

Варіант №7

1. Завдання

Параболічна задача.

Розв'язати рівняння параболічного типу

$$u_t = a u_{xx} - q u, \quad 0 < x < L, \quad (2)$$

для функції $u(t, x)$ з початковою $u(0, x) = u_0(x)$

та крайовими $u(t, 0) = u_1(t) = 0; u(t, L) = u_2(t) = 0$ умовами.

Значення a, q, L взяти з [таблиці 3](#).

Якщо за початкову умову взяти функцію

$$u_0(t, x) = A \sin(px / L),$$

то рівняння (2) матиме точний аналітичний розв'язок

$$u(t, x) = A e^{-a t} \sin(px / L),$$

де a визначається параметрами початкової умови.

Завдання на роботу:

1. Реалізувати програмово метод Кранка-Ніколсона.
2. Розв'язати задачу Вашого варіанту.
3. Обчислити параметр a з формули точного розв'язку.
4. Вивести (або намалювати вручну) графік помилки $\|y - u\| (t)$.

Коефіцієнти задані з таблиці: $L = 0.8, q = 1.5, a = 0.9$

2. Метод Кранка-Ніколсона

Даний метод є скінченно-різницеvim, тому побудуємо дискретні сітки t та x :

$$X = \{x_i = i \cdot h \mid i = 1, \dots, n\}, \quad \text{де } h = L/n$$

$$T = \{t_j = j \cdot k \mid j = 1, \dots, m\}, \quad \text{де } k = C/m \quad (C = \text{const})$$

$$u_i^j = u(t_j, x_i)$$

Тепер можна визначити u_t та u_{xx} за допомогою скінченних різниць і отримати дві схеми:

$$\frac{u_i^{j+1} - u_i^j}{k} = a \frac{u_{i+1}^j - 2u_i^j + u_{i-1}^j}{h^2} - q u_i^j$$

$$\frac{u_i^{j+1} - u_i^j}{k} = a \frac{u_{i+1}^{j+1} - 2u_i^{j+1} + u_{i-1}^{j+1}}{h^2} - q u_i^{j+1}$$

Проте метод Кранка-Ніколсона використовує середнє арифметичне цих схем, що дає змогу отримати похибку $e = O(h^2, k^2)$ та абсолютну стійкість методу. Ця схема матиме наступний вигляд:

$$\frac{u_i^{j+1} - u_i^j}{k} = \frac{1}{2} \left(a \frac{u_{i+1}^{j+1} - 2u_i^{j+1} + u_{i-1}^{j+1}}{h^2} - q u_i^{j+1} + a \frac{u_{i+1}^j - 2u_i^j + u_{i-1}^j}{h^2} - q u_i^j \right)$$

Зробивши заміну $R = \frac{a \cdot k}{2 \cdot h^2}$, і перекинувши всі u з індексами $j + 1$ в ліву частину, а всі елементи з індексами j в праву, отримаємо наступне рівняння:

$$-R \cdot u_{i+1}^{j+1} + (1 + 2R + kq) \cdot u_i^{j+1} - R \cdot u_{i-1}^{j+1} = R \cdot u_{i+1}^j + (1 - 2R - kq) \cdot u_i^j + R \cdot u_{i-1}^j, \quad i = 1, \dots, n-1; j = 0, \dots, m-1$$

При $i = 0$ або $i = L$, використовуємо крайові умови $u(t, 0) = 0$ та $u(t, L) = 0$ (або $u_0^j = 0, u_n^j = 0$)

Таким чином ми отримуємо систему з $n+1$ рівняння з $n+1$ змінними.

Знаходимо перший вектор, який складається з u_i^0 за допомогою початкової умови $u(0, x) = u_0(x)$ і надалі m разів вирішуємо систему, як результат отримуючи матрицю

$$U = \{u_i^j | i = 0, \dots, n; j = 0, \dots, m\}$$

Також визначимо параметр α , знайшовши u_t та u_{xx} і підставивши їх в формулу, що задає

$$\text{задачу: } \alpha = \frac{a \cdot p i^2}{L^2} + q$$

3. Лістинг

```
import numpy as np
import math
import pylab

A = 0.9
L = 0.8
Q = 1.5
P = math.pi*1.
C = 1.
alpha = A*pow(P, 2)/pow(L, 2) + Q

def u(t, x):
    global L, P, alpha, C
    return C*math.exp(-t*alpha)*math.sin(P*x/L)

def uCalculate(n, m, h, k, u0, e):
    global A, Q
    R = A*k/(2.*pow(h, 2))

    matr = np.zeros([n + 1, n + 1])
    b = np.zeros(n + 1)
    matr[0, 0] = 1.
    matr[n, n] = 1.
    for i in range(1, n):
        matr[i, i - 1] = -R
        matr[i, i] = 1. + 2.*R + Q*k/2.
        matr[i, i + 1] = -R
    b[0] = 0.
    b[n] = 0.
    for i in range(1, n):
        b[i] = u0[i]*(1. - 2.*R - Q*k/2.) + u0[i - 1]*R + u0[i + 1]*R

    return np.linalg.solve(matr, b)

def KNMethod(n=10, m=50):
    h = L/n
    k = L/m

    x = np.zeros(n + 1)
    for i in range(n + 1):
        x[i] = i*h
    t = np.zeros(m + 1)
    for i in range(m + 1):
        t[i] = i*k

    u_ = [[0.]]*(m + 1)

    tmp = np.zeros(n + 1)
    for i in range(n + 1):
```

```

    tmp[i] = u(0, x[i])
    u_[0] = tmp

    for i in range(1, m + 1):
        u_[i] = uCalculate(n, m, h, k, u_[i - 1], i)

    u_r = [[0.]]*(m + 1)
    for i in range(m + 1):
        tmp = np.zeros(n + 1)
        for j in range(n + 1):
            tmp[j] = u(t[i], x[j])
        u_r[i] = tmp

    return x, t, np.array(u_), np.array(u_r)

```

```

x, t, u_, u_r = KNMethod(100, 500)

```

```

print "t      Residual"
x_h = np.zeros(len(u_[0]))
t_h = np.zeros(len(u_))
for i in range(len(u_)):
    tmp = abs(u_[i] - u_r[i])
    t_h[i] = np.amax(tmp)
for i in range(len(u_)):
    print t[i], t_h[i]
print "\n"
print "x      Residual"
u_x = np.transpose(u_)
u_rx = np.transpose(u_r)
for i in range(len(u_x)):
    tmp = abs(u_x[i] - u_rx[i])
    x_h[i] = np.amax(tmp)
for i in range(len(u_x)):
    print x[i], x_h[i]

```

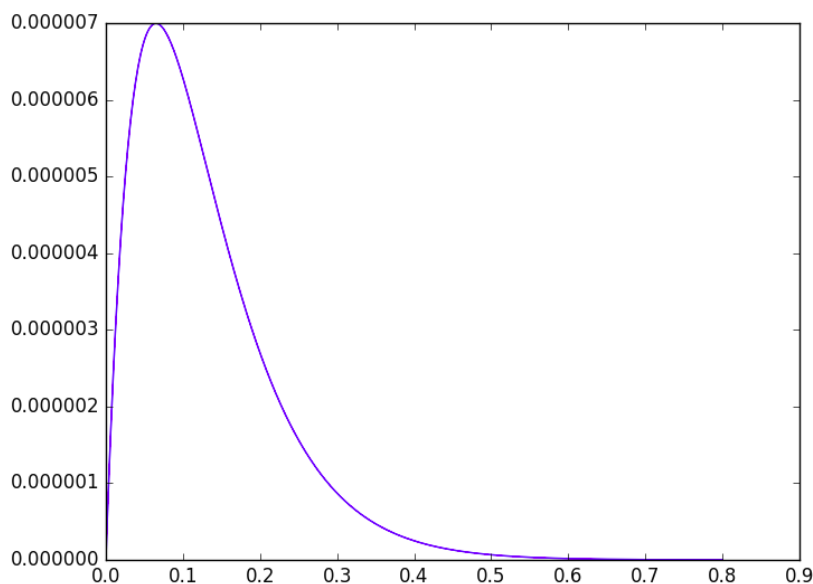
```

pylab.figure(1)
pylab.plot(t, t_h)
pylab.figure(2)
pylab.plot(x, x_h)
pylab.show()

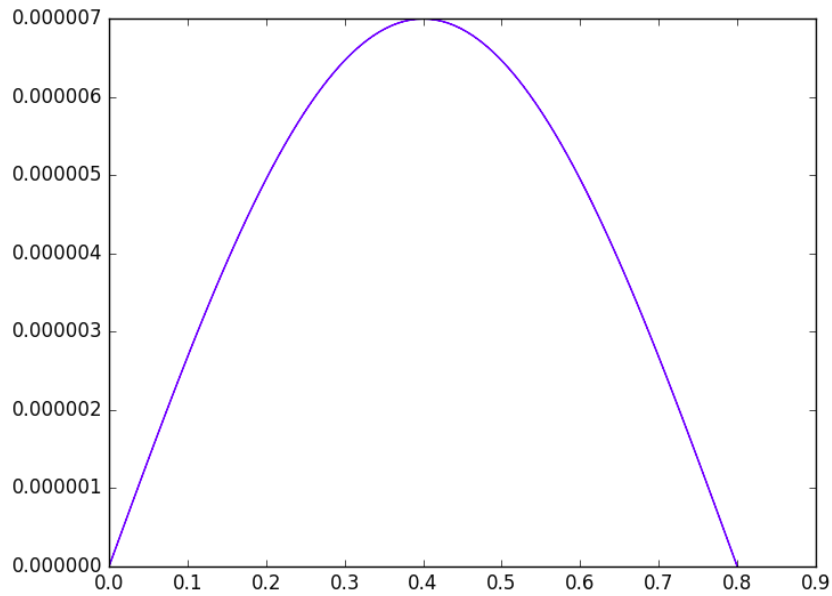
```

4. Результати

При $n = 100$, $m = 500$ та $C = L$ ($0 \leq t \leq C$), отримуємо наступні результати:



Графік помилки в залежності від t



Графік помилки в залежності від x

Таблиця для t :

t	Residual
0.0	0.0
0.0016	4.56582456621e-07
0.0032	8.90969482747e-07
0.0048	1.3039703004e-06
0.0064	1.69636791136e-06
0.008	2.06891988541e-06
0.0096	2.42235913783e-06
0.0112	2.7573946817e-06
0.0128	3.07471235239e-06
0.0144	3.37497552139e-06
0.016	3.65882577469e-06
0.0176	3.92688359085e-06
0.0192	4.17974897715e-06
0.0208	4.41800210571e-06
0.0224	4.64220392038e-06
0.024	4.85289672902e-06
0.0256	5.05060477751e-06
0.0272	5.23583480849e-06
0.0288	5.40907660262e-06
0.0304	5.57080350083e-06
0.032	5.72147291888e-06
0.0336	5.86152683824e-06
0.0352	5.99139228824e-06
0.0368	6.11148180857e-06
0.0384	6.22219390639e-06
0.04	6.32391349042e-06
0.0416	6.41701229903e-06
0.0432	6.50184931206e-06
0.0448	6.57877115118e-06
0.0464	6.64811246937e-06
0.048	6.71019632659e-06
0.0496	6.76533455873e-06
0.0512	6.81382812878e-06
0.0528	6.85596747252e-06
0.0544	6.89203283355e-06
0.056	6.92229458488e-06
0.0576	6.94701354603e-06

0.0592 6.96644128517e-06
0.0608 6.98082041639e-06
0.0624 6.99038488522e-06
0.064 6.99536024762e-06
0.0656 6.99596393966e-06
0.0672 6.99240553725e-06
0.0688 6.98488701234e-06
0.0704 6.9736029773e-06
0.072 6.95874092266e-06
0.0736 6.94048145033e-06
0.0752 6.91899849592e-06
0.0768 6.89445954738e-06
0.0784 6.86702585437e-06
0.08 6.83685263436e-06
0.0816 6.80408926837e-06
0.0832 6.76887949488e-06
0.0848 6.73136159507e-06
0.0864 6.69166857301e-06
0.088 6.64992833072e-06
0.0896 6.60626383817e-06
0.0912 6.56079329656e-06
0.0928 6.51363029822e-06
0.0944 6.46488398021e-06
0.096 6.41465917434e-06
0.0976 6.36305655088e-06
0.0992 6.31017276109e-06
0.1008 6.25610057095e-06
0.1024 6.200928994e-06
0.104 6.1447434189e-06
0.1056 6.08762573226e-06
0.1072 6.0296544401e-06
0.1088 5.9709047818e-06
0.1104 5.91144884407e-06
0.112 5.85135566883e-06
0.1136 5.7906913595e-06
0.1152 5.72951918174e-06
0.1168 5.66789966402e-06
0.1184 5.60589069165e-06
0.12 5.54354760104e-06
0.1216 5.48092326802e-06
0.1232 5.41806819572e-06
0.1248 5.35503059854e-06
0.1264 5.29185648285e-06
0.128 5.22858972689e-06
0.1296 5.16527215624e-06
0.1312 5.10194361826e-06
0.1328 5.03864205298e-06
0.1344 4.97540356281e-06
0.136 4.91226247899e-06
0.1376 4.84925142664e-06
0.1392 4.7864013875e-06
0.1408 4.72374176037e-06
0.1424 4.66130041957e-06
0.144 4.59910377222e-06
0.1456 4.53717681238e-06
0.1472 4.47554317497e-06
0.1488 4.41422518639e-06
0.1504 4.35324391428e-06
0.152 4.29261921611e-06
0.1536 4.23236978465e-06
0.1552 4.17251319357e-06
0.1568 4.11306594043e-06
0.1584 4.05404348881e-06

0.16 3.99546030866e-06
0.1616 3.93732991572e-06
0.1632 3.87966490892e-06
0.1648 3.82247700748e-06
0.1664 3.76577708577e-06
0.168 3.70957520779e-06
0.1696 3.65388066009e-06
0.1712 3.59870198341e-06
0.1728 3.54404700358e-06
0.1744 3.48992286123e-06
0.176 3.43633604073e-06
0.1776 3.38329239721e-06
0.1792 3.33079718407e-06
0.1808 3.27885507827e-06
0.1824 3.22747020539e-06
0.184 3.17664616383e-06
0.1856 3.1263860476e-06
0.1872 3.0766924693e-06
0.1888 3.02756758105e-06
0.1904 2.979013096e-06
0.192 2.93103030765e-06
0.1936 2.88362011001e-06
0.1952 2.83678301561e-06
0.1968 2.79051917393e-06
0.1984 2.74482838855e-06
0.2 2.69971013394e-06
0.2016 2.65516357154e-06
0.2032 2.61118756541e-06
0.2048 2.56778069691e-06
0.2064 2.52494127947e-06
0.208 2.48266737213e-06
0.2096 2.44095679313e-06
0.2112 2.39980713266e-06
0.2128 2.35921576524e-06
0.2144 2.31917986163e-06
0.216 2.27969640023e-06
0.2176 2.24076217837e-06
0.2192 2.20237382243e-06
0.2208 2.16452779853e-06
0.2224 2.12722042197e-06
0.224 2.09044786679e-06
0.2256 2.05420617483e-06
0.2272 2.01849126433e-06
0.2288 1.98329893837e-06
0.2304 1.9486248928e-06
0.232 1.91446472397e-06
0.2336 1.88081393616e-06
0.2352 1.84766794855e-06
0.2368 1.81502210211e-06
0.2384 1.78287166603e-06
0.24 1.75121184405e-06
0.2416 1.72003778031e-06
0.2432 1.68934456523e-06
0.2448 1.65912724089e-06
0.2464 1.62938080629e-06
0.248 1.60010022239e-06
0.2496 1.57128041697e-06
0.2512 1.54291628909e-06
0.2528 1.5150027136e-06
0.2544 1.48753454528e-06
0.256 1.46050662282e-06
0.2576 1.43391377274e-06
0.2592 1.40775081292e-06

0.2608 1.3820125561e-06
0.2624 1.35669381326e-06
0.264 1.33178939667e-06
0.2656 1.30729412299e-06
0.2672 1.28320281605e-06
0.2688 1.2595103096e-06
0.2704 1.23621144986e-06
0.272 1.21330109799e-06
0.2736 1.19077413242e-06
0.2752 1.16862545101e-06
0.2768 1.1468499731e-06
0.2784 1.12544264164e-06
0.28 1.10439842482e-06
0.2816 1.08371231799e-06
0.2832 1.06337934525e-06
0.2848 1.04339456106e-06
0.2864 1.02375305162e-06
0.288 1.00444993633e-06
0.2896 9.85480369017e-07
0.2912 9.66839539183e-07
0.2928 9.48522673148e-07
0.2944 9.30525035031e-07
0.296 9.1284192782e-07
0.2976 8.95468694227e-07
0.2992 8.78400717535e-07
0.3008 8.61633422397e-07
0.3024 8.45162275531e-07
0.304 8.2898278642e-07
0.3056 8.13090507847e-07
0.3072 7.97481036491e-07
0.3088 7.82150013387e-07
0.3104 7.67093124429e-07
0.312 7.52306100709e-07
0.3136 7.37784718856e-07
0.3152 7.23524801415e-07
0.3168 7.09522217054e-07
0.3184 6.95772880806e-07
0.32 6.82272754249e-07
0.3216 6.69017845638e-07
0.3232 6.5600421013e-07
0.3248 6.43227949676e-07
0.3264 6.3068521324e-07
0.328 6.18372196733e-07
0.3296 6.06285143046e-07
0.3312 5.94420341987e-07
0.3328 5.82774130219e-07
0.3344 5.71342891194e-07
0.336 5.60123055032e-07
0.3376 5.49111098395e-07
0.3392 5.38303544317e-07
0.3408 5.27696962052e-07
0.3424 5.17287966875e-07
0.344 5.07073219855e-07
0.3456 4.97049427646e-07
0.3472 4.87213342242e-07
0.3488 4.77561760728e-07
0.3504 4.68091524982e-07
0.352 4.58799521413e-07
0.3536 4.49682680623e-07
0.3552 4.40737977169e-07
0.3568 4.31962429171e-07
0.3584 4.23353098017e-07
0.36 4.14907088011e-07

0.3616 4.0662154602e-07
0.3632 3.98493661132e-07
0.3648 3.90520664265e-07
0.3664 3.82699827814e-07
0.368 3.75028465265e-07
0.3696 3.67503930794e-07
0.3712 3.60123618904e-07
0.3728 3.52884964006e-07
0.3744 3.45785440033e-07
0.376 3.38822560012e-07
0.3776 3.31993875683e-07
0.3792 3.25296977072e-07
0.3808 3.18729492075e-07
0.3824 3.12289086043e-07
0.384 3.05973461367e-07
0.3856 2.99780357055e-07
0.3872 2.93707548306e-07
0.3888 2.87752846081e-07
0.3904 2.81914096699e-07
0.392 2.76189181388e-07
0.3936 2.7057601588e-07
0.3952 2.65072549964e-07
0.3968 2.59676767088e-07
0.3984 2.54386683906e-07
0.4 2.49200349884e-07
0.4016 2.44115846846e-07
0.4032 2.39131288585e-07
0.4048 2.34244820415e-07
0.4064 2.29454618776e-07
0.408 2.24758890785e-07
0.4096 2.20155873861e-07
0.4112 2.15643835281e-07
0.4128 2.11221071795e-07
0.4144 2.06885909187e-07
0.416 2.02636701891e-07
0.4176 1.9847183259e-07
0.4192 1.94389711795e-07
0.4208 1.90388777469e-07
0.4224 1.86467494617e-07
0.424 1.82624354906e-07
0.4256 1.78857876261e-07
0.4272 1.75166602492e-07
0.4288 1.7154910291e-07
0.4304 1.68003971942e-07
0.432 1.64529828761e-07
0.4336 1.61125316904e-07
0.4352 1.57789103918e-07
0.4368 1.5451988098e-07
0.4384 1.51316362547e-07
0.44 1.48177285988e-07
0.4416 1.45101411238e-07
0.4432 1.42087520438e-07
0.4448 1.39134417599e-07
0.4464 1.36240928246e-07
0.448 1.33405899091e-07
0.4496 1.30628197686e-07
0.4512 1.27906712102e-07
0.4528 1.25240350588e-07
0.4544 1.2262804126e-07
0.456 1.20068731769e-07
0.4576 1.17561388996e-07
0.4592 1.15104998727e-07
0.4608 1.12698565352e-07

0.4624 1.10341111557e-07
0.464 1.08031678026e-07
0.4656 1.05769323137e-07
0.4672 1.03553122677e-07
0.4688 1.01382169545e-07
0.4704 9.9255573469e-08
0.472 9.71724607228e-08
0.4736 9.5131973851e-08
0.4752 9.313327139e-08
0.4768 9.11755275983e-08
0.4784 8.92579321904e-08
0.48 8.7379690074e-08
0.4816 8.55400210866e-08
0.4832 8.37381597437e-08
0.4848 8.19733549821e-08
0.4864 8.02448699165e-08
0.488 7.85519815883e-08
0.4896 7.68939807258e-08
0.4912 7.52701715078e-08
0.4928 7.36798713274e-08
0.4944 7.21224105607e-08
0.496 7.05971323387e-08
0.4976 6.91033923234e-08
0.4992 6.76405584857e-08
0.5008 6.62080108902e-08
0.5024 6.48051414772e-08
0.504 6.3431353854e-08
0.5056 6.20860630879e-08
0.5072 6.07686954977e-08
0.5088 5.9478688456e-08
0.5104 5.82154901886e-08
0.512 5.697855958e-08
0.5136 5.57673659822e-08
0.5152 5.4581389023e-08
0.5168 5.34201184236e-08
0.5184 5.22830538116e-08
0.52 5.11697045436e-08
0.5216 5.00795895263e-08
0.5232 4.90122370431e-08
0.5248 4.79671845829e-08
0.5264 4.69439786675e-08
0.528 4.59421746929e-08
0.5296 4.49613367585e-08
0.5312 4.40010375106e-08
0.5328 4.30608579849e-08
0.5344 4.2140387448e-08
0.536 4.12392232487e-08
0.5376 4.03569706645e-08
0.5392 3.94932427541e-08
0.5408 3.8647660217e-08
0.5424 3.78198512434e-08
0.544 3.70094513811e-08
0.5456 3.62161033923e-08
0.5472 3.54394571211e-08
0.5488 3.46791693595e-08
0.5504 3.39349037158e-08
0.552 3.32063304874e-08
0.5536 3.24931265332e-08
0.5552 3.17949751503e-08
0.5568 3.1115659506e-08
0.5584 3.04425947425e-08
0.56 2.97877634124e-08
0.5616 2.91467798082e-08

0.5632 2.85193576274e-08
0.5648 2.79052163032e-08
0.5664 2.73040808965e-08
0.568 2.67156819872e-08
0.5696 2.61397555683e-08
0.5712 2.55760429432e-08
0.5728 2.50242906213e-08
0.5744 2.44842502198e-08
0.576 2.39556783644e-08
0.5776 2.34383365917e-08
0.5792 2.29319912562e-08
0.5808 2.24364134347e-08
0.5824 2.19513788368e-08
0.584 2.1476667714e-08
0.5856 2.10120647706e-08
0.5872 2.0557359079e-08
0.5888 2.01123439929e-08
0.5904 1.96768170645e-08
0.592 1.92505799625e-08
0.5936 1.8833438391e-08
0.5952 1.84252020114e-08
0.5968 1.80256843642e-08
0.5984 1.76347027931e-08
0.6 1.72520783699e-08
0.6016 1.68776358224e-08
0.6032 1.65112034601e-08
0.6048 1.61526131063e-08
0.6064 1.58017000268e-08
0.608 1.54583028624e-08
0.6096 1.51222635628e-08
0.6112 1.47934273203e-08
0.6128 1.44716425055e-08
0.6144 1.41567606054e-08
0.616 1.38486361597e-08
0.6176 1.3547126702e-08
0.6192 1.32520926986e-08
0.6208 1.29633974909e-08
0.6224 1.26809072385e-08
0.624 1.24044908617e-08
0.6256 1.21340199875e-08
0.6272 1.1869368895e-08
0.6288 1.16104144622e-08
0.6304 1.13570361143e-08
0.632 1.11091157719e-08
0.6336 1.08665378022e-08
0.6352 1.06291889682e-08
0.6368 1.03969583823e-08
0.6384 1.01697374573e-08
0.64 9.94741986125e-09
0.6416 9.72990147157e-09
0.6432 9.51708033048e-09
0.6448 9.30885660124e-09
0.6464 9.1051325253e-09
0.648 8.90581238037e-09
0.6496 8.71080243914e-09
0.6512 8.52001092843e-09
0.6528 8.33334799059e-09
0.6544 8.15072564339e-09
0.656 7.97205774281e-09
0.6576 7.79725994528e-09
0.6592 7.62624967097e-09
0.6608 7.45894606837e-09
0.6624 7.29526997841e-09

0.664 7.13514390041e-09
0.6656 6.97849195814e-09
0.6672 6.82523986633e-09
0.6688 6.67531489873e-09
0.6704 6.52864585564e-09
0.672 6.3851630331e-09
0.6736 6.24479819194e-09
0.6752 6.10748452794e-09
0.6768 5.97315664217e-09
0.6784 5.84175051246e-09
0.68 5.71320346496e-09
0.6816 5.5874541462e-09
0.6832 5.4644424964e-09
0.6848 5.34410972231e-09
0.6864 5.22639827149e-09
0.688 5.11125180667e-09
0.6896 4.99861518041e-09
0.6912 4.88843441105e-09
0.6928 4.78065665805e-09
0.6944 4.67523019873e-09
0.696 4.5721044053e-09
0.6976 4.47122972169e-09
0.6992 4.3725576419e-09
0.7008 4.27604068783e-09
0.7024 4.18163238819e-09
0.704 4.0892872576e-09
0.7056 3.99896077588e-09
0.7072 3.91060936841e-09
0.7088 3.82419038606e-09
0.7104 3.73966208622e-09
0.712 3.65698361383e-09
0.7136 3.57611498281e-09
0.7152 3.49701705812e-09
0.7168 3.41965153791e-09
0.7184 3.34398093617e-09
0.72 3.26996856563e-09
0.7216 3.19757852118e-09
0.7232 3.1267756635e-09
0.7248 3.05752560296e-09
0.7264 2.98979468409e-09
0.728 2.92354996996e-09
0.7296 2.85875922747e-09
0.7312 2.79539091231e-09
0.7328 2.73341415458e-09
0.7344 2.67279874482e-09
0.736 2.61351511988e-09
0.7376 2.55553434953e-09
0.7392 2.49882812312e-09
0.7408 2.44336873644e-09
0.7424 2.38912907922e-09
0.744 2.3360826223e-09
0.7456 2.28420340566e-09
0.7472 2.23346602631e-09
0.7488 2.18384562653e-09
0.7504 2.13531788244e-09
0.752 2.08785899271e-09
0.7536 2.04144566749e-09
0.7552 1.99605511765e-09
0.7568 1.9516650442e-09
0.7584 1.90825362786e-09
0.76 1.86579951903e-09
0.7616 1.82428182776e-09
0.7632 1.78368011399e-09

0.7648 1.74397437819e-09
0.7664 1.70514505178e-09
0.768 1.6671729882e-09
0.7696 1.63003945385e-09
0.7712 1.59372611933e-09
0.7728 1.55821505094e-09
0.7744 1.52348870217e-09
0.776 1.48952990548e-09
0.7776 1.4563218644e-09
0.7792 1.42384814537e-09
0.7808 1.39209267028e-09
0.7824 1.36103970872e-09
0.784 1.33067387066e-09
0.7856 1.3009800992e-09
0.7872 1.27194366339e-09
0.7888 1.2435501514e-09
0.7904 1.2157854636e-09
0.792 1.18863580596e-09
0.7936 1.16208768353e-09
0.7952 1.13612789397e-09
0.7968 1.11074352141e-09
0.7984 1.08592193025e-09
0.8 1.0616507592e-09

Таблица для х:

х	Residual
0.0	5.3290705182e-16
0.008	2.19748537911e-07
0.016	4.39280210519e-07
0.024	6.58378366589e-07
0.032	8.76826782674e-07
0.04	1.09440987659e-06
0.048	1.3109129201e-06
0.056	1.52612225082e-06
0.064	1.73982548314e-06
0.072	1.95181171778e-06
0.08	2.16187174991e-06
0.088	2.36979827566e-06
0.096	2.57538609651e-06
0.104	2.77843232226e-06
0.112	2.97873657081e-06
0.12	3.1761011659e-06
0.128	3.37033133269e-06
0.136	3.56123538933e-06
0.144	3.74862493652e-06
0.152	3.93231504356e-06
0.16	4.11212443033e-06
0.168	4.2878756468e-06
0.176	4.45939524768e-06
0.184	4.62651396377e-06
0.192	4.78906686915e-06
0.2	4.94689354388e-06
0.208	5.09983823163e-06
0.216	5.24774999505e-06
0.224	5.39048286261e-06
0.232	5.52789597438e-06
0.24	5.65985372047e-06
0.248	5.78622587405e-06
0.256	5.9068877212e-06
0.264	6.02172018338e-06
0.272	6.13060993476e-06
0.28	6.23344951411e-06
0.288	6.33013743156e-06
0.296	6.42057826755e-06

0.304 6.50468276792e-06
0.312 6.58236793177e-06
0.32 6.65355709317e-06
0.328 6.71817999703e-06
0.336 6.77617286826e-06
0.344 6.82747847497e-06
0.352 6.87204618482e-06
0.36 6.90983201446e-06
0.368 6.94079867447e-06
0.376 6.96491560431e-06
0.384 6.98215900286e-06
0.392 6.99251185382e-06
0.4 6.99596393966e-06
0.408 6.99251185365e-06
0.416 6.98215900263e-06
0.424 6.9649156037e-06
0.432 6.94079867392e-06
0.44 6.90983201362e-06
0.448 6.87204618371e-06
0.456 6.82747847369e-06
0.464 6.77617286682e-06
0.472 6.71817999531e-06
0.48 6.6535570914e-06
0.488 6.58236792977e-06
0.496 6.50468276592e-06
0.504 6.42057826522e-06
0.512 6.33013742918e-06
0.52 6.23344951162e-06
0.528 6.13060993199e-06
0.536 6.02172018055e-06
0.544 5.90688771857e-06
0.552 5.78622587119e-06
0.56 5.65985371767e-06
0.568 5.52789597183e-06
0.576 5.39048285991e-06
0.584 5.24774999211e-06
0.592 5.09983822877e-06
0.6 4.946893541e-06
0.608 4.78906686627e-06
0.616 4.62651396091e-06
0.624 4.45939524485e-06
0.632 4.28787564394e-06
0.64 4.11212442755e-06
0.648 3.93231504081e-06
0.656 3.74862493396e-06
0.664 3.56123538686e-06
0.672 3.37033133033e-06
0.68 3.17610116374e-06
0.688 2.97873656849e-06
0.696 2.77843232024e-06
0.704 2.57538609438e-06
0.712 2.36979827367e-06
0.72 2.16187174826e-06
0.728 1.95181171618e-06
0.736 1.73982548185e-06
0.744 1.52612224948e-06
0.752 1.31091291904e-06
0.76 1.09440987558e-06
0.768 8.76826781911e-07
0.776 6.58378366058e-07
0.784 4.39280210075e-07
0.792 2.1974853774e-07
0.8 9.55904098804e-17

5. Висновки

Запрограмований метод дозволяє вирішувати параболічну задачу з достатньою точністю, при цьому похибка має квадратичну залежність, що дозволяє отримати кращі результати при великій кількості розбиттів. Проте варто зауважити, що при збільшенні m (кількість вузлів розбиттів за t), ми значно збільшуємо час необхідний для обчислення розв'язку, оскільки m разів доводиться вирішувати систему рівнянь.