

# Справочник формул по математике

Калитвин В.А.  
kalitvin@gmail.com

13 октября 2017 г.

## 1. Признаки делимости

- на 2** — последняя цифра числа чётная  
**на 3** — сумма цифр числа делится на 3  
**на 4** — две последние цифры числа нули или образуют число, делящиеся на 4  
**на 5** — последняя цифра числа 0 или 5  
**на 6** — число должно делиться на 2 и на 3  
**на 7** — число, полученное вычитанием удвоенной последней цифры из исходного числа с отброшенной последней цифрой, делится на 7 (Пример: 5915, 591-10=581)  
**на 8** — три последние цифры числа нули или образуют число, делящееся на 8  
**на 9** — сумма цифр числа делится на 9  
**на 10** — число должно заканчиваться на 0  
**на 11** — сумма цифр, стоящих на четных местах, отличается от суммы цифр, стоящих на нечётных местах, на число, кратное 11  
**на 25** — две последние цифры числа 00, 25, 50 или 75

## 2. Формулы сокращенного умножения

Квадрат суммы

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

Квадрат разности

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Разность квадратов

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

Куб суммы

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Куб разности

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Сумма кубов

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

Разность кубов

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Для  $n \in \mathbb{N}$

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$$

Если  $n$  - четное

$$a^n - b^n = (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$$

Если  $n$  - нечетное

$$a^n + b^n = (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots - ab^{n-2} + b^{n-1})$$

Бином Ньютона

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k =$$

$$= C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b^1 + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^{n-1} a^1 b^{n-1} + C_n^n b^n,$$

где  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$  — число сочетаний из  $n$  по  $k$ .

### 3. Свойства степени

$$\begin{array}{ll}
 a^0 = 1 & a^m \cdot a^n = a^{m+n} \\
 a^m : a^n = a^{m-n} & a^{-n} = \frac{1}{a^n} \\
 (a^m)^n = a^{mn} & \left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m \\
 (a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m & a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \\
 \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} & a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}
 \end{array}$$

### 4. Свойства квадратного (арифметического) корня

$$\begin{array}{ll}
 \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} & \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a^k} \\
 \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}, b \neq 0 & \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b} \\
 (\sqrt{a})^m = \sqrt{a^m} & \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}, b \neq 0 \\
 \sqrt{ab} = \sqrt{|a|} \cdot \sqrt{|b|} & (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m} \\
 \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{|a|}}{\sqrt{|b|}}, b \neq 0 & \sqrt[n]{\sqrt{a}} = \sqrt[n]{a} \\
 \sqrt{a^m} = (\sqrt{|a|})^m &
 \end{array}$$

### 5. Модуль числа

$$|a| = \begin{cases} a, a \geq 0, \\ -a, a < 0, \end{cases}, |a| = \sqrt{a^2}$$

Свойства

$$\begin{array}{lll}
 |a| \geq 0; & |a \cdot b| = |a| \cdot |b| & |a + b| \leq |a| + |b| \\
 |a| = 0 \Leftrightarrow a = 0 & \left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}, b \neq 0 & |a - b| \geq ||a| - |b|| \\
 |x| \leq a, a \geq 0 \Leftrightarrow -a \leq x \leq a & |x| \geq a \Leftrightarrow x \geq a \text{ или } x \leq -a &
 \end{array}$$

Геометрический смысл модуля

$|a|$  — расстояние от 0 до точки  $a$ .

$|a - b|$  — расстояние между точками  $a$  и  $b$ .

### 6. Прогрессии

#### Арифметическая прогрессия

$$a_{n+1} = a_n + d,$$

где  $d$  — разность прогрессии

Формулы  $n$ -го члена

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$a_n = a_k + (n - k)d$$

$$a_n = \frac{a_{n-k} + a_{n+k}}{2}$$

Формулы суммы первых  $n$  членов

$$S_n = \frac{2a_1 + (n - 1)d}{2} \cdot n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

Формула для разности

$$d = a_{n+1} - a_n$$

Если  $n + m = k + p$ , то

$$a_n + a_m = a_k + a_p$$

Сумма последовательных натуральных чисел от 1 до  $n$  :

$$S = \frac{n(n+1)}{2}$$

**Геометрическая прогрессия**

$$b_{n+1} = b_n \cdot q,$$

где  $q \neq 0$  — знаменатель прогрессии

Формулы  $n$ -го члена

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_n = b_k \cdot q^{n-k}$$

$$b_n^2 = b_{n-k} \cdot b_{n+k}$$

Формулы суммы первых  $n$  членов

$$S_n = b_1 \frac{1 - q^n}{1 - q} = b_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, q \neq 1$$

$$S_n = b_1 \cdot n, q = 1$$

Формула для знаменателя

$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$$

Если  $n + m = k + p$ , то

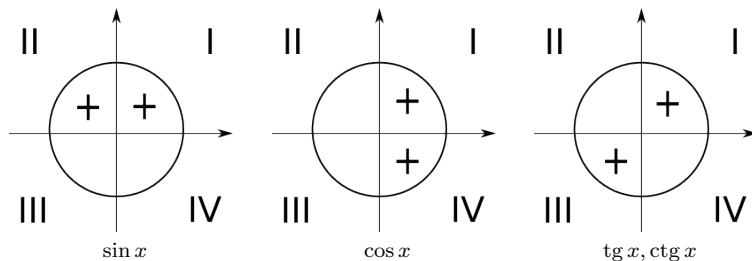
$$b_n \cdot b_m = b_k \cdot b_p$$

Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии

$$S = \frac{b_1}{1 - q}, |q| < 1$$

## 7. Тригонометрия

**Знаки тригонометрических функций по четвертям**



**Тригонометрические тождества**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

$$|\cos \alpha| = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

$$|\sin \alpha| = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \sec^2 \alpha$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} = \operatorname{cosec}^2 \alpha$$

**Формулы сложения тригонометрических функций**

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta \mp 1}{\operatorname{ctg} \beta \pm \operatorname{ctg} \alpha}$$

**Тригонометрические функции двойного аргумента**

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{2}{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{ctg} \alpha} = \frac{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha}{2}$$

**Тригонометрические функции тройного аргумента**

$$\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$$

$$\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg} 3\alpha = \frac{3 \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg}^3 \alpha}{1 - 3 \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} 3\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^3 \alpha - 3 \operatorname{ctg} \alpha}{3 \operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}$$

### Тригонометрические функции половинного аргумента

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$$

$$\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$$

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

$$\operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

### Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного угла

$$\sin \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$$

$$\cos \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}$$

### Формулы преобразования суммы в произведение

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x+y)}{\cos x \cos y}$$

$$\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x-y)}{\cos x \cos y}$$

$$\operatorname{ctg} x + \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(x+y)}{\sin x \sin y}$$

$$\operatorname{ctg} x - \operatorname{ctg} y = -\frac{\sin(x-y)}{\sin x \sin y}$$

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} y = \frac{\cos(x-y)}{\cos x \sin y}$$

$$\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} y = -\frac{\cos(x+y)}{\cos x \sin y}$$

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = \frac{1}{\sin x \cos x} = \frac{2}{\sin 2x}$$

$$\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x = -2 \frac{\cos 2x}{\sin 2x} = 2 \operatorname{ctg} 2x$$

$$\cos x + \sin x = \sqrt{2} \cos(45^\circ - x) = \sqrt{2} \sin(45^\circ + x)$$

$$\cos x - \sin x = \sqrt{2} \sin(45^\circ - x) = \sqrt{2} \cos(45^\circ + x)$$

$$a \sin x + b \cos x = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(x + \varphi), \text{ где } \sin \varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \cos \varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

### Формулы преобразования произведения в сумму

$$\sin x \sin y = \frac{1}{2} (\cos(x-y) - \cos(x+y))$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} (\cos(x-y) + \cos(x+y))$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} (\sin(x-y) + \sin(x+y))$$

### Значения тригонометрических функций некоторых углов

| Угол в градусах             | 0° | 30°                  | 45°                  | 60°                  | 90°             | 180°  | 270°             | 360°   |
|-----------------------------|----|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------|-------|------------------|--------|
| Угол в радианах             | 0  | $\frac{\pi}{6}$      | $\frac{\pi}{4}$      | $\frac{\pi}{3}$      | $\frac{\pi}{2}$ | $\pi$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $2\pi$ |
| $\sin \alpha$               | 0  | $\frac{1}{2}$        | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1               | 0     | -1               | 0      |
| $\cos \alpha$               | 1  | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$        | 0               | -1    | 0                | 1      |
| $\operatorname{tg} \alpha$  | 0  | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1                    | $\sqrt{3}$           | —               | 0     | —                | 0      |
| $\operatorname{ctg} \alpha$ | —  | $\sqrt{3}$           | 1                    | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 0               | —     | 0                | —      |

**Свойства обратных тригонометрических функций**

$$\arcsin(-a) = -\arcsin a, |a| \leq 1$$

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a, |a| \leq 1$$

$$\arctg(-a) = -\arctg a, a \in R$$

$$\operatorname{arccctg}(-a) = \pi - \operatorname{arccctg} a, a \in R$$

$$\arcsin a + \arccos a = \frac{\pi}{2}, |a| \leq 1$$

$$\arctg a + \operatorname{arccctg} a = \frac{\pi}{2}, a \in R$$

**8. Некоторые пределы**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}} = e$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a, a > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x)}{x} = 1$$



## 9. Производные элементарных функций

| Функция                          | Производная                                     |
|----------------------------------|---|
| $f(x) = c$                       | $c' = 0$ , где $c — const$                      |
| $f(x) = x^n$                     | $(x^n)' = nx^{n-1}$                             |
| $f(x) = e^x$                     | $(e^x)' = e^x$                                  |
| $f(x) = a^x$                     | $(a^x)' = a^x \ln a$                            |
| $f(x) = \ln x$                   | $(\ln x)' = \frac{1}{x}$                        |
| $f(x) = \log_a x$                | $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$               |
| $f(x) = \sin x$                  | $(\sin x)' = \cos x$                            |
| $f(x) = \cos x$                  | $(\cos x)' = -\sin x$                           |
| $f(x) = \operatorname{tg} x$     | $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$   |
| $f(x) = \operatorname{ctg} x$    | $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ |
| $f(x) = \arcsin x$               | $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$         |
| $f(x) = \arccos x$               | $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$        |
| $f(x) = \operatorname{arctg} x$  | $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$   |
| $f(x) = \operatorname{arcctg} x$ | $(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$ |

## 10. Логарифмы

**Определение логарифма.** Логарифмом положительного числа  $b$  по основанию  $a$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) называется показатель степени, в которую нужно возвести  $a$ , чтобы получить  $b$ .

$$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$$

### Свойства логарифма

Основное логарифмическое тождество:

$$a^{\log_a b} = b,$$

где  $a > 0; a \neq 1; b > 0$ .

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a^m = m$$

Логарифм произведения

$$\log_c(ab) = \log_c a + \log_c b, \quad a > 0, b > 0.$$

Логарифм частного

$$\log_c\left(\frac{a}{b}\right) = \log_c a - \log_c b, \quad a > 0, b > 0$$

Логарифм степени

$$\log_c a^n = n \log_c a, \quad a > 0, c > 0, c \neq 1.$$

$$\log_c^n a = \frac{1}{n} \log_c a, \quad a > 0, c > 0, c \neq 1.$$

Логарифм корня

$$\log_c \sqrt[n]{a} = \frac{1}{n} \log_c a$$

Переход к новому основанию

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}, \quad a > 0, a \neq 1, c > 0, c \neq 1, b > 0$$

Формулы, следующие из свойств логарифмов

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\frac{\log_n b}{\log_n c} = \frac{\log_m b}{\log_m c} = \log_c b$$

$$\log_n b \cdot \log_m c = \log_m b \cdot \log_n c$$

$$a^{\log_n b} = b^{\log_n a}$$

Десятичный логарифм - это логарифм по основанию 10:

$$\log_{10} b = \lg b$$

Натуральный логарифм — это логарифм по основанию  $e$ .

$$\log_e b = \ln b.$$

## 11. Основные формулы комбинаторики

Число перестановок из  $n$  элементов

$$P_n = n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$$

Число размещений из  $n$  элементов по  $k$  элементов:

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1)$$

Число сочетаний из  $n$  элементов по  $k$  элементов

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot k}$$

## 12. Текстовые задачи

### 12.1. Задачи на движение

$$S = v \cdot t,$$

где  $v$  — скорость движения,  $t$  — время,  $S$  — расстояние, пройденное за время  $t$  со скоростью  $v$ .

### 12.2. Задачи на работу

$$A = N \cdot t,$$

где  $N$  — работа, произведенная в единицу времени,  $t$  — время, в течение которого производится работа,  $A$  — работа, произведенная за время  $t$ .

### 12.3. Задачи на сложные проценты

$$A_n = A_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n,$$

где  $A_0$  — начальный капитал,  $p\%$  — процент годовых,  $n$  — годы, на которые положен вклад,  $A_n$  — наращенный капитал за  $n$  лет.

### 12.4. Задачи на десятичную форму числа

Стандартным видом числа  $x$  называют его запись в виде  $a \cdot 10^n$ , где  $1 \leq a < 10$  и  $n$  — целое число.

Число  $n$  называют порядком числа  $x$ .

### 12.5. Задачи на концентрацию смеси и сплавы

Процентными содержаниями веществ  $A, B, C$  в данной смеси называются величины  $p_A\%, p_B\%, p_C\%$ , соответственно вычисляемые по формулам:

$$p_A\% = C_A \cdot 100\%, \quad p_B\% = C_B \cdot 100\%, \quad p_C\% = C_C \cdot 100\%,$$

где  $C_A, C_B, C_C$  — масса соответствующих веществ.

## 13. Таблица умножения

|                    |                    |                    |                    |                    |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| $1 \times 1 = 1$   | $2 \times 1 = 2$   | $3 \times 1 = 3$   | $4 \times 1 = 4$   | $5 \times 1 = 5$   |
| $1 \times 2 = 2$   | $2 \times 2 = 4$   | $3 \times 2 = 6$   | $4 \times 2 = 8$   | $5 \times 2 = 10$  |
| $1 \times 3 = 3$   | $2 \times 3 = 6$   | $3 \times 3 = 9$   | $4 \times 3 = 12$  | $5 \times 3 = 15$  |
| $1 \times 4 = 4$   | $2 \times 4 = 8$   | $3 \times 4 = 12$  | $4 \times 4 = 16$  | $5 \times 4 = 20$  |
| $1 \times 5 = 5$   | $2 \times 5 = 10$  | $3 \times 5 = 15$  | $4 \times 5 = 20$  | $5 \times 5 = 25$  |
| $1 \times 6 = 6$   | $2 \times 6 = 12$  | $3 \times 6 = 18$  | $4 \times 6 = 24$  | $5 \times 6 = 30$  |
| $1 \times 7 = 7$   | $2 \times 7 = 14$  | $3 \times 7 = 21$  | $4 \times 7 = 28$  | $5 \times 7 = 35$  |
| $1 \times 8 = 8$   | $2 \times 8 = 16$  | $3 \times 8 = 24$  | $4 \times 8 = 32$  | $5 \times 8 = 40$  |
| $1 \times 9 = 9$   | $2 \times 9 = 18$  | $3 \times 9 = 27$  | $4 \times 9 = 36$  | $5 \times 9 = 45$  |
| $1 \times 10 = 10$ | $2 \times 10 = 20$ | $3 \times 10 = 30$ | $4 \times 10 = 40$ | $5 \times 10 = 50$ |

|                    |                    |                    |                    |                      |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|----------------------|
| $6 \times 1 = 6$   | $7 \times 1 = 7$   | $8 \times 1 = 8$   | $9 \times 1 = 9$   | $10 \times 1 = 10$   |
| $6 \times 2 = 12$  | $7 \times 2 = 14$  | $8 \times 2 = 16$  | $9 \times 2 = 18$  | $10 \times 2 = 20$   |
| $6 \times 3 = 18$  | $7 \times 3 = 21$  | $8 \times 3 = 24$  | $9 \times 3 = 27$  | $10 \times 3 = 30$   |
| $6 \times 4 = 24$  | $7 \times 4 = 28$  | $8 \times 4 = 32$  | $9 \times 4 = 36$  | $10 \times 4 = 40$   |
| $6 \times 5 = 30$  | $7 \times 5 = 35$  | $8 \times 5 = 40$  | $9 \times 5 = 45$  | $10 \times 5 = 50$   |
| $6 \times 6 = 36$  | $7 \times 6 = 42$  | $8 \times 6 = 48$  | $9 \times 6 = 54$  | $10 \times 6 = 60$   |
| $6 \times 7 = 42$  | $7 \times 7 = 49$  | $8 \times 7 = 56$  | $9 \times 7 = 63$  | $10 \times 7 = 70$   |
| $6 \times 8 = 48$  | $7 \times 8 = 56$  | $8 \times 8 = 64$  | $9 \times 8 = 72$  | $10 \times 8 = 80$   |
| $6 \times 9 = 54$  | $7 \times 9 = 63$  | $8 \times 9 = 72$  | $9 \times 9 = 81$  | $10 \times 9 = 90$   |
| $6 \times 10 = 60$ | $7 \times 10 = 70$ | $8 \times 10 = 80$ | $9 \times 10 = 90$ | $10 \times 10 = 100$ |

#### 14. Таблица квадратов двузначных натуральных чисел

| Десятки | Единицы |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|---------|---------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|         | 0       | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    |
| 1       | 100     | 121  | 144  | 169  | 196  | 225  | 256  | 289  | 324  | 361  |
| 2       | 400     | 441  | 484  | 529  | 576  | 625  | 676  | 729  | 784  | 841  |
| 3       | 900     | 961  | 1024 | 1089 | 1156 | 1225 | 1296 | 1369 | 1444 | 1521 |
| 4       | 1600    | 1681 | 1764 | 1849 | 1936 | 2025 | 2116 | 2209 | 2304 | 2401 |
| 5       | 2500    | 2601 | 2704 | 2809 | 2916 | 3025 | 3136 | 3249 | 3364 | 3481 |
| 6       | 3600    | 3721 | 3844 | 3969 | 4096 | 4225 | 4356 | 4489 | 4624 | 4761 |
| 7       | 4900    | 5041 | 5184 | 5329 | 5476 | 5625 | 5776 | 5929 | 6084 | 6241 |
| 8       | 6400    | 5661 | 6724 | 6889 | 7056 | 7225 | 7396 | 7569 | 7744 | 7921 |
| 9       | 8100    | 8281 | 8464 | 8649 | 8836 | 9025 | 9216 | 9409 | 9604 | 9801 |

#### 15. Таблица кубов натуральных чисел от 1 до 10

|       |   |   |    |    |     |     |     |     |     |      |
|-------|---|---|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| $a$   | 1 | 2 | 3  | 4  | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10   |
| $a^3$ | 1 | 8 | 27 | 64 | 125 | 256 | 343 | 512 | 729 | 1000 |

## 16. Простые числа от 2 до 997

|     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 2   | 3   | 5   | 7   | 11  | 13  | 17  | 19  | 23  | 29  | 31  | 37  | 41  |
| 43  | 47  | 53  | 59  | 61  | 67  | 71  | 73  | 79  | 83  | 89  | 97  | 101 |
| 103 | 107 | 109 | 113 | 127 | 131 | 137 | 139 | 149 | 151 | 157 | 163 | 167 |
| 173 | 179 | 181 | 191 | 193 | 197 | 199 | 211 | 223 | 227 | 229 | 233 | 239 |
| 241 | 251 | 257 | 263 | 269 | 271 | 277 | 281 | 283 | 293 | 307 | 311 | 313 |
| 317 | 331 | 337 | 347 | 349 | 353 | 359 | 367 | 373 | 379 | 383 | 389 | 397 |
| 401 | 409 | 419 | 421 | 431 | 433 | 439 | 443 | 449 | 457 | 461 | 463 | 467 |
| 479 | 487 | 491 | 499 | 503 | 509 | 521 | 523 | 541 | 547 | 557 | 563 | 569 |
| 571 | 577 | 587 | 593 | 599 | 601 | 607 | 613 | 617 | 619 | 631 | 641 | 643 |
| 647 | 653 | 659 | 661 | 673 | 677 | 683 | 691 | 701 | 709 | 719 | 727 | 733 |
| 739 | 743 | 751 | 757 | 761 | 769 | 773 | 787 | 797 | 809 | 811 | 829 | 839 |
| 853 | 857 | 859 | 863 | 877 | 881 | 883 | 887 | 907 | 911 | 919 | 929 | 937 |
| 941 | 947 | 953 | 967 | 971 | 977 | 983 | 991 | 997 |     |     |     |     |

## 17. Греческий алфавит

|   |   |       |   |   |      |   |   |       |   |   |        |
|---|---|-------|---|---|------|---|---|-------|---|---|--------|
| Α | α | альфа | Β | β | бета | Γ | γ | гамма | Δ | δ | дельта |
|---|---|-------|---|---|------|---|---|-------|---|---|--------|