

VERSUCH NUMMER

TITEL

AUTOR A

authorA@udo.edu

AUTOR B

authorB@udo.edu

Durchführung: DATUM

Abgabe: DATUM

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
3 Durchführung	4
4 Auswertung	4
4.1 Bestimmung der Winkelrichtgröße	4
4.2 Bestimmung des Trägheitsmoments der Drillachse	5
4.3 Bestimmung des Trägheitsmoments für zwei Körper	6
4.4 Bestimmung des Trägheitsmoments einer Modellpuppe	6
5 Diskussion	6
Literatur	6

1 Zielsetzung

In diesem Versuch wird das Trägheitsmoment verschiedener geometrischer Körper bestimmt und der Steiner'sche Satz bestätigt.

2 Theorie

Das Trägheitsmoment I ist eine Größe, die zur Charakterisierung der Dynamik von Drehbewegungen benutzt wird. Für eine punktförmige Masse m , die sich im Abstand r zu einer festen Rotationsachse befindet, ergibt sich für dieses

$$I = mr^2. \quad (1)$$

Das Gesamtträgheitsmoment ausgedehnter Körper setzt sich aus den Einzelträgheitsmomenten der Masselemente m_i , welche sich im Abstand r_i zur Drehachse befinden, zusammen. Folglich gilt für das Gesamtträgheitsmoment:

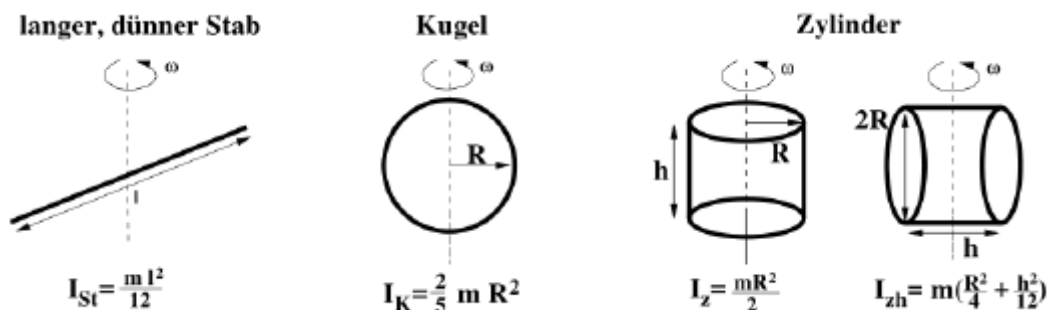
$$I = \sum_i r_i^2 \cdot m_i \quad (2)$$

Für infinitesimale Massen dm ergibt sich folglich

$$I = \int r^2 dm. \quad (3)$$

Die Trägheitsmomente einiger geometrischer Körper sind Abb.1 zu entnehmen. Die

Abbildung 1: Trägheitsmomente geometrischer Körper. [1]



vorherigen Fälle beziehen sich auf Rotationsbewegungen, bei denen die Rotationsachse durch den Schwerpunkt des Körpers verläuft. Ist dies nicht der Fall, so berechnet sich das Trägheitsmoment mit Hilfe des Steiner'schen Satzes:

$$I = I_s + m \cdot a^2,$$

wobei I_s das Trägheitsmoment bezüglich der Drehachse durch den Körperschwerpunkt und a der Abstand der tatsächlichen Drehachse zum Schwerpunkt ist.

Wenn auf einen drehbaren Körper die Kraft \vec{F} im Abstand \vec{r} der Achse angreift, so wirkt auf ihn ein Drehmoment \vec{M}

$$\vec{M} = \vec{F} \times \vec{r}. \quad (4)$$

Wenn dem Körper, welcher um den Winkel φ gedreht wird, ein rücktreibendes Drehmoment, beispielsweise durch eine Feder, entgegen, so handelt es sich um ein schwingendes System, welches harmonische Oszillationen ausführt. Die Periodendauer T ist dabei

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}}. \quad (5)$$

Hierbei stellt D die Winkelrichtgröße dar. Sie steht mit dem Drehmoment M über

$$M = D \cdot \varphi \quad (6)$$

in Verbindung. Das System führt nur für kleine Drehwinkel φ harmonische Schwingungen aus.

Die Winkelrichtgröße D kann statisch durch Messen der Kraft senkrecht zum Bahnradius bei Auslenkung um den Drehwinkel φ bestimmt werden

$$D = \frac{F \cdot r}{\varphi}. \quad (7)$$

Bei dynamischen Messungen wird das System zu harmonischen Schwingungen angeregt. Aus Gl. (5) folgt

$$I = \frac{T^2 D}{4\pi^2},$$

wobei I nun das gesamte Trägheitsmoment darstellt. Um das Trägheitsmoment I_K des Rotationskörpers zu erhalten, muss noch das Trägheitsmoment I_D der Drillachse subtrahiert werden. Somit ergibt sich:

$$I_K = \frac{T^2 D}{4\pi^2} - I_D. \quad (8)$$

[1]

3 Durchführung

4 Auswertung

4.1 Bestimmung der Winkelrichtgröße

Die Winkelrichtgröße wird aus Gleichung (4) bestimmt. In Tabelle () sind alle dafür benötigten Größen, also Abstand des Mittelpunktes der Drillachse zur angesetzten Federwaage, Auslenkungswinkel, und gemessene Kraft, dargestellt, wie zuletzt auch die

berechnete Winkelrichtgröße. Dabei wurde für je einen Winkel zweimal der Abstand geändert und gemessen. Die Unsicherheit des Abstandes wird auf 0.05 mm geschätzt.

Tabelle 1: Werte zur Berechnung der Winkelrichtgröße

ϕ	F/N	r/m	$D/\text{Nm}/10^{-3}$
30°	0.46	0.02965 ± 0.00005	0.455 ± 0.00077
30°	0.26	0.04945 ± 0.00005	0.429 ± 0.00043
40°	0.62	0.02965 ± 0.00005	0.460 ± 0.00076
40°	0.39	0.04945 ± 0.00005	0.482 ± 0.00049
50°	0.80	0.02965 ± 0.00005	0.474 ± 0.00080
50°	0.48	0.04945 ± 0.00005	0.475 ± 0.00048
60°	0.94	0.02965 ± 0.00005	0.465 ± 0.00078
60°	0.57	0.04945 ± 0.00005	0.470 ± 0.00048
70°	1.10	0.02965 ± 0.00005	0.466 ± 0.00079
70°	0.66	0.04945 ± 0.00005	0.466 ± 0.00047

Der Mittelwert aller Winkelrichtgrößen beträgt:

$$D = (0.464 \pm 0.0005) \cdot 10^{-3} \text{Nm} \quad (9)$$

4.2 Bestimmung des Trägheitsmoments der Drillachse

In folgender Tabelle wird die Schwingungsdauer T und der zugehörige Abstand a vom Mittelpunkt der Drillachse bis zum Schwerpunkt der Gewichte dargestellt. Dabei wurde für einen Abstand 10 Schwingungen gemessen und das Ergebnis durch 10 geteilt.

Tabelle 2: Gemessene Schwingungsdauern und Abstände

a/mm	T/s
60 ± 0.05	2.46 ± 0.5
80 ± 0.05	2.79 ± 0.5
100 ± 0.05	3.16 ± 0.5
120 ± 0.05	3.54 ± 0.5
140 ± 0.05	3.97 ± 0.5
160 ± 0.05	4.40 ± 0.5
180 ± 0.05	4.86 ± 0.5
200 ± 0.05	5.28 ± 0.5
220 ± 0.05	5.76 ± 0.5
240 ± 0.05	6.24 ± 0.5

4.3 Bestimmung des Trägheitsmoments für zwei Körper

In diesem Auswertungsteil werden die Trägheitsmomente für eine Kugel und einen Zylinder berechnet, deren Drehachsen ihren Symmetrieachsen entsprechen. Für die Kugel wurden je 8 Schwingungen gemessen, für den Zylinder je 5.

Tabelle 3: Schwingungsdauer eines Zylinder und einer Kugel

T_Z/s	T_K/s
0.72	1.47
0.75	1.45
0.74	1.48
0.74	1.44
0.74	1.46

4.4 Bestimmung des Trägheitsmoments einer Modellpuppe

Es wird die Schwingungsdauer einer Puppe für zwei unterschiedliche Posen P_1 und P_2 bestimmt. Bei der ersten Pose sind Arme und Beine am Körper angewinkelt und in der zweiten sind Arme senkrecht zum Körper nach außen gestreckt, und die Beine entgegengesetzt nach hinten bzw. vorne gestreckt. Für die erste Pose werden 5 Schwingungen gemessen, für die zweite 10.

Tabelle 4: Schwingungsdauer der Modellpuppe

T_{P_1}/s	T_{P_2}/s
0.34 ± 0.5	0.85 ± 0.5
0.35 ± 0.5	0.85 ± 0.5
0.36 ± 0.5	0.84 ± 0.5
0.38 ± 0.5	0.85 ± 0.5
0.35 ± 0.5	0.86 ± 0.5

5 Diskussion

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch zum Literaturverzeichnis*. 2014.