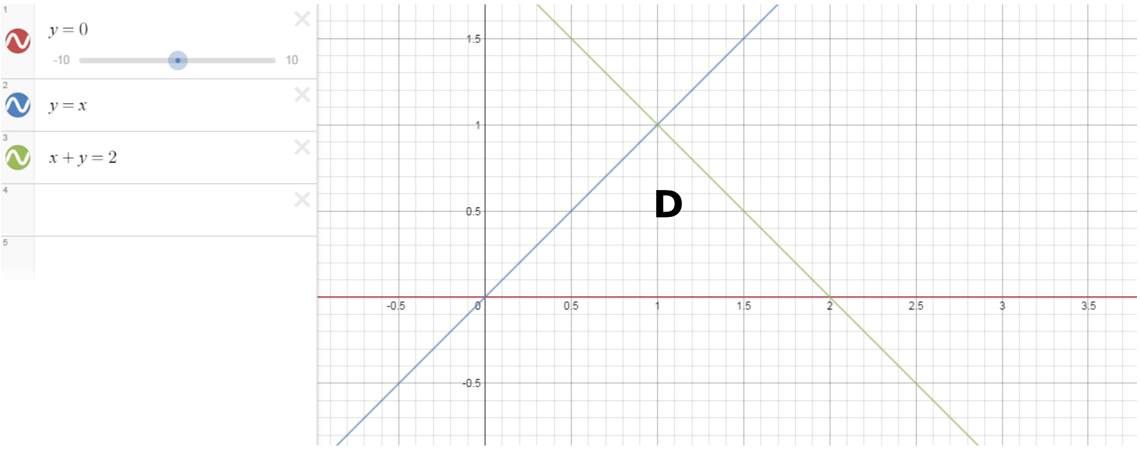
1. Завдання

Використовуючи метод Монте-Карло, обчислити інтеграл:

$\iint_D (x-y)\,dxdy$, де множина D обмежена прямими y=0, y=x, x+y=2.

2. Аналітичний розв'язок



$$\iint_D (x-y)\,dxdy = \begin{array}{c} dy \int_y^{2-y} (x-y)\,dx = \text{¿} \int_0^1 (2-2y)\,dy - -\int_0^1 (2y-2y^2)\,dy = \frac{2}{3} \\ \int_0^1 \text{¿} \end{array} .$$

3. Оцінка N

Знайдемо оцінку N:

1) m=0.02 ; α=0.95
2) знайдемо z:
   2Φ(z)=0.95 => z ≈ 1.96

Тоді:

$$N = \frac{z^2}{m^2} \cdot \frac{1-p_2}{p_2} \approx 38416 \cdot \frac{1-p_2}{p_2} .$$

$$p_2 = \frac{V_2}{V_1} . \left(\frac{вписана}{описана} \text{¿} \right.$$

G={(x,y,z)|yϵ[0,1], xϵ[y,2-y], yϵ[0,x-y]} ,

G_1={(x,y,z)|yϵ[0,2], xϵ[0,3], zϵ[0,3]},

G_2={(x,y,z)|yϵ[0,0.5], xϵ[1,1. 5], zϵ[0,0.5]}.

Отже:

V_1=18 (од.^{3}) ; V_2=0.125 (од.^{3}).

$$p_2 = \frac{V_2}{V_1} = \frac{0.125}{18} = 0.006944.$$

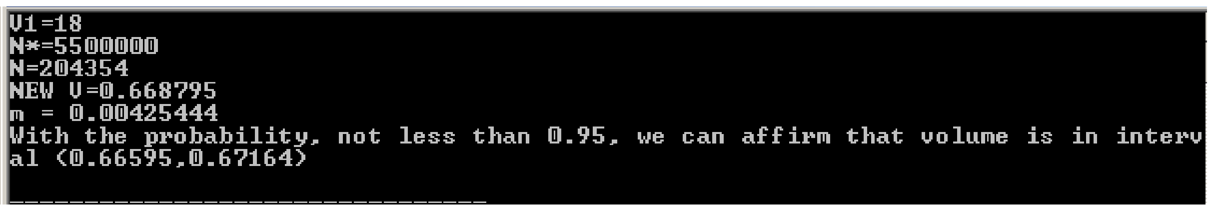
Маємо:

N ≈ 38416 · 143 =5493488.

4. Лістинг

```
#include<iostream>
#include<math.h>
#include <time.h>
#include <cstdlib>
#include <ctime>

using namespace std;

int indicator(double x, double y, double z) {
	if ((y<=1) and (y>=0) and (x<=2-y) and (x>=y) and (z>=0) and (z<=x-y)) return 1;
	else return 0;
}

void MonteCarlo(int N1, double V1){
	double x,y,z,V,p,m;
	int N=0, i=0;
	srand(time(NULL));
	while(i<N1){
		x=3*((double)rand()/RAND_MAX);
		y=2*((double)rand()/RAND_MAX);
		z=3*((double)rand()/RAND_MAX);
		if (indicator(x,y,z)) N++;
		i++;
	}
	p=(double)N/N1;	;
	V=p*V1;
	cout<<"N*="<<N1<<endl;
	cout<<"N="<<N<<endl;
	cout<<"NEW V="<<V<<endl;
	m=1.96*sqrt((1-p)/(N1*p));
	cout<<"m = "<<m<<endl;
	cout<<"With the probability, not less than 0.95, we can affirm that volume is in interval
("<<V*(1-m)<<","<<V*(1+m)<<")"<<endl;
}

int main(){
	int N_appr=5500000;
	cout<<"V1="<<18<<endl;
	MonteCarlo(N_appr,18);
}
```

5. Результати роботи програми



6. Висновки та аналіз результатів

Метод Монте-Карло – це метод, який дозволяє без аналітичного розв’язку задачі знаходити значення інтеграла, застосовуючи стохастичний експеримент. В нашому випадку обчислювався 2-кратний інтеграл одиничної функції. Великою перевагою цього методу є відсутність складних обчислень, проте результат завжди наближений, тому для більшої точності необхідно повторювати стохастичний експеримент велику кількість разів.

Обчислювався довірчий інтервал для параметра V, оскільки знайдений кожного разу об’єм був лише оцінкою V.

$$\left[(1-m)V^{¿};(1+m)V^{¿}\right], де\ m=z\sqrt{\frac{1-p}{Np}} \quad .$$

Тобто $P\{|V-V^{¿}|<\varepsilon\}=\alpha\text{, в нашому випадку довірча ймовірність } \alpha=0.95.$

Для аналізу методу було проведено однаковий стохастичний експеримент 5 разів. Виявилося, що середня похибка методу:

$\varepsilon_c=0.001724$ тобто

$$\frac{0.001724}{0.666666}*100=0.25865 \quad .$$

<u>Відповідь</u>: з імовірністю, не меншою за 0.95, можна стверджувати, що об’єм належить інтервалу [0.665969, 0.67166]