

Справочник формул по математике

Калитвин В.А.
kalitvin@gmail.com

3 ноября 2016 г.

1 Формулы сокращенного умножения

Квадрат суммы

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Квадрат разности

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Куб суммы

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Куб разности

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Разность квадратов

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

Сумма кубов

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

Разность кубов

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

2 Свойства степени

$$\begin{array}{ll} a^0 = 1 & a^m \cdot a^n = a^{m+n} \\ a^m : a^n = a^{m-n} & a^{-n} = \frac{1}{a^n} \\ (a^m)^n = a^{mn} & \left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m \\ (a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m & a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \\ \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} & a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \end{array}$$

3 Свойства квадратного (арифметического) корня

$$\begin{array}{ll} \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} & \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a^k} \\ \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}, b \neq 0 & \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b} \\ (\sqrt{a})^m = \sqrt{a^m} & \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}, b \neq 0 \\ \sqrt{ab} = \sqrt{|a|} \cdot \sqrt{|b|} & (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m} \\ \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{|a|}}{\sqrt{|b|}}, b \neq 0 & \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a} \\ \sqrt{a^m} = (\sqrt{|a|})^m & \end{array}$$

4 Тригонометрия

Тригонометрические тождества

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

$$|\cos \alpha| = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

$$|\sin \alpha| = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} = \operatorname{cosec}^2 \alpha$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \operatorname{sec}^2 \alpha$$

Формулы сложения тригонометрических функций

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta \mp 1}{\operatorname{ctg} \beta \pm \operatorname{ctg} \alpha}$$

5 Логарифмы

Определение логарифма. Логарифмом положительного числа b по основанию a ($a > 0, a \neq 1$) называется показатель степени, в которую нужно возвести a , чтобы получить b .

$$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$$

Свойства логарифма

Основное логарифмическое тождество:

$$a^{\log_a b} = b,$$

где $a > 0; a \neq 1; b > 0$.

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a^m = m$$

Логарифм произведения

$$\log_c(ab) = \log_c a + \log_c b, \quad x > 0, y > 0.$$

Логарифм частного

$$\log_c\left(\frac{a}{b}\right) = \log_c a - \log_c b, \quad x > 0, y > 0$$

Логарифм степени

$$\log_c a^n = n \log_c a, x > 0.$$

$$\log_{c^n} a = \frac{1}{n} \log_c a, x > 0.$$

Логарифм корня

$$\log_c \sqrt[n]{a} = \frac{1}{n} \log_c a$$

Переход к новому основанию

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}, a > 0, a \neq 1, c > 0, c \neq 1, b > 0$$

Формулы, следующие из свойств логарифмов

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\frac{\log_n b}{\log_n c} = \frac{\log_m b}{\log_m c} = \log_c b$$

$$\log_n b \cdot \log_m c = \log_m b \cdot \log_n c$$

$$a^{\log_n b} = b^{\log_n a}$$

Десятичный логарифм - это логарифм по основанию 10:

$$\log_{10} b = \lg b$$

Натуральный логарифм — это логарифм по основанию e .

$$\log_e b = \ln b.$$

6 Текстовые задачи

6.1 Задачи на движение

$$S = v \cdot t,$$

где v — скорость движения, t — время, S — расстояние, пройденное за время t со скоростью v .

6.2 Задачи на работу

$$A = N \cdot t,$$

где N — работа, произведенная в единицу времени, t — время, в течение которого производится работа, A — работа, произведенная за время t .

6.3 Задачи на сложные проценты

$$A_n = A_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n,$$

где A_0 — начальный капитал, $p\%$ — процент годовых, n — годы, на которые положен вклад, A_n — наращенный капитал за n лет.

6.4 Задачи на десятичную форму числа

Стандартным видом числа x называют его запись в виде $a \cdot 10^n$, где $1 \leq a < 10$ и n — целое число.

Число n называют порядком числа x .

6.5 Задачи на концентрацию смеси и сплавы

Процентными содержаниями веществ A, B, C в данной смеси называются величины $p_A\%, p_B\%, p_C\%$, соответственно вычисляемые по формулам:

$$p_A\% = C_A \cdot 100\%, \quad p_B\% = C_B \cdot 100\%, \quad p_C\% = C_C \cdot 100\%,$$

где C_A, C_B, C_C — масса соответствующих веществ.