

# MatIntroMatNat

## LYNOPGAVEFORSIDE

---

OPGAVE# \_\_\_\_\_

DATO(dd-mm-åå): \_\_\_\_\_

Klasse#\_\_\_\_\_ Skemagruppe (A eller C):\_\_\_\_\_

Studieretning:\_\_\_\_\_

Navn (inkl. mellemnavne):

---

Email: \_\_\_\_\_

Fødselsdato:\_\_\_\_\_

Navn (inkl. mellemnavne):

---

Email: \_\_\_\_\_

Fødselsdato:\_\_\_\_\_

Navn (inkl. mellemnavne):

---

Email:

Fødselsdato:\_\_\_\_\_

(Max 3 personer.)



### 9.1

$$D = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq 2, 1 - y \leq x \leq 1\} \quad (1)$$

$$f(x, y) : D \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x, y) = x^2 y \quad (2)$$

Lad  $c = 0$ ,  $d = 2$ ,  $v(y) = 1 - y$ ,  $h(y) = 1$ .

Da mængden  $D$  er opskrevet på formen 5.2 fra side 154 i TK, da kan planintegralet beregnes som det itererede integral opgivet ved

$$\begin{aligned} \int_D f(x, y) &= \int_{y=0}^{y=2} \left( \int_{x=y-1}^{x=1} f(x, y) \, dx \right) dy \\ &= \int_0^2 \left( \frac{1}{3} y x^3 - \frac{1}{3} x^3 y \right) dy = \frac{4}{5} \end{aligned}$$

Lad omskrivningen af mængden  $D$  til formen fra 5.2 være angivet med  $D'$ , da skal (3) være opfyldt.

$$\int_D f(x, y) = \int_{D'} f(x, y) \quad (3)$$

Først kan det ses at  $x$  mindst kan være  $-1$  for  $y = 2$ , da den nedre begrænsning for  $x$ ,  $x \geq 1 - y$  mindst når  $y = 2$ . Dernæst ses det at  $x$  kan være størst når  $y = 0$ ,  $1 - 0 = 1$ , da er intervallet for  $x$ ,  $-1 \leq x \leq 1$ .

For at kigge på  $y$  ses sammenhængen mellem  $y$  og  $x$  således fås

$$\begin{aligned} 1 - y &\leq x \\ -y &\leq x - 1 \\ y &\geq 1 - x \end{aligned}$$

Samtidig gælder  $y$ 's øvre begrænsning stadig, da fås  $D'$  til

$$D' = \{(x, y) \mid -1 \leq x \leq 1, 1 - x \leq y \leq 2\}$$

og da er (3) opfyldt

$$\int_D f(x, y) = \int_{D'} f(x, y) = \int_{-1}^1 \left( \int_{1-x}^2 f(x, y) dy \right) dx = \int_0^2 \left( \int_{y-1}^1 f(x, y) dx \right) dy = \frac{4}{5}$$

Figur 1 viser den figur hvis rumfang integralet  $\int_D f(x, y)$  udtrykker.

Figur 1: Den figur hvis rumfang integralet udtrykker

