

V406

Beugung am Spalt

Kalina Toben

kalina.toben@tu-dortmund.de

Daniel Wall

daniel.wall@tu-dortmund.de

Durchführung: 21.05.2019

1. Abgabe: 28.05.2019

2. Abgabe: 05.06.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
3 Durchführung	4
4 Auswertung	5
4.1 Beugung am Einzelspalt	5
4.2 Beugung am Doppelspalt und Vergleich	9
5 Diskussion	12
6 Anhang	12
Literatur	18

1 Zielsetzung

In diesem Versuch wird die Beugung einer Lichtwelle am Einzel- und Doppelspalt analysiert und die entsprechenden Beugungsfiguren gemessen und dargestellt.

2 Theorie

Nimmt Licht Wellencharakter an, kann mit den Huygensschen Prinzip das Auftreten von Beugungseffekten an einem Spalt erklärt werden. Das Prinzip besagt, dass an jeder Stelle einer Wellenfläche neue Elementarwellen entstehen, welche Kugelwellen sind. Sie interferieren miteinander und erzeugen eine neue Wellenfront. Bei der Beugung breitet sich das Licht in andere Richtungen unter einem Winkel aus. Es gibt zwei Arten von Beugung, in diesem Versuch wird nur die Fraunhofer Beugung betrachtet, da mit ihr mathematisch leichter gerechnet werden kann. Dort werden die Strahlen unter dem gleichen Winkel abgelenkt und das Licht tritt parallel auf den Spalt, anders als bei der Fresnel Beugung(s. Abbildung 1). Die Länge des Spalts ist groß gegen seine Breite b und die Quelle befindet sich theoretisch im Unendlichen.

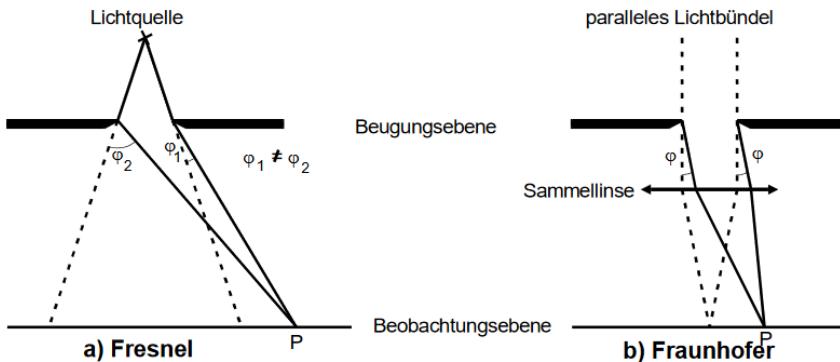


Abbildung 1: Fraunhofer- und Fresnel Beugung im Vergleich.[1].

Aus der Überlagerung der Elementarwellen, lässt sich der Schwingungszustand eines Punktes im Wellenfeld einer einfallenden ebenen Welle der Form $A(z, t) = A_0 \exp(i(\omega t - 2\pi z/\lambda))$ bestimmen. Hierbei ist λ die Wellenlänge und z die Richtung. Die Phasendifferenz zweier Strahlenbündel, die von zwei Punkten mit dem Abstand x ausgehen, berechnet sich durch

$$\delta = \frac{2\pi s}{\lambda} = \frac{2\pi x \sin \varphi}{\lambda} \quad (1)$$

wobei s den Wegunterschied beschreibt. Die Amplitude B in φ -Richtung berechnet sich durch

$$B(z, t, \varphi) = A_0 e^{i(\omega t - \frac{2\pi z}{\lambda})} e^{\frac{\pi i b \sin \varphi}{\lambda}} \frac{\lambda}{\pi \sin \varphi} \sin \left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} \right) \quad (2)$$

Allerdings sind nur die letzten beiden Faktoren relevant für diesen Versuch. Somit lässt sich die Amplitude in Abhängigkeit von φ mit der Abkürzung $\eta = \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}$ schreiben als

$$B(\varphi) = A_0 b \frac{\sin \eta}{\eta}. \quad (3)$$

Die Gestalt dieser Beugungsfigur für deinen Parallelspalt ist in Abbildung 2 dargestellt. Die Funktion hat also lokale Maxima und Minima, die sich immer näher an Null annähern. Es kann nur die zeitlich gemittelte Intensität gemessen werden, da die Lichtfrequenz zu hoch ist. Die Intensität ist proportional zum Quadrat der Amplitude

$$I(\varphi) \propto B(\varphi)^2 = A_0^2 b^2 \left(\frac{\lambda}{\pi b \sin \varphi} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} \right) \quad (4)$$

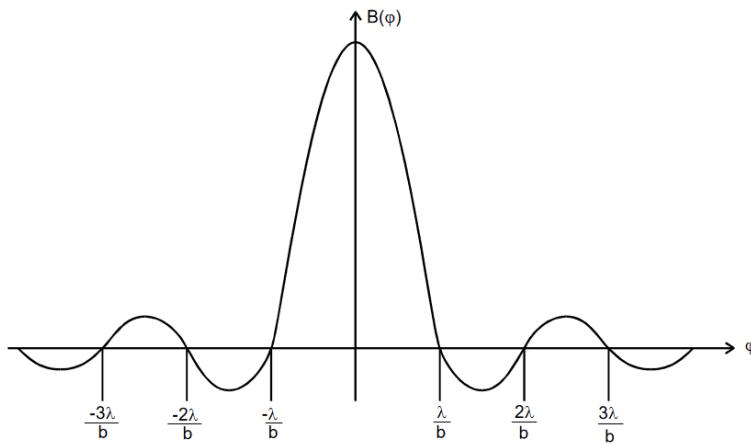


Abbildung 2: Amplitude einer an einem Spalt gebeugten Welle in Abhängigkeit von dem Winkel φ .[1].

Die Intensität für einen Doppelspalt kann als Überlagerung zweier Einfach-Spalte mit Breite b und Abstand s gesehen werden

$$I(\varphi) \propto B(\varphi)^2 = 4 \cos^2 \left(\frac{\pi s \sin \varphi}{\lambda} \right) \left(\frac{\lambda}{\pi b \sin \varphi} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} \right) \quad (5)$$

Zusätzliche Nulldurchgänge werden also auch auf Grund der \cos^2 -Verteilung gemessen.

3 Durchführung

In Abbildung 3 ist der Aufbau skizziert. Ein Laser mit Wellenlänge $\lambda = 635\text{nm}$ fällt auf einen Spalt. In einem Meter Entfernung befindet sich ein Detektor, bestehend aus einer Photodiode. Der Detektor kann mittels eines Messverschiebereiters verschoben werden. An einem mit dem Detektor verbundenen Amperemeter wird die Stromstärke abgelesen.

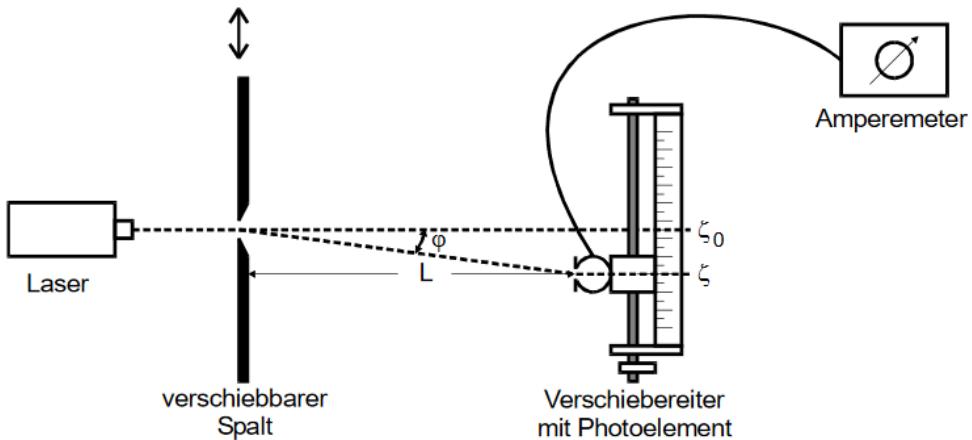


Abbildung 3: Versuchsaufbau zur Bestimmung der Beugungsfiguren.[1].

Zuerst muss der Dunkelstrom des Photoelements bestimmt werden, also der beim ausgeschalteten Laser gemessene Strom. Es werden zwei Einzelspalte mit unterschiedlicher Breite benutzt. Es muss darauf geachtet werden, dass der Detektor gerade ist um die Beugungsbilder richtig zu vermessen. Zur Justierung wird das Hauptmaximum mit dem Messverschiebereiter in die Mitte des Detektorspalts geschoben. Die Nebenmaxima sollen etwa die gleiche Intensität haben.

Um die Beugungsfigur auszumessen, wird die Intensität in Abhängigkeit von der Detektorstellung gemessen. Dazu wird der Detektor immer soweit verschoben, bis die Maxima und Minima auf dem Amperemeter angezeigt werden. Es muss darauf geachtet werden, dass genug Werte im Bereich der Nebenmaxima und Nebenminima aufgenommen werden, damit ein gutes Beugungsbild geplottet werden kann. 50 Intensitäten und zugehörige Detektorstellungen werden notiert. Sind die Messungen abgeschlossen, wird gleiches mit einem Doppelspalt durchgeführt.

4 Auswertung

4.1 Beugung am Einzelspalt

In diesem Kapitel wird mit den aufgenommenen Messwerten die Beugungsfigur zweier Einzelspalte graphisch dargestellt. Außerdem wird die Spaltbreite b experimentell bestimmt. Beim ersten Versuchsaufbau wurde der Spalt-Dioden Abstand L gewählt. Der Abstand, die Wellenlänge des benutzten Lasers λ , sowie, der zum Anfang gemessene Dunkelstrom I_{dunkel} betragen:

$$L_1 = 1,00 \text{ m}$$

$$\lambda = 635 \text{ nm}$$

$$I_{\text{dunkel}} = 0,32 \text{ nA.}$$

Der Dunkelstrom wird bei der Bestimmung der Spaltbreite und bei allen graphischen Darstellung der Beugungsfiguren von der gemessenen Lichtintensität abgezogen. Es wird angenommen, dass dieser in der kompletten Messreihe konstant ist. Die Ausgleichsrechnung für den Einzelspalt wird mit Gleichung xyz berechnet. Der Winkel ϕ ist approximiert das Verhältnis zwischen dem Abstand x in der Bildebene des Interferenzmusters und L der Spalt-Dioden Länge, also:

$$\phi \approx \frac{x}{L}.$$

Die Beugungsfigur, also die Messwerte und die Ausgleichsrechnung, befinden sich in Abbildung 4 und die Messpaare befinden sich in Tabelle 1.

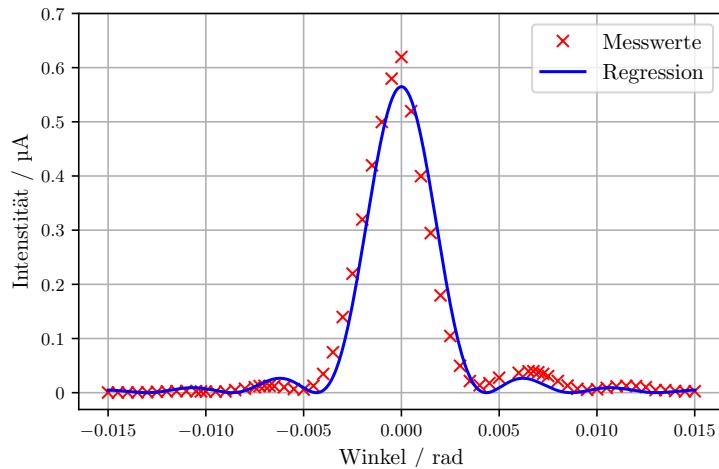


Abbildung 4: Beugungsfigur am Einzelspalt mit Spaltbreite $b_{1,\text{th}} = 0,15 \text{ mm}$.

Mit der Ausgleichsrechnung ergibt sich die Spaltbreite

$$b_{1,\text{exp}} = (0,1462 \pm 0,0035) \text{ mm.}$$

Beim zweiten Versuchsaufbau wurde derselbe Spalt-Dioden Abstand gewählt. Auch die Vorgehensweise bei diesem etwas breiteren Einzelspalt ist die selbe wie zuvor. Die Ausgleichsrechnung wird erneut mit Gleichung xyz durchgeführt. Die Beugungsfigur befindet sich in Abbildung 5 und die Messpaare befinden sich in Tabelle 2.

Tabelle 1: Die für die Bestimmung der Spaltbreite $b_{1,\text{exp}}$ benötigten Messpaare.

x / mm	$I / \mu\text{A}$	x / mm	$I / \mu\text{A}$
-15	0.00064	0.0	0.62
-14,5	0.00064	0.5	0.52
-14	0.00075	1	0.4
-13,5	0.0008	1.5	0.295
-13	0.0012	2	0.18
-12,5	0.0018	2.5	0.105
-12	0.0026	3	0.05
-11,5	0.0032	3.5	0.0218
-11	0.0033	4	0.014
-10,5	0.00295	4.5	0.018
-10,2	0.0027	5	0.028
-10	0.0024	6	0.037
-9,5	0.0022	6.5	0.04
-9	0.0027	6.75	0.04
-8,5	0.0052	7	0.038
-8	0.00765	7.25	0.035
-7,5	0.0105	7.5	0.031
-7,25	0.0125	8	0.022
-7	0.013	8.5	0.0135
-6,75	0.013	9	0.0075
-6,5	0.0125	9.5	0.0057
-6	0.0105	10	0.0066
-5,5	0.007	10.5	0.0092
-5	0.006	11	0.012
-4,5	0.013	11.5	0.013
-4	0.035	12	0.0125
-3,5	0.075	12.5	0.0105
-3	0.14	13	0.0051
-2,5	0.22	13.5	0.005
-2	0.32	14	0.0035
-1,5	0.42	14.5	0.0028
-1	0.5	15	0.003
-0,5	0.58		

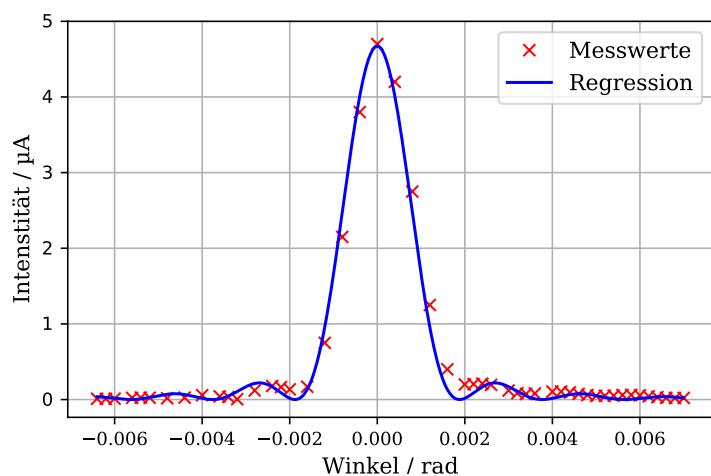


Abbildung 5: Beugungsfigur am Einzelspalt mit Spaltbreite $b_{2,\text{th}} = 0,4 \text{ mm}$.

Tabelle 2: Die für die Bestimmung der Spaltbreite $b_{2,\text{exp}}$ benötigten Messpaare.

x / mm	$I / \mu\text{A}$	x / mm	$I / \mu\text{A}$
-6,4	0.011	2,0	0.2
-6,2	0.01	2,2	0.205
-6,0	0.012	2,4	0.21
-5,6	0.0225	2,6	0.195
-5,4	0.025	3,0	0.12
-5,2	0.024	3,2	0.084
-4,8	0.0175	3,4	0.074
-4,4	0.026	3,6	0.081
-4,0	0.058	4,0	0.105
-3,6	0.042	4,2	0.105
-3,4	0.035	4,4	0.095
-3,2	0.005	4,6	0.075
-2,8	0.12	4,8	0.06
-2,4	0.18	5,0	0.05
-2,2	0.165	5,2	0.0495
-2,0	0.135	5,4	0.052
-1,6	0.17	5,6	0.06
-1,2	0.75	5,8	0.062
-0,8	2.15	6,0	0.056
-0,4	3.8	6,2	0.044
0,0	4.7	6,4	0.032
0,4	4.2	6,6	0.023
0,8	2.75	6,8	0.02
1,2	1.25	7,0	0.022
1,6	0.4		

Mit der Ausgleichsrechnung ergibt sich die Spaltbreite

$$b_{2,\text{exp}} = (0,338 \pm 0,005) \text{ mm}.$$

4.2 Beugung am Doppelspalt und Vergleich

Mithilfe der aufgenommenen Messwerte, welche in Tabelle 3 dargestellt sind, wird das Beugungsmuster eines Doppelspalts erstellt. Eine Ausgleichsrechnung nach Gleichung (5) wird durchgeführt und beide werden in Abbildung 6 dargestellt.

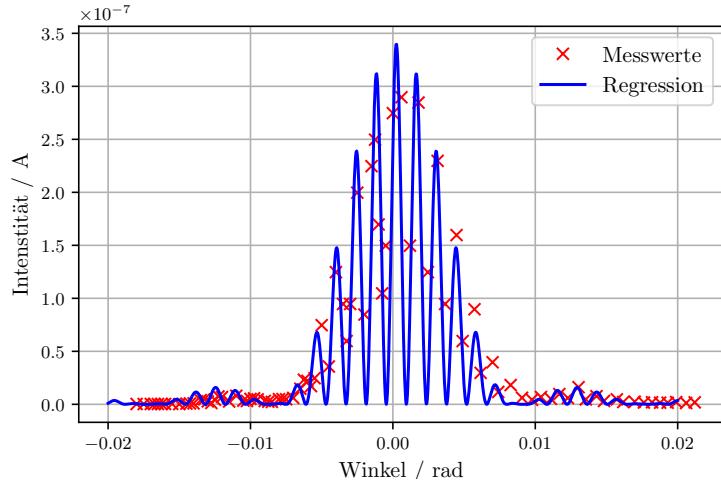


Abbildung 6: Beugungsfigur am Doppelspalt mit Spaltbreite $b_3 = 0,1$ mm und Abstand $s = 0,4$ mm.

Die mit der Ausgleichsrechnung nach Gleichung (5) bestimmte Spaltbreite b und Gitterkonstante s lauten:

$$b_{\text{Doppel,exp}} = (0.073 \pm 0.004) \text{ mm}, \\ s_{\text{Doppel,exp}} = (0.450 \pm 0.004) \text{ mm}.$$

Zuletzt wird die Beugungsfigur des ersten Einzelspalts mit einer skalierten Beugungsfigur des Doppelspalts in Abbildung 7 dargestellt.

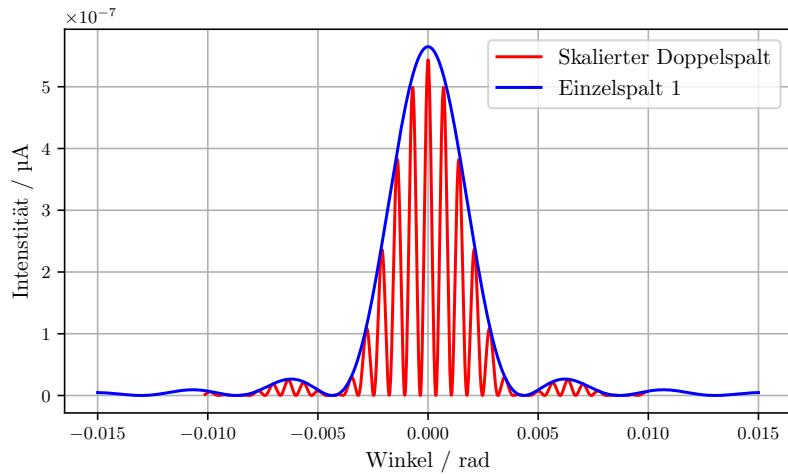


Abbildung 7: Skalierte Beugungsfigur des Doppelspalts und des ersten Einzelspalts.

Tabelle 3: Messdaten des Beugungsmusters des Doppelspalts.

x / mm	$I / \mu\text{A}$	x / mm	$I / \mu\text{A}$	x / mm	$I / \mu\text{A}$
-1.8	0.00064	-0.775	0.0053	0.573	0.09
-1.75	0.0006	-0.75	0.0051	0.616	0.03
-1.7	0.00064	-0.7	0.0064	0.700	0.04
-1.675	0.00066	-0.65	0.015	0.740	0.012
-1.65	0.00063	-0.625	0.0235	0.827	0.0185
-1.625	0.0006	-0.6	0.0225	0.907	0.0065
-1.6	0.00062	-0.575	0.0175	0.977	0.0046
-1.55	0.00074	-0.55	0.025	1.040	0.0072
-1.5	0.000515	-0.5	0.075	1.109	0.0055
-1.45	0.001	-0.45	0.036	1.169	0.01
-1.425	0.00115	-0.4	0.125	1.229	0.0063
-1.4	0.0012	-0.35	0.095	1.304	0.0165
-1.35	0.0043	-0.325	0.06	1.355	0.005
-1.325	0.005	-0.3	0.095	1.430	0.008
-1.3	0.0031	-0.25	0.2	1.483	0.0035
-1.275	0.0016	-0.2	0.085	1.573	0.005
-1.25	0.0047	-0.15	0.225	1.618	0.0025
-1.225	0.0078	-0.125	0.25	1.698	0.0028
-1.2	0.0072	-0.1	0.17	1.763	0.002
-1.15	0.003	-0.075	0.105	1.820	0.00225
-1.1	0.0084	-0.05	0.15	1.877	0.00185
-1.05	0.0038	0	0.275	1.930	0.0018
-1.025	0.0035	0.060	0.29	1.990	0.00245
-1	0.0054	0.120	0.15	2.060	0.00155
-0.975	0.006	0.180	0.285	2.120	0.0022
-0.95	0.005	0.246	0.125		
-0.9	0.0035	0.314	0.23		
-0.875	0.0028	0.367	0.095		
-0.85	0.0026	0.447	0.16		
-0.8	0.0052	0.490	0.06		

5 Diskussion

Die berechneten Spaltbreiten der Einzelspalte, sowie Spaltbreite und Gitterkonstante des Doppelspalts werden mit den Herstellerangaben verglichen:

$$\text{Spaltbreite: } b_{1,\text{exp}} = (0,1462 \pm 0,0035) \text{ mm},$$

$$\text{Herstellerangabe: } b_{1,\text{th}} = 0,15 \text{ mm},$$

$$\text{Abweichung: } p_1 = 2,53 \%,$$

$$\text{Spaltbreite: } b_{2,\text{exp}} = (0,338 \pm 0,005) \text{ mm},$$

$$\text{Herstellerangabe: } b_{2,\text{th}} = 0,4 \text{ mm},$$

$$\text{Abweichung: } p_2 = 15,50 \%,$$

$$\text{Spaltbreite: } b_{\text{Doppel,exp}} = (0,073 \pm 0,004) \text{ mm},$$

$$\text{Herstellerangabe: } b_{\text{Doppel,th}} = 0,1 \text{ mm},$$

$$\text{Abweichung: } p_2 = 27,00 \%,$$

$$\text{Gitterkonstante: } s_{\text{Doppel,exp}} = (0,450 \pm 0,004) \text{ mm},$$

$$\text{Herstellerangabe: } s_{\text{Doppel,th}} = 0,5 \text{ mm},$$

$$\text{Abweichung: } p_2 = 10,00 \%.$$

Hierbei wird deutlich, dass diese relativ wenig von den Herstellerangaben abweichen. Es ist jedoch anzumerken, dass für die Ausgleichsrechnungen jeweils Anfangsparameter festgelegt werden mussten, sodass nicht gewährleistet ist, dass die berechneten Ausgleichsfunktionen treffend sind. Da diese dem Verlauf der Messwerte jedoch sehr gut folgen, und da die aus den Parametern der Ausgleichsrechnung berechneten Werte für die Spaltbreiten und für die Gitterkonstante relativ nah an den jeweiligen Herstellerangaben liegen, ist jedoch anzunehmen, dass die Ausgleichsrechnungen recht genau und sinnvoll erfolgt sind.

Auffällig ist, dass die Messwerte selbst nach Bereinigung um den Dunkelstrom nie den Wert null annehmen, wie es jedoch theoretisch anzunehmen wäre. Ein möglicher Grund hierfür ist eine unzureichende Schärfe des Interferenzbildes. Dies ist besonders beim Doppelspalt zu beobachten.

Bei dem Vergleich der Beugungsfiguren von Doppel- und Einzelspalt ist zu erkennen, dass die des Einzelspalts die Einhüllende des Doppelspalts darstellt, wenn die des Doppelspalts dementsprechend skaliert wurde, was die Annahmen der Theorie bestätigt.

6 Anhang

Im folgenden sind die Kopien der Messwerte aufgelistet.

Doppelgauß

μA	I	x/cm	I	x/cm	$0,1\text{mm}$	$0,1\text{mm}$
						$0,4\text{mm}$
0,15	0,275	0	3,5	-0,8		
	0,15	-0,05	5	-0,95		
	0,15		6	-0,975		
0,105	0,105	-0,075	5,4	-1		
0,17	0,17	-0,1	3,5	-1,025		
0,25	0,25	-0,125	3,8	-1,05		
0,25	0,25	-0,15	8,4	-1,1		
	0,105		3	-1,15		
0,085	0,085	-0,2	7,2	-1,2		
0,2	0,2	-0,25	7,8	-1,225		
0,095	0,095	-0,23	4,7	-1,25		
0,06	0,06	-0,325	1,6	-1,275		
0,095	0,095	-0,35	3,1	-1,3		
0,025	0,025	-0,4	5	-1,325		
0,036	0,036	-0,45	4,3	-1,35		
0,075	0,075	-0,5	1,2	-1,4		
0,025	0,025	-0,55	1,15	-1,425		
0,0175	0,0175	-0,575	1	-1,45		
0,0225	0,0225	-0,6	0,515	-1,5		
0,0235	0,0235	-0,625	0,74	-1,55		
0,015	0,015	-0,65	0,62	-1,6		
$\overline{\mu A}$	6,4	-0,7	0,6	-1,625		
5,1	5,1	-0,75	0,63	-1,65		
5,3	5,3	-0,775	0,66	-1,675		
5,2	5,2	-0,88	0,64	-1,67		
2,6	2,6	-0,85	0,6	-1,75		
2,8	2,8	-0,875	0,64	-1,8		

$\bullet h = 0,4 \text{ mm}$

I	x/mm	I/mA	x/mm
$1,47$	0	0,21	2,4
$3,87$	-0,4	0,195	2,6
$2,15$	-0,8	0,12	3,0
0,75	-1,2	0,084	3,2
0,17	-1,6	0,074	3,4
0,135	-2	0,084	3,6
$0,165$	-2,2	0,105	4
0,18	-2,4	0,105	4,2
0,12	-2,8	0,095	4,4
0,005	-3,2	0,075	4,6
0,035	-3,4	0,066	4,8
0,042	-3,6	0,055	5
0,058	-4	0,0495	5,2
0,026	-4,4	0,052	5,4
0,0185	-4,8	0,06	5,6
0,024	-5,2	0,062	5,8
0,025	-5,4	0,056	6
0,0225	-5,6	0,044	6,2
0,012	-6	0,032	6,4
0,01	-6,2	0,023	6,6
0,011	-6,4	0,02	6,8
4,2	0,4	0,022	7
2,85	0,8		
1,25	0,2		
0, 8 ⁴	1,6		
0, 8	2		14
0,205	2,2		

Einstellung		b = 0,15 mm				
I / μA	x / mm	T	x / mm	I	xx x	
0,62	0	2,6	-12	6,6	10	
0,58	-0,5	1,8	-12,5	9,2	10,5	
0,5	-1	1,2	-13	μA 0,012	11	
0,42	-1,5	0,8	-13,5	0,013	11,5	
0,32	-2	0,75	-14	0,0125	12	
0,22	-2,5	0,64	-14,5	0,0105	12,5	
0,14	-3	<u>0,64</u>	-15	$0,005\frac{1}{2}$	13	
0,075	-3,5	μA 0,52	0,5	0,005	13,5	
0,035	-4	0,4	1 1	0,0035	14	
0,013	-4,5	0,295	1,5	nA 2,8	14,5	
μA 6	-5	0,180	2	3	15	
7	-5,5	0,105	2,5			
μA 0,0105	-6	0,05	3			
0,0125	-6,5	0,0218	3,5			
0,013	-6,75	0,014	4			
0,013	-7	0,018	4,5			
0,0125	-7,25	0,028	5			
μA 7,65	-7,5	0,037	6			
μA 7,65	-8	0,04	6,5 6,75			
5,2	-8,5	0,038	6,7			
2,7	-9	0,035	7,25			
2,2	-9,5	0,031	7,5			
2,4	-10	0,022	8			
2,7	-10,25	0,0135	8,5			
2,95	-10,5	μA 0,0075	9			
3,3	-11	μA 15	9,5			
3,2	-11,5	μA 5,7				

V406 $\lambda = 635 \text{ nm}$

Abstand 1m

Dunkelstrom $I = 0,32 \mu\text{A}$

Gitterspalt: $b = 0,075 \text{ mm}$

$I / \mu\text{A}$ x / mm $|I|$ x / mm

~~0,135 μA~~

0

~~0,13 μA~~

-0,5

~~0,125 μA~~

-1

~~0,102 μA~~

-1,5

~~0,095~~

-2

~~0,086~~

-2,5

~~0,079~~

-3

~~0,072~~

-3,5

~~0,063~~

-4

~~0,050~~

-4,5

~~0,044~~

-5

~~0,036~~

-5,5

~~0,027~~

-6

~~0,022~~

-6,5

~~0,017~~

-7

~~0,013~~

-7,5

~~0,009~~

-8

~~0,0065~~

-8,5

~~0,0045~~

-9

~~0,0035~~

-9,5

~~2,05~~

-10

~~1,4~~

-10,5

~~1,0~~

-11

~~0,8~~

-11,5

~~0,75~~

-12

μA	I	\times	Addiere- =	I	\times
0,29	0,20	MA	0,20	1,85	57
0,15	0,060			2,3	57
0,285	60	110		1,8	53
0,135	66	186		2,45	60
0,23	60	266		1,55	70
0,095	68	314		2,2	60
0,160	53	367			
0,060	80	447			
0,09	43	450			
0,03	83	573			
0,04	43	616			
0,012	84	700			
0,0185	40	710			
0,0065	87	827			
$n\text{A}$	4,6	80	907		
	7,2	70	977		
	5,5	63	1040		
μA	0,01	69	1109		
$n\text{A}$	6,3	60	1169		
μA	0,0185	60	1229		
	0,005	75	1304		
	0,008	51	1355		
	0,0035	75	1430		
$n\text{A}$	5	53	1483		
	2,5	90	1573		
	2,8	45	1618		
	2	80	1768		
	2,25	65	1763		

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Anleitung zum Versuch 406, Beugung am Spalt*. 23. Mai 2019. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V406.pdf>.