

V408

Geometrische Optik

Kalina Toben

kalina.toben@tu-dortmund.de

Daniel Wall

daniel.wall@tu-dortmund.de

Durchführung: 28.05.2019

Abgabe: 04.06.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
3 Durchführung	5
4 Auswertung	6
4.1 Verifizierung der Linsengleichung	6
4.2 Bestimmung der Brennweite einer Linse durch Bessel	7
4.3 Bestimmung der Brennweite eines Linsensystems durch Abbe	10
5 Diskussion	12
Literatur	13

1 Zielsetzung

Es werden die Brennweiten verschiedener Sammellinsen und eines Linsensystems bestimmt.

2 Theorie

Da Linsen meist aus einem dichteren Material als ihre Umgebung bestehen, werden Lichtstrahlen beim Ein- und Austreten aus der Linse gebrochen. Unterschieden wird in der Optik zwischen Sammel- und Zerstreuungslinsen. Sammellinsen sind konvex geformt und bündeln parallele Strahlen im Brennpunkt f . Da Bildweite b und Brennweite f positiv sind, entsteht ein reelles Bild hinter der Sammellinse, wie in Abbildung 1 zu erkennen ist.

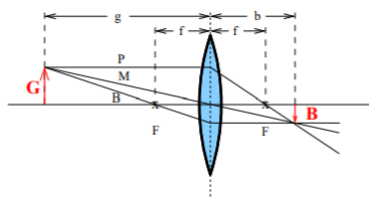


Abbildung 1: Bildkonstruktion an einer Sammellinse. [1, S.1]

Zerstreuungslinsen sind konkav geformt und erzeugen wegen ihrer negativen Brennweite f ein virtuelles Bild vor der Linse. Dies ist in Abbildung 2 dargestellt.

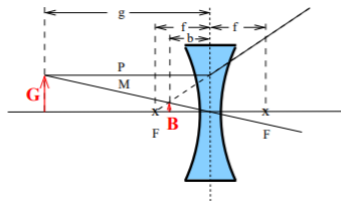


Abbildung 2: Bildkonstruktion an einer Zerstreuungslinse.[1, S.1]

Bisher betrachtet wurden dünnen Linsen, bei welchen sich die Konstruktion des Bildes auf die Mittelebene der Linse reduzieren lässt. Bei dicken Linsen, wie in Abbildung 3 zu sehen, werden zur Bildkonstruktion zwei Hauptebenen H und H' eingeführt.

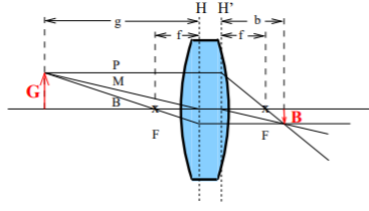


Abbildung 3: Bildkonstruktion durch Einführung zweier Hauptebenen an einer dicken Linse.[1, S.1]

In allen drei Fällen werden zur Konstruktion drei Strahlen verwendet. Der Parallelstrahl P läuft parallel zur optischen Achse vom Gegenstand zur Mittel- bzw Hauptebene, wird gebrochen und wird dann zum Brennpunktstrahl. Der Brennpunktstrahl B verläuft durch den Brennpunkt bevor er an in der Linse gebrochen wird und dann zum Parallelstrahl wird. Der Mittelpunktstrahl M verläuft vom Gegenstand durch die Mitte der Linse und ändert dabei seine Richtung nicht. Für Bildgröße B , Gegenstandsgröße G , Bildweite b , Gegenstandsweite g und Abbildungsmaßstab V gilt das Abbildungsgesetz:

$$V = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}. \quad (1)$$

Aus diesem wiederum folgt für dünne Linsen die Linsengleichung:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}, \quad (2)$$

wobei f die Brennweite der Linse darstellt. Wenn Brennweite, Gegenstandsweite sowie Bildweite zur jeweiligen Hauptebene bestimmt werden, behält die Linsengleichung auch für dicke Linsen ihre Gültigkeit. Experimentell lässt sich die Brennweite f außerdem durch die Methoden von Bessel und Abbe bestimmen. Bei der Methoden nach Bessel wird der Abstand zwischen Bild und Gegenstand konstant gehalten und es werden die beiden Linsenpositionen bestimmt, bei denen das Bild scharf ist. Bei dieser symmetrischen Linsenstellung sind Bild- und Gegenstandsweite vertauscht, es gilt also $b_1 = g_2$ und $b_2 = g_1$. Mit Hilfe des Abstands $e = g_1 + b_1 = g_2 + b_2$ zwischen Bild und Gegenstand und dem Abstand $d = g_1 - b_1 = g_2 - b_2$ zwischen den beiden Linsenpositionen ergibt sich für die Brennweite f :

$$f = \frac{e^2 - d^2}{4e}. \quad (3)$$

Bei der Methode nach Abbe wird die Brennweite eines Linsensystems aus Sammel- und Zerstreuungslinse bestimmt. Dazu wird die Lage der Hauptebenen benötigt. Diese lässt sich über den Abbildungsmaßstab V bestimmen. Dazu werden Bild- und Gegenstandsweite zu einem beliebigen Referenzpunkt A gemessen, wie in Abb. 4 dargestellt. Die Lage der Hauptebenen h und h' , sowie die Brennweite f ergeben sich dann aus:

$$g' = g + h = f \left(1 + \frac{1}{V} \right) + h \quad (4)$$

$$b' = b + h' = f(1 + V) + h'. \quad (5)$$

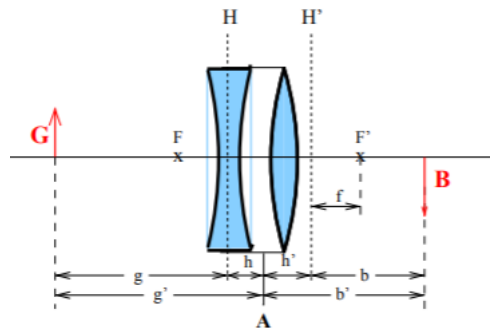


Abbildung 4: Methode nach Abbe zur Bestimmung der Brennweite. [1, S.5]

Die vereinfachende Annahme der ausschließlichen Brechung an der Mittel- bzw. Hauptebene gilt nur für achsennahe Strahlen. Durch achsenferne Strahlen, welche stärker gebrochen werden, können Abbildungsfehler auftreten, durch die das Bild unscharf wird. Diese sphärische Abberation lässt sich beispielsweise durch eine Blende, welche die achsenfernen Strahlen ausblendet, beheben. Chromatische Abberation kommt dadurch zustande, dass Licht unterschiedlicher Wellenlänge unterschiedlich stark gebrochen wird.

3 Durchführung

In dieser Versuchsanordnung werden eine optische Bank, eine Halogenlampe, diverse Linsen, ein Schirm, sowie ein Gegenstand ('Perl L') verwendet. In der ersten Messung werden für zehn verschiedene Schirm-Gegenstand- Abstände e bei scharfem Bild die Bild- und Gegenstandsweite notiert. Dies wird für eine weitere Linse wiederholt.

Anschließend wird die Methode nach Bessel zur Bestimmung der Brennweite verwendet. Bei festem Abstand e zwischen Schirm und Gegenstand werden die beiden Linsenpositionen bestimmt, bei denen das Bild scharf ist. Gemessen werden Gegenstandsweite g_1 und g_2 sowie Bildweite b_1 und b_2 . Die Messung wird für insgesamt zehn unterschiedliche Abstände e durchgeführt. Nun wird die chromatische Abberation mit Hilfe eines blauen und eines roten Filters untersucht. Für jeweils fünf Abstände e pro Filter werden unter der Methode von Bessel erneut Gegenstands- und Bildweiten gemessen.

Zuletzt wird ein Linsensystem aus konkaver und konvexer Linse mit der Methode nach Abbe untersucht. Es wird darauf geachtet, dass die Linsen betraglich die gleiche Brennweite besitzen. Als Referenzpunkt A wird die Mitte zwischen den Linsen gewählt. Der Abbildungsmaßstab, also die Bild- und Gegenstandsgröße, sowie die Bild- und Gegenstandsweiten werden gemessen. Dies wird insgesamt für zehn Gegenstandsweiten durchgeführt.

4 Auswertung

4.1 Verifizierung der Linsengleichung

Die gemessenen Bild- und Gegenstandsweiten sind in Tabelle (1) zu finden. Aus diesen Größen wird jeweils mit Gleichung (2) die Brennweite f für die Linse berechnet. Auch diese sind in selbiger Tabelle aufgelistet. Verwendet wurde eine Linse, welche laut Herstellerangabe eine Brennweite von $f = 100\text{mm}$ besitzt.

Tabelle 1: Bild- und Gegenstandsweite und zugehörige Brennweite.

g/mm	b/mm	f/mm
280	151	98,10
260	158	98,28
240	166	98,13
220	175	97,47
200	193	98,22
180	217	98,39
160	250	97,56
140	317	97,11
300	146	98,21
320	144	99,31

Der Mittelwert und zugehöriger Fehler der Brennweiten berechnet sich durch

$$x = \frac{1}{10} \cdot \sum_{n=1}^{10} x_i$$
$$\Delta x = \frac{1}{\sqrt{10}} \cdot \sqrt{\frac{1}{9} \sum_{n=1}^{10} (x_i - x)^2}$$

Somit lautet die Brennweite der Linse

$$f_1 = (98,08 \pm 0,57)\text{mm}.$$

Um graphisch die Brennweite zu bestimmen, werden die b - und g -Wertepaare aus Tabelle (1) in ein Diagramm eingezeichnet und durch eine Gerade verbunden. Dies ist in Abbildung 5 dargestellt.

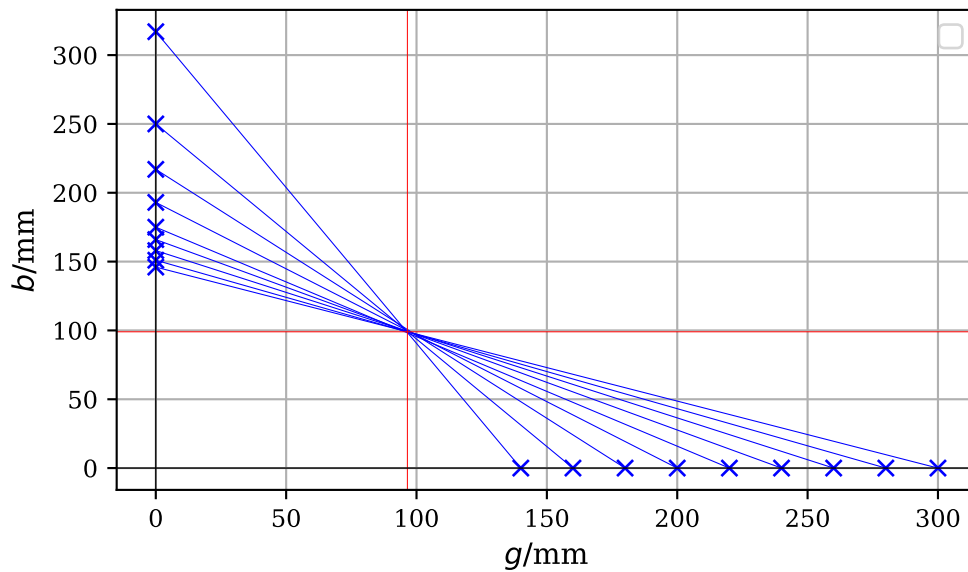


Abbildung 5: Darstellung der Geraden zwischen Gegenstandsweite und zugehöriger Bildweite.

Aus dem Schnittpunkt aller Geraden kann die Brennweite abgelesen werden. Legt man eine horizontale und eine vertikale Linie durch den Schnittpunkt, symbolisiert der jeweilige Achsenschnittpunkt die Brennweite. Im Idealfall ist der Wert auf beiden Achsen identisch. Da die Schnittpunkte mit den Achsen nicht den gleichen Wert ergeben, ergeben sich ungefähre Werte von $f_x = 96,5\text{mm}$ und $f_y = 99\text{mm}$. Der gemittelte Wert beträgt $f = (97,75 \pm 1,25)\text{mm}$.

4.2 Bestimmung der Brennweite einer Linse durch Bessel

Für diese Methode wird aus dem Abstand e des Gegenstands und des Bildes und aus der Größe $d_1 = g_1 - b_1$ beziehungsweise $d_2 = g_2 - b_2$ die Brennweite bestimmt. Die Messwerte für beide Gegenstands- und Bildweiten sind in Tabelle (2) aufgelistet.

Tabelle 2: Daten zur Bestimmung der Brennweite für weißes Licht.

e/mm	$b1/\text{mm}$	$g1/\text{mm}$	$b2/\text{mm}$	$g2/\text{mm}$
500	135	365	369	131
520	133	387	392	128
540	131	409	414	126
560	126	434	437	123
580	127	453	457	123
600	124	476	480	120
620	122	498	500	120
640	123	517	522	118
660	121	539	542	118
680	120	560	563	117

Die berechnete Größe d und die zugehörige Brennweite bestimmt durch Gleichung (3) sind in Tabelle (3) zu finden.

Tabelle 3: Abstand d_W der Linsen und berechnete Brennweiten f_W .

d_{W1}/mm	f_{W1}/mm	d_{W2}/mm	f_{W2}/mm
-230	98,55	238	96,68
-254	98,98	264	96,49
-278	99,22	288	96,60
-308	97,65	314	95,98
-326	99,19	334	96,92
-352	98,37	360	96,00
-376	97,99	380	96,77
-394	99,36	404	96,24
-418	98,82	424	96,90
-440	98,82	446	96,87

Die Mittelwerte der Brennweiten ergeben sich zu

$$\begin{aligned}f_{W1} &= (98,70 \pm 0,53)\text{mm}, \\f_{W2} &= (96,55 \pm 0,34)\text{mm}.\end{aligned}$$

Gleiches Verfahren wird nun für rotes Licht angewendet. Die Daten befinden sich in Tabelle 4 und die berechneten Größen in Tabelle 5.

Tabelle 4: Daten zur Bestimmung der Brennweite für rotes Licht.

e/mm	$b1/\text{mm}$	$g1/\text{mm}$	$b2/\text{mm}$	$g2/\text{mm}$
500	138	362	368	132
550	130	420	423	127
600	128	472	478	122
650	124	526	532	118
700	122	578	584	116

Tabelle 5: Abstand d_R der Linsen und berechnete Brennweiten f_R für rotes Licht.

d_{R1}/mm	f_{R1}/mm	d_{R2}/mm	f_{R2}/mm
224	99,91	-236	97,15
290	99,27	-296	97,67
344	100,69	-356	97,19
402	100,34	-414	96,58
456	100,74	-468	96,78

Die Mittelwerte der Brennweiten für rotes Licht ergeben sich zu

$$f_{R1} = (100,19 \pm 0,55)\text{mm},$$
$$f_{R2} = (97,08 \pm 0,38)\text{mm}.$$

Die Daten und die berechneten Größen für blaues Licht befinden sich in Tabellen (6) und (7). Wieder wird analog verfahren.

Tabelle 6: Daten zur Bestimmung der Brennweite für blaues Licht.

e/mm	$b1/\text{mm}$	$g1/\text{mm}$	$b2/\text{mm}$	$g2/\text{mm}$
500	134	366	369	131
550	130	420	425	125
600	124	476	480	120
650	121	529	533	117
700	117	583	585	115

Tabelle 7: Abstand d_B der Linsen und berechnete Brennweiten f_B für blaues Licht.

d_{B1}/mm	f_{B1}/mm	d_{B2}/mm	f_{B2}/mm
232	98,09	-238	96,68
290	99,27	-300	96,59
352	98,37	-360	96,00
408	98,48	-416	95,94
466	97,44	-470	96,11

Die Mittelwerte der Brennweiten für blaues Licht ergeben sich zu

$$f_{B1} = (98,33 \pm 0,59)\text{mm},$$

$$f_{B2} = (96,26 \pm 0,31)\text{mm}.$$

4.3 Bestimmung der Brennweite eines Linsensystems durch Abbe

Das Linsensystem besteht aus einer Sammellinse mit Brennweite $f_S = 100\text{mm}$ und einer Zerstreuungslinse mit Brennweite $f_Z = -100\text{mm}$. Die gemessenen Gegenstands- und Bildweiten und die Bildgröße sind in Tabelle (8) aufgelistet. Die Gegenstandsgröße beträgt $G = 28\text{mm}$.

Tabelle 8: Gemessene Bild- und Gegenstandsweite und zugehörige Bildgröße.

g'/mm	b'/mm	B/mm
300	458	24
280	488	28
290	478	26
270	498	30
260	509	31
250	515	33
240	534	35
230	557	38
220	575	42
210	593	45

In einem Diagramm wird g' gegen $1 + 1/V$ aus Gleichung (4) aufgetragen und eine lineare Ausgleichsrechnung durchgeführt (s. Abbildung (6)). Die Größe V berechnet sich mit Hilfe von Gleichung (1). Aus den Parametern der Ausgleichsgeraden lassen sich dann Brennweite und Hauptebenen ablesen.

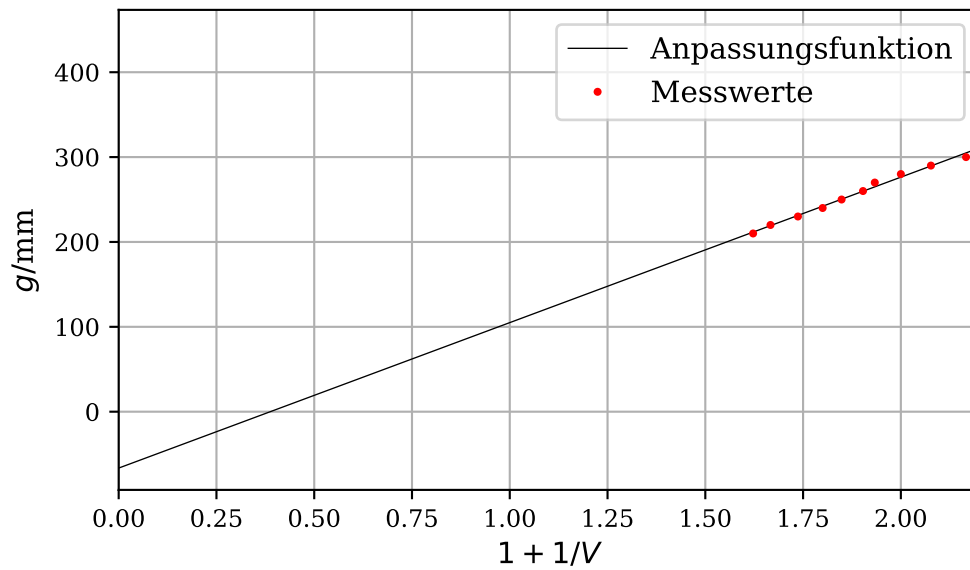


Abbildung 6: Gegenstandsweite aufgetragen gegen $1 + 1/V$ und lineare Ausgleichsgerade.

Die Parameter der Ausgleichsrechnung betragen

$$a = f = (171,39 \pm 5,71)\text{mm},$$

$$b = h = (-66,42 \pm 10,75)\text{mm}$$

Außerdem wird b' gegen $1 + V$ aus Gleichung (5) aufgetragen und erneut eine lineare Ausgleichsrechnung durchgeführt(s. Abbildung (7)).

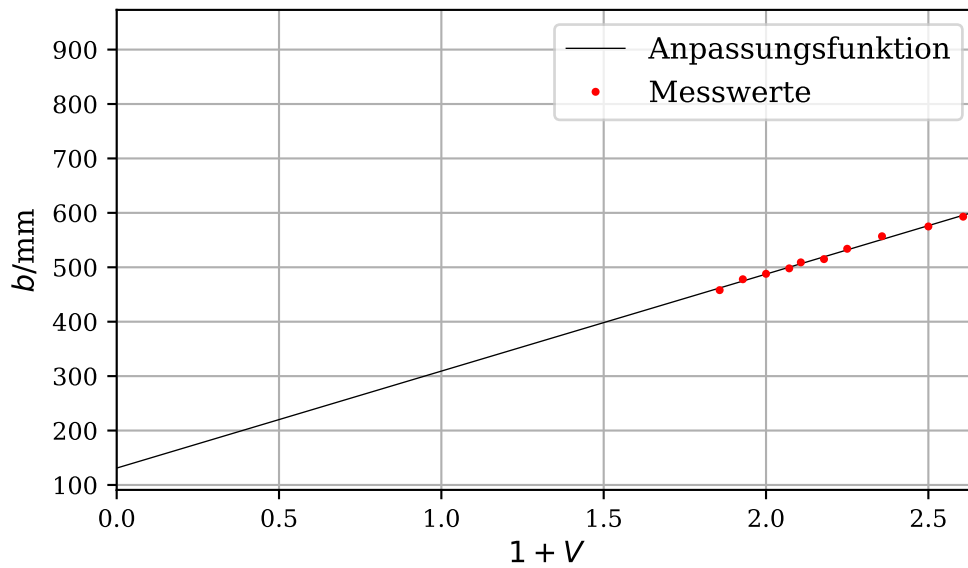


Abbildung 7: Bildweite aufgetragen gegen $1 + V$ und lineare Ausgleichsgerade.

Die Parameter der Ausgleichsrechnung betragen

$$a = f = (178,19 \pm 4,92)\text{mm},$$

$$b = h' = (131,03 \pm 10,82)\text{mm}.$$

Da das System aus einer Sammel- und einer Zerstreuungslinse besteht, kann sich über Matrizenoptik die theoretische Brennweite f_T berechnen über

$$f_T = -\frac{f_S \cdot f_Z}{d}.$$

Die Größe $d = 60\text{mm}$ ist der Abstand der beiden Linsen. Dies ergibt einen Theoriewert von

$$f_T = 166,67\text{mm}.$$

5 Diskussion

Der Theoretische Wert für die verwendete Sammellinse beträgt $f = 100\text{mm}$. Der bestimmte Wert für die Brennweite nach der ersten Methode und seine relative Abweichung zur Herstellerangabe lauten

$$f_1 = (98,08 \pm 0,57)\text{mm}$$

$$\sigma_1 = 1,92\%$$

Der graphisch abgelesene und gemittelte Wert von $f = (97,75 \pm 1,25)\text{mm}$ weicht um ca. 2,25% vom Theoriewert ab.

Die Brennweiten für weißes Licht, welche nach der Methode von Bessel bestimmt wurden

$$f_{W1} = (98,70 \pm 0,53)\text{mm}$$

$$f_{W2} = (96,55 \pm 0,34)\text{mm}$$

weichen um 1,3% und um 3,45% von dem Theoriewert ab.

Die Brennweiten für rotes Licht lauten

$$f_{R1} = (100,19 \pm 0,55)\text{mm}$$

$$f_{R2} = (97,08 \pm 0,38)\text{mm}$$

und weichen um 0,19% und um 2,92% vom Theoriewert ab.

Die Brennweiten für blaues Licht

$$f_{B1} = (98,33 \pm 0,59)\text{mm}$$

$$f_{B2} = (96,26 \pm 0,31)\text{mm}.$$

weichen um 1,67% und um 3,74% von dem Theoriewert ab.

Die graphische Bestimmung der Brennweiten nach der Methode von Abbe liefern Werte von

$$f = (171,39 \pm 5,71)\text{mm}$$

$$f = (178,19 \pm 4,92)\text{mm}.$$

Diese weichen um 2,83% und um 6,91% von dem Theoriewert $f_T = 166,67\text{mm}$ ab.

Insgesamt lässt sich sagen, dass die Fehler relativ gering und somit von einer guten Messung ausgegangen werden kann. Allerdings ist Hauptfehlerquelle das ungenaue Erkennen, ob das Bild scharf gestellt ist oder nicht. Bei Verschiebung ändert sich die Schärfe des Bildes nur minimal. Außerdem wurde die Bildgröße nur mit einem Geodreieck abgemessen, was wiederum ein systematischer Fehler ist. Die aufgetragenen Messwerte aus der ersten Messung liefern keinen eindeutigen Schnittpunkt im Diagramm, was das oben gesagte unterstützt. Bei der Messung mit einem Blaufilter wird erwartet, dass der Brennpunkt näher an der Linse liegt als bei weißem Licht, und mit einem Rotfilter weiter entfernt. Dies kann bei dieser Messung allerdings nicht wirklich nachgewiesen werden. Es kann nur gesagt werden, dass sich die Brennweite unterscheiden. Bei den Kurven nach der Methode von Abbe sind Linearitäten zu erkennen. Allerdings weichen die Brennweiten stark vom Theoriewert ab. Untereinander sind sie auch nicht identisch, was eigentlich der Fall sein sollte. Da hier die Bildweite mit dem Geodreieck gemessen wurde und größere Abstände zwischen Bild und Gegenstand gemessen wurden, sind hier die oben genannten Fehlerquellen am stärksten.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Anleitung zum Versuch 408, Geometrische Optik*. 30. Mai 2019. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V408.pdf>.