

V102

## Drehschwingungen

Kalina Toben

kalina.toben@tu-dortmund.de

Daniel Wall

daniel.wall@tu-dortmund.de

Durchführung: 20.11.2018

Abgabe: 27.11.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
1.1	Die elastische Konstante $G$ . . . . .	4
1.2	Das magnetische Moment eines Permanentmagneten . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Durchführung</b>	<b>6</b>
2.1	Bestimmung des Schubmoduls . . . . .	7
2.2	Bestimmung des magnetischen Momentes eines Permanentmagneten . . .	8
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>9</b>
<b>4</b>	<b>Diskussion</b>	<b>10</b>
	<b>Literatur</b>	<b>10</b>

# 1 Theorie

Wirken sogenannte Oberflächenkräfte auf einen festen Körper, erfahren sie Gestalts- oder Volumenänderungen. Die Spannung die dabei auftritt, hat eine senkrecht zur Oberfläche stehende Komponente, welche Normalspannung  $\sigma$  oder auch Druck  $P$  genannt wird, und eine Tangential-Komponente, welche Schubspannung  $\tau$  heißt. Nimmt der Körper nach der Verformung seine ursprüngliche Gestalt an, spricht man von einer elastischen Deformation.

Mit Hilfe des Hookeschen Gesetzes

$$P = Q \frac{\Delta V}{V}, \quad (1)$$

wird der Zusammenhang der Spannung und Deformation beschrieben. Dieses gilt nur für kleine Spannungen. Ein Körper besteht aus einem Kristallgitter, also einer regelmäßigen Anordnung von Atomen und Molekülen. Ist die Symmetrie des Kristalls niedrig, sind die elektrostatischen Kräfte richtungsabhängig, und man braucht insgesamt 36 elastische Konstanten. Da sich in diesem Experiment aber auf isotrope Körper beschränkt wird, die Konstanten also richtungsunabhängig sind, werden nur 4 Konstanten benötigt. Diese sind das Schubmodul  $G$ , welches die Gestaltelastizität beschreibt, das Kompressionsmodul  $K$ , welches die Volumenelastizität beschreibt, das Elastizitätsmodul  $E$ , zur Beschreibung der Längenänderung, wenn eine Normalspannung wirkt, und die Poissonsche Querkontraktionszahl  $\mu$ , zur Beschreibung der Längenänderung senkrecht zur Richtung der Normalspannung.

Die Querkontraktionszahl bestimmt sich aus

$$\mu = -\frac{\Delta B}{B} \cdot \frac{L}{\Delta L}, \quad (2)$$

mit Breite  $B$  und Länge  $L$  eines Stabes aus Abbildung (1). Insgesamt gelten folgende Beziehungen zwischen den Konstanten:

$$E = 2G(\mu + 1) \quad (3)$$

und

$$E = 3(1 - 2\mu)Q. \quad (4)$$

Nur die Konstanten  $E$  und  $G$  lassen sich experimentell bestimmen; die beiden anderen Konstanten müssen aus den obigen Gleichungen berechnet werden.

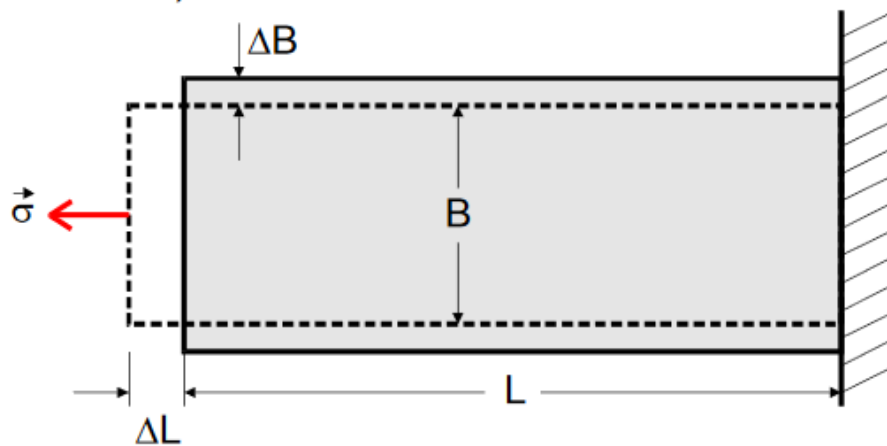


Abbildung 1: Skizze mit den Maßen eines Stabes.[1]

### 1.1 Die elastische Konstante $G$

In diesem Versuch werden dynamische Messverfahren beschrieben, in denen die Spannung von der Zeit abhängt. Damit werden Fehler vermieden, die durch elastische Nachwirkung entstehen können. Bei jener stellt sich die Deformation nicht direkt auf einen endgültigen Wert ein.

Um das Schubmodul  $G$  zu bestimmen, wird das Prinzip der Torsion angewandt (s. Abbildung (2)). Dabei wird ein Körper an einem Ende fest eingespannt, und am anderen Ende werden an zwei Punkten Kräfte angreifen. Ein Drehmoment entsteht, welches allerdings auch vom Hebelarm abhängt (dem Abstand des Massepunktes von der Drehachse). Da dieser nicht konstant ist, muss der Körper in mehrere Hohlzylinder zerlegt werden, und zuletzt über den gesamten Radius integriert werden, was schließlich auf

$$M = \frac{2}{\pi} G \frac{R^4}{L} \phi \quad (5)$$

führt, mit Radius  $R$  und Länge  $L$ . Es lässt sich eine lineare Beziehung zwischen Drehmoment und Drehwinkel erkennen. Die Konstante

$$D = \frac{\pi G R^4}{2L} \quad (6)$$

nennt man Richtgröße.

Um die dynamische Variante zu nutzen, wird an das untere Ende des Drahtes ein Körper mit einem bestimmten Trägheitsmoment  $\theta$  eingehangen. Tordiert man den Draht nun, wird das System ausgelenkt, und es führt Drehschwingungen aus. Diese kommen dadurch zustande, dass nun zwei Drehmomente wirken, einmal das in Gleichung (5) beschriebene, und jenes der rotierenden Masse. Dieses wird beschrieben durch

$$M_T = \theta \frac{d^2 \phi}{dt^2}. \quad (7)$$

Somit lässt sich die Bewegungsgleichung des Systems beschrieben mit

$$D\phi + \theta \frac{d^2\phi}{dt^2} = 0. \quad (8)$$

Der Ansatz

$$\phi(t) = \phi_0 \cos \frac{2\pi}{T} t \quad (9)$$

löst die Gleichung, wobei

$$T = 2\pi \sqrt{\theta/D} \quad (10)$$

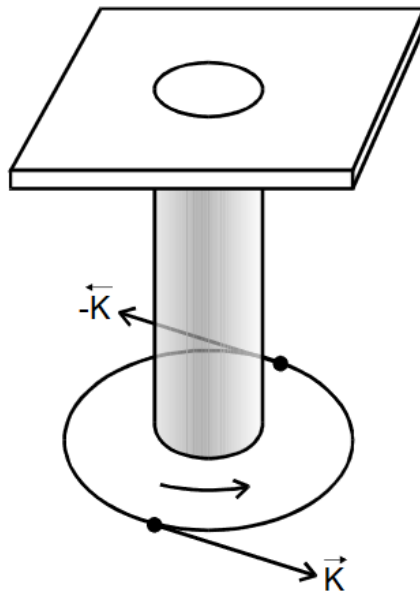
ist.

Das Trägheitsmoment einer Kugel muss also bekannt sein, und errechnet sich aus

$$\theta_{\text{Kugel}} = \frac{2}{5} m_K R_K^2. \quad (11)$$

Aus den Gleichungen (6), (10) und (11) ergibt sich nun schließlich:

$$G = \frac{16\pi}{5} \frac{m_K R_K^2 L}{T^2 R^4}. \quad (12)$$



**Abbildung 2:** Torsion eines Zylinders.[1]

## 1.2 Das magnetische Moment eines Permanentmagneten

Das magnetische Moment ist gegeben durch

$$\vec{m} = p\vec{a}, \quad (13)$$

wobei der Vektor  $\vec{a}$  vom Nordpol zum Südpol zeigt, und  $p$  die Polstärke ist. In einem homogenen Magnetfeld  $\vec{B}$  wirken auf den Magneten zwei entgegengesetzt gleiche Kräfte. Somit wirkt nur ein Drehmoment  $\vec{M}_{\text{Mag}}$  auf den Magneten

$$\vec{M}_{\text{Mag}} = p\vec{a} \times \vec{B} = \vec{m} \times \vec{B}, \quad (14)$$

mit Betrag

$$M_{\text{Mag}} = mB\sin\gamma, \quad (15)$$

wobei  $\gamma$  der Winkel zwischen dem Magnetfeld und dem magnetischen Moment ist. Wird ein System, welches sich in einem Magnetfeld befindet, ausgelenkt, und zeigt die Dipolachse in Richtung des Feldes ( $\gamma = \phi$ ), ergibt sich folgende Bewegungsgleichung:

$$mB\sin\phi + D\phi + \theta \frac{d^2\phi}{dt^2} = 0. \quad (16)$$

Wieder lässt sich die Gleichung mit einem Kosinus-Ansatz lösen, mit

$$T_m = 2\pi\sqrt{\frac{\theta}{mB + D}} \quad (17)$$

als Periode.

## 2 Durchführung

Der Versuch wird mit der Apparatur in Abbildung (3) durchgeführt. Sie besteht aus einem Torsionsdraht, und einer daran aufgehängenen Kugel mit einem Permanentmagneten.

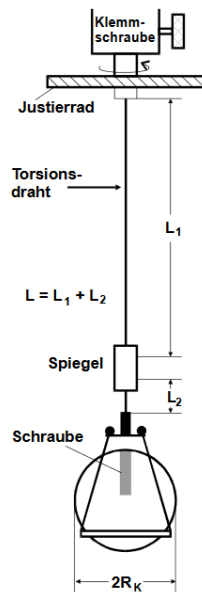


Abbildung 3: Messapparatur ohne Zeitmessvorrichtung.[1]

## 2.1 Bestimmung des Schubmoduls

Zuerst wird sichergestellt, dass der Magnet vertikal in der Kugel liegt, damit das Erdmagnetfeld die Messung nicht beeinflussen kann. Das System wird in Schwingung versetzt und mit einer elektronischen Stoppuhr wird die Periodendauer gemessen. Eine Torstufe stellt sicher, dass die Zählung zum richtigen Zeitpunkt beginnt. Das dafür erforderliche Signal wird mit einer Lichtschranke erzeugt (s. Abbildung (4)). Immer, wenn die Photoiode von einem Lichtstrahl getroffen wird, gibt sie ein Signal ab, welches mittels einer digitalen Schaltung auf die Torstufe geleitet wird.

Ist alles aufgebaut, wird der Spiegel mittels des Justierrades so eingestellt, dass der Lichtstrahl etwas neben die Photoiode fällt. Lenkt man das System aus, indem man das Justierrad dreht, wird der Lichtstrahl an der Photoiode hinweg geführt zum Umkehrpunkt, und schließlich wieder zurück. Somit ist nach dem dritten Impuls eine Periode vergangen, und die Zeit kann abgelesen werden. Für diese Methode werden 10 Schwingungen gemessen. Es ist zu beachten, dass die Kugel nur um kleine Winkel ausgelenkt werden darf, und sie keine Pendelbewegungen ausführen darf.

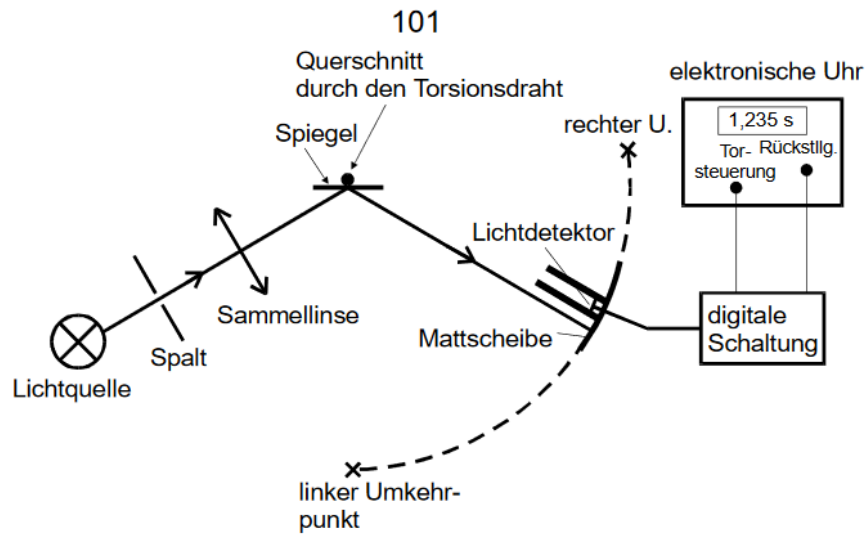


Abbildung 4: Prinzip der Messung der Periode.[1]

## 2.2 Bestimmung des magnetischen Momentes eines Permanentmagneten

Das Magnetfeld wird von einer Helmholtz-Spule erzeugt (s. Abbildung (5)). Diesmal muss der Magnet horizontal in der Kugel liegen, so dass die Dipolachse parallel zur Feldrichtung steht. Das System wird wie im Abschnitt vorher in Schwingung versetzt, nur diesmal werden für 5 verschiedene Stromstärken je 5 Perioden ermittelt. Auch bei dieser Messung wird mit Kleinwinkelnäherung gerechnet, somit darf die Auslenkung nicht allzu groß sein.



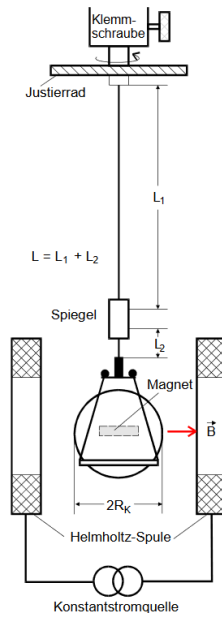


Abbildung 5: Messapparatur mit Helmholtz-Spule.[1]

### 3 Auswertung

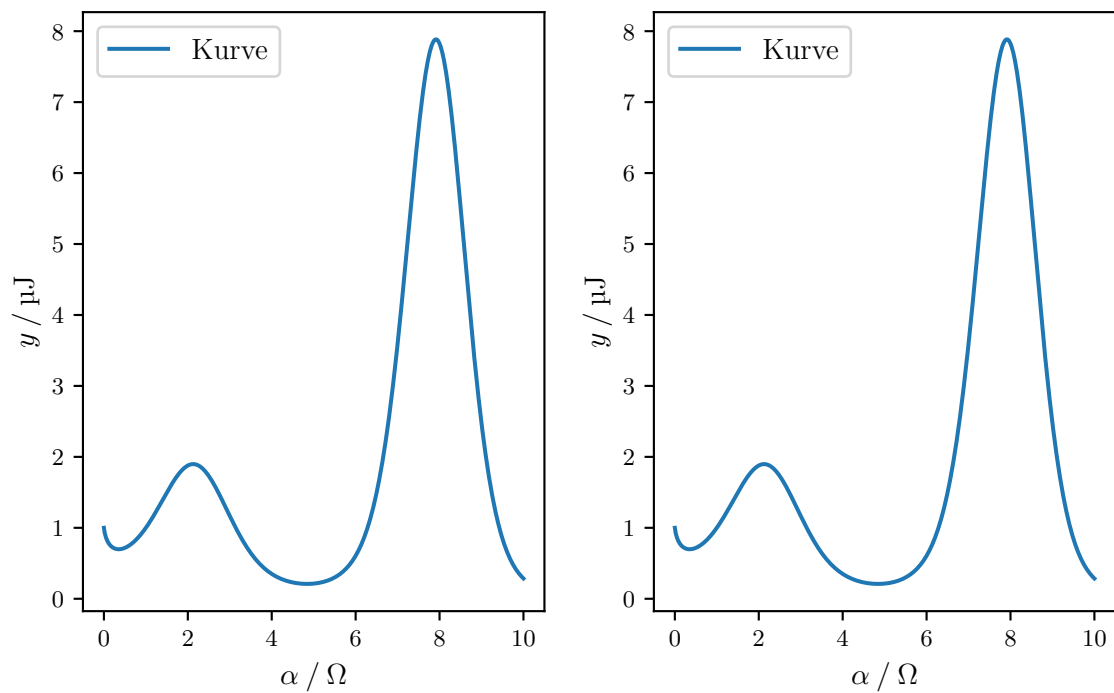


Abbildung 6: Plot.

## 4 Diskussion

### Literatur

- [1] TU Dortmund. *Anleitung zum Versuch 102, Drehschwingungen*. 26. Nov. 2018. URL: <http://129.217.224.2/HOME PAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V102.pdf>.