МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики»

ФАКУЛЬТЕТ ПРОГРАММНОЙ ИНЖЕНЕРИИ И КОМПЬЮТЕРНОЙ
ТЕХНИКИ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

по дисциплине
«ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА»

Вариант “метод трапеций”

Выполнил:
Студент группы P32312
Лысенко А.К.
Преподаватель:
Перл О.В.

Санкт-Петербург, 2023

Описание метода, расчётные формулы

Подынтегральную функцию на каждом отрезке $[x_i;\ x_{i+1}]$ заменяем интерполяционным многочленом первой степени.

$$f(x) = \beta_i(x) = a_i x + b$$

Используют линейную интерполяцию, то есть график функции $y = f(x)$ представляется в виде ломаной, соединяющей точки (x_i, y_i). Площадь же всей фигуры находится по формуле:

$$S_{\text{общ}} = S_1 + S_2 + \cdots + S_n = \frac{y_0 + y_1}{2} h_1 + \frac{y_1 + y_2}{2} h_2 + \cdots + \frac{y_{n-1} + y_n}{2} h_n$$

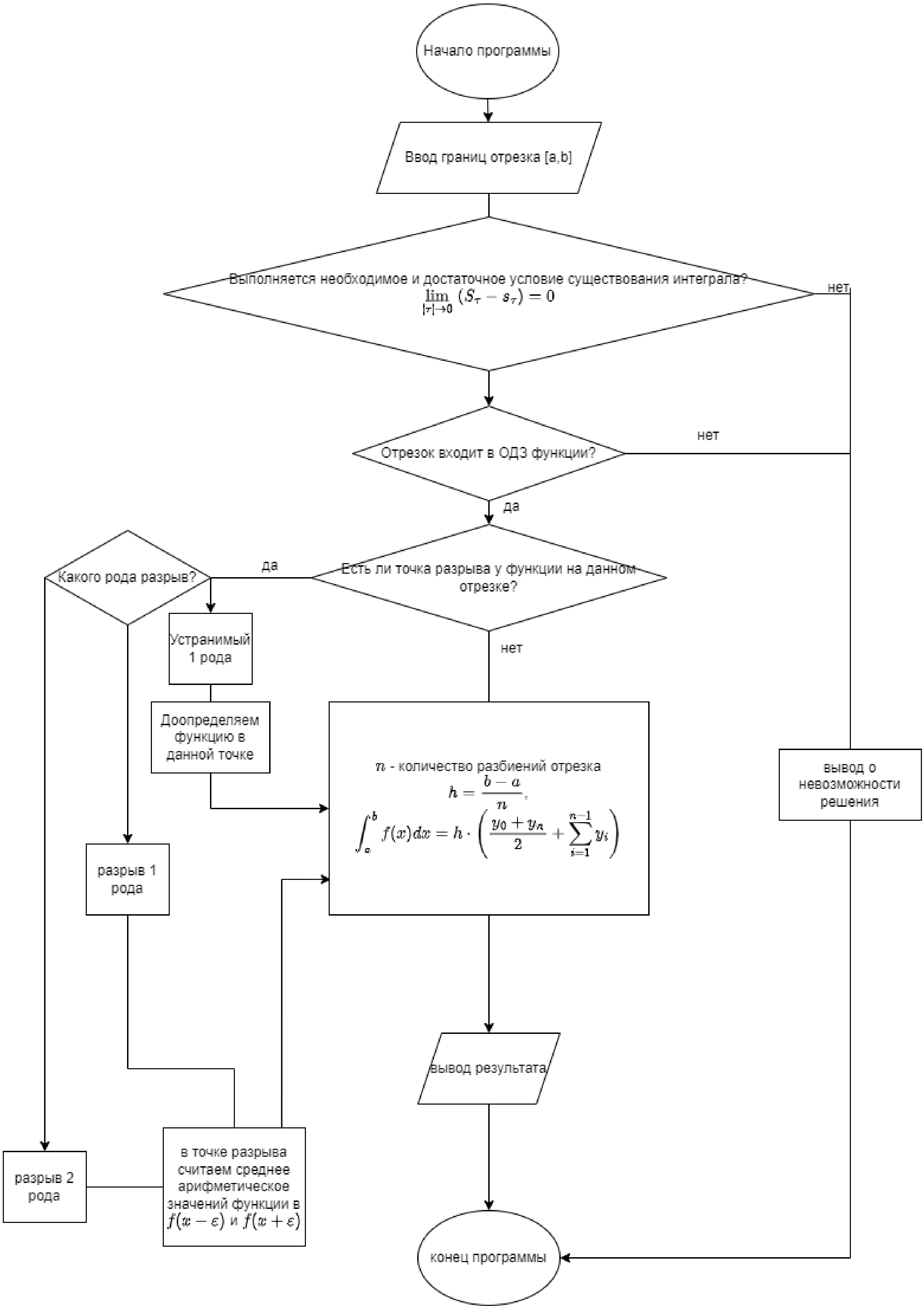
Складывая все эти равенства, получаем формулу трапеций для численного интегрирования:

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{1}{2} \sum h_i (y_{i-1} + y_i)$$

Итоговая формула для вычисления определенного интеграла метод трапеций принимает следующий вид:

$$\int_a^b f(x)dx = h * (\frac{y_0 + y_n}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} y_i)$$

Блок-схема



Начало программы
Ввод границ отрезка [a,b]
Выполняется необходимое и достаточное условие существования интеграла? $\lim\limits_{|\tau|\to 0}(S_\tau - s_\tau) = 0$
нет
Отрезок входит в ОДЗ функции?
нет
да
Есть ли точка разрыва у функции на данном отрезке?
да
Какого рода разрыв?
Устранимый 1 рода
Доопределяем функцию в данной точке
нет
n - количество разбиений отрезка
$h = \frac{b-a}{n}$,
$\int_a^b f(x)dx = h \cdot \left(\frac{y_0 + y_n}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} y_i\right)$
вывод о невозможности решения
разрыв 1 рода
вывод результата
разрыв 2 рода
в точке разрыва считаем среднее арифметическое значений функции в $f(x-\varepsilon)$ и $f(x+\varepsilon)$
конец программы

Листинг численного метода

```
public double solveIntegralForFunction(Function f) {
    double h;
    double nextPartition;
    double sumOfValuesOnBoundaries;
    double sum;
    if (!f.hasBreakingPoint() && f.hasToleranceRange()){
        if (l < 0 || r < 0){
            System.err.println("Извините, но выбранный отрезок не подходит под
ОДЗ");
            System.exit(1);
        }
    }
    h = (r - l) / numberOfPartition;
    nextPartition = l + h;
    if (l == 0){
        sumOfValuesOnBoundaries = (f.getValue(l + epsilon) + f.getValue(r)) / 2;
    }
    else if (r == 0){
        sumOfValuesOnBoundaries = (f.getValue(l) + f.getValue(r - epsilon)) / 2;
    }
    else {
        sumOfValuesOnBoundaries = (f.getValue(l) + f.getValue(r)) / 2;
    }
    sum = 0;
    if (f.hasBreakingPoint() && f.hasToleranceRange()){
        for (int i = 1; i < numberOfPartition; i++){
            double middleValue = 0;
            if ((nextPartition > -epsilon) && (nextPartition < epsilon)){
                if (r == 0){
                    middleValue = f.getValue(nextPartition - epsilon);
                }
                else if (l == 0){
                    middleValue = f.getValue(nextPartition + epsilon);
                }
                else {
                    middleValue = (f.getValue(nextPartition - epsilon) +
f.getValue(nextPartition + epsilon)) / 2;
                }
                sum += middleValue;
                nextPartition += h;
            }
            else {
                sum += f.getValue(nextPartition);
                nextPartition += h;
            }
        }
    }
    else {
        for (int i = 1; i < numberOfPartition; i++) {
            sum += f.getValue(nextPartition);
            nextPartition += h;
        }
    }

    return h * (sumOfValuesOnBoundaries + sum);
}
```

Примеры и результаты работы

```
1. f(x) = 1/x
2. f(x) = x^2
3. f(x) = x
4. f(x) = √x
Введите номер функции:
1
Введите границы отрезка:
-1 0
Значение определенного интеграла = -50002.87896825397
```

```
C:\Users\kal1n\IdeaProjects\ifmo\ComputationalMathematics
1. f(x) = 1/x
2. f(x) = x^2
3. f(x) = x
4. f(x) = √x
Введите номер функции:
4
Введите границы отрезка:
-2 2
Извините, но выбранный отрезок не подходит под ОДЗ

Process finished with exit code 1
```

```
1. f(x) = 1/x
2. f(x) = x^2
3. f(x) = x
4. f(x) = √x
Введите номер функции:
2
Введите границы отрезка:
2 5
Значение определенного интеграла = 39.04499999999997
Время работы алгоритма - 2 мс
```

Вывод

Метод трапеций на каждом из подотрезков изначального отрезка заменяет подынтегральную функцию многочленом первой степени. График функции представляется в виде ломаной, которая соединяет точки (x_i, y_i). Далее ищется сумма полученных фигур.

В отличие от метода прямоугольников, метод трапеций применим к функциям, заданным в конечном числе точек, так как мы всегда можем взять в качестве узлов интегрирования данные точки.