MatIntroMatNat
LYNOPGAVEFORSIDE

OPGAVE# ________

DATO(dd-mm-åå): ________________________________

Klasse#______ Skemagruppe (A eller C):______

Studieretning:____

Navn (inkl. mellemnavne):

____

Email: ____

Fødselsdato:____________

Navn (inkl. mellemnavne):

____

Email: ____

Fødselsdato:____________

Navn (inkl. mellemnavne):

____

Email:

Fødselsdato:____________

(Max 3 personer.)

MatIntro

Lynopgave, aflevering 9

29. oktober 2015

9.1

$$D = \{(x, y) \mid 0 \ \leq \ y \ \leq \ 2, \ 1 - y \ \leq \ x \ \leq \ 1\} \tag{1}$$

$$f(x, y) : D \to \mathbb{R}$$

$$f(x, y) = x^2 y \tag{2}$$

Lad $c = 0$, $d = 2$, $v(y) = 1 - y$, $h(y) = 1$.
Da mængden D er opskrevet på formen 5.2 fra side 154 i TK, da kan planintegralet beregnes som det integrerede integral opgivet ved

$$\int_D f(x, y) = \int_{y=0}^{y=2} \left(\int_{x=y-1}^{x=1} f(x, y) \ dx \right) \ dy$$

$$= \int_0^2 \left(\frac{1}{3} y x^3 - \frac{1}{3} x^3 y \right) \ dy = \frac{4}{5}$$

Lad omskrivningen af mængden D til formen fra 5.2 være angivet med D', da skal (3) være opfyldt.

$$\int_D f(x, y) = \int_{D'} f(x, y) \tag{3}$$

Først kan det ses at x mindst kan være -1 for $y = 2$, da den nedre begrænsing for x, $x \geq 1 - y$ mindst når $y = 2$. Dernæst ses det at x kan være størst når $y = 0$, $1 - 0 = 1$, da er intervallet for x, $-1 \leq x \leq 1$.
For at kigge på y ses sammenhængen mellem y og x således fås

$$\begin{aligned} 1 - y &\leq x \\ -y &\geq x - 1 \\ y &\leq 1 - x \end{aligned}$$

Samtidig gælder y's øvre begrænsning stadig, da fås D' til

$$D' = \{(x, y) \mid -1 \ \leq \ x \ \leq \ 1, \ 1 - x \ \leq \ y \ \leq \ 2\}$$

og da er (3) opfyldt

$$\int_D f(x,y) = \int_{D'} f(x,y) = \int_{-1}^{1} \left(\int_{1-x}^{2} f(x,y)dy \right) dx = \int_0^2 \left(\int_{y-1}^{1} f(x,y)\ dx \right)\ dy = \frac{4}{5}$$

Figur 1 viser den figur hvis rumfang integralet $\int_D f(x,y)$ udtrykker.

Figur 1: Den figur hvis rumfang integralet udtrykker