Im Folgenden zeigen wir, wie wir die Summe auf geschickte Weise aufgeteilt berechnen können. Anstatt für gerade k den Summanden zu addieren und für ungerade k einen recht ähnlichen Summanden zu subtrahieren, bilden wir die zunächst die Differenz zwischen den Summanden für gerades k und den darauffolgenden Summanden für ungerades k wie folgt:

$$\frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} - \frac{x^{2(k+1)+1}}{(2(k+1)+1)!} \overset{*}{=}$$

$$\frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} - \frac{x^{2k+1} * x^2}{(2k+1)! * (2k+2) * (2k+3)} =$$

$$\frac{x^{2k+1} * (2k+2) * (2k+3) - x^(2k+1) * x^2}{(2k+1)! * (2k+2) * (2k+3)} =$$

$$\frac{x^{2k+1}((2k+2) * (2k+3) - x^2)}{(2k+1)! * (2k+2) * (2k+3)} =$$

$$\frac{(4k^2 + 10k + 6 - x^2) * x^{2k+1}}{(2k+2) * (2k+3) * (2k+1)!} =$$

$$\frac{4k^2 + 10k + 6 - x^2}{(2k+2) * (2k+3)} * \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$$

(*) gilt, da
$\frac{x^{2(k+1)+1}}{(2(k+1)+1)!} = \frac{x^{2k+2+1}}{(2k+2+1)!} = \frac{x^{2k+1} * x^2}{(2k+1)! * (2k+2) * (2k+3)}$