

V401

# **Das Michelson-Interferometer**

Kalina Toben

kalina.toben@tu-dortmund.de

Daniel Wall

daniel.wall@tu-dortmund.de

Durchführung: 11.06.2019

Abgabe: 18.06.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

## **Inhaltsverzeichnis**

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>3</b>
2.1 Interferenz und Kohärenz von Licht . . . . .	3
2.2 Das Michelson-Interferometer . . . . .	5
<b>3 Durchführung</b>	<b>7</b>
<b>4 Auswertung</b>	<b>7</b>
<b>5 Diskussion</b>	<b>9</b>
<b>Literatur</b>	<b>9</b>

# 1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll die Wellenlänge eines Lasers mit Hilfe des Michelson-Interferometers bestimmt werden. Mit selbigem Versuchsaufbau ist weiter der Brechungsindex von Luft zu bestimmen.

## 2 Theorie

Um den Aufbau und die Funktionsweise des Michelson-Interferometers zu erläutern, sind einige Vorkenntnisse und Bedingungen, die getroffen werden müssen, nötig. Diese werden im Folgenden betrachtet.

### 2.1 Interferenz und Kohärenz von Licht

Licht ist eine elektromagnetische Welle, deren Ausbreitung sich mit den Maxwell-Gleichungen beschreiben lässt. Im Allgemeinen lässt sich die orts- und zeitabhängige  $(x, t)$  elektrische Feldstärke einer solchen Welle mit

$$\vec{E}(x, t) = \vec{E}_0 \cos(kx - \omega t - \delta) \quad (1)$$

darstellen, wobei  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  die Wellenzahl mit  $\lambda$  als Wellenlänge,  $\omega$  die Kreisfrequenz und  $\delta$  einen beliebigen Phasenwinkel repräsentieren. Für solche Gleichungen gilt das Superpositionsprinzip, sodass sich zwei (oder mehr) an einem Ort  $P$  ankommende Wellen überlagern und die Feldstärke addiert werden kann. Da sich aufgrund der hohen Frequenz der genutzten Lichtquelle allerdings besser die Lichtintensität

$$I = \text{const} |\vec{E}|^2$$

beobachten lässt, ergibt sich für die Addition zweier Wellen

$$I_{\text{ges}} = 2 \text{const} \vec{E}_0^2 (1 + \cos(\delta_2 - \delta_1)). \quad (2)$$

Hierbei wird deutlich, dass der zweite Teil der Summe, welcher Interferenzterm genannt wird, abhängig von der Phasenbeziehung  $(\delta_2 - \delta_1)$  ist und somit Werte von  $-2 \text{const} \vec{E}_0^2$  bis  $2 \text{const} \vec{E}_0^2$  annehmen kann. Insbesondere verschwindet er bei einer Phasenverschiebung von einem ungeraden Vielfachen von  $\pi$ . Aufgrund der statistischen Natur der Entstehung von Licht lässt sich somit aus Licht zweier verschiedener Lichtquellen im Allgemeinen keine Interferenz beobachten. Es wird von inkohärentem Licht gesprochen. Kohärentes Licht, welches beispielsweise mit einem Laser erzeugt werden kann, besitzt gemäß Gleichung (1) ein festes  $k$ ,  $\omega$  und  $\delta$  für alle emittierten Wellenzüge. Wird kein Laser, sondern eine konventionelle Lichtquelle verwendet, sind einige Bedingungen für eine Kohärenz gegeben. Wichtig ist die Kohärenzlänge

$$l = N\lambda, \quad (3)$$

welche die maximale Länge entlang eines interferenzfähigen Wellenzuges beschreibt. Wird zudem die Ausbreitungsgeschwindigkeit zweier Teilbündel betrachtet und mithilfe einer Fouriertransformation die Breite der Beugungsmaxima bestimmt, folgt für diese

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_0^2}{c\tau}.$$

Die Kohärenzzeit ist demnach

$$\tau = \frac{l}{c},$$

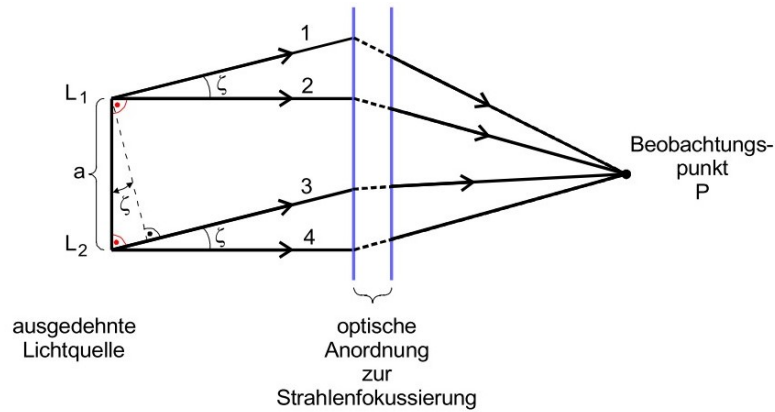
womit sich

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_0^2}{l} \quad (4)$$

ergibt. Für eine reelle, ausgedehnte Lichtquelle sind entweder die Ausdehnung oder der Öffnungswinkel einzuschränken, um Interferenzeffekte beobachten zu können, da diese eine eigene Phasenverschiebung verursachen, welche die eigentlich zu beobachtbare Interferenz beeinträchtigt. Abbildung 1 lässt sich die geometrische Beziehung

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin(\gamma) \quad (5)$$

entnehmen. Als Kohärenzbedingung für ausgedehnte Lichtquellen folgt aus der Bedingung



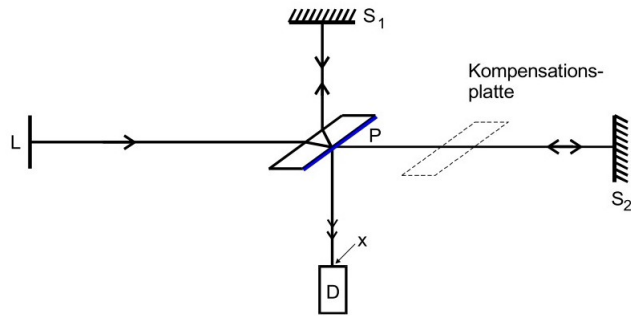
**Abbildung 1:** Strahlengang einer ausgedehnten Lichtquelle [1].

$\Delta\phi \ll \pi$  die Ungleichung

$$a \sin(\gamma) \ll \frac{\lambda}{2}, \quad (6)$$

sodass die Einschränkung des Öffnungswinkels leicht durch einen großen Abstand zur Lichtquelle realisiert werden kann.

## 2.2 Das Michelson-Interferometer



**Abbildung 2:** Schematischer Aufbau eines Michelson-Interferometers [1].

Beim Michelson-Interferometer wird mittels eines semipermeablen Materials ein Lichtstrahl in zwei Bündel geteilt, welche reflektiert und zusammengeführt werden, um optische Messungen durchzuführen. Der Weg eines der beiden Lichtbündel wird hierbei so beeinflusst, dass bei deren Zusammenführung Interferenzeffekte zu beobachten sind. Es ist zu beachten, dass systematische Unterschiede der Weglänge der Lichtbündel unter Berücksichtigung der Kohärenzlänge ausgeglichen werden müssen, sodass eine Kompensationsplatte in den Weg eines der Bündel gesetzt werden muss (s. Abbildung 2), da der Strahl zu  $S_1$  die Platte  $P$  dreimal durchläuft, der Strahl zu  $S_2$  allerdings nur einmal. Bei gleichen Längen  $\overline{S_1P}$  und  $\overline{S_2P}$  ergibt sich so beim Detektor  $D$  ein Gangunterschied von  $\frac{\lambda}{2}$ , welcher destruktive Interferenz hervorruft.

Wird nun ein Spiegel um die Strecke  $\Delta d$  verschoben, so ändert sich die Intensität des Lichts am Ort  $D$ . Aufgrund dieser Tatsache lässt sich mit dem abgebildeten Aufbau die Wellenlänge  $\lambda$  des verwendeten Lichts bestimmen, da der Zusammenhang

$$\Delta d = z \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (7)$$

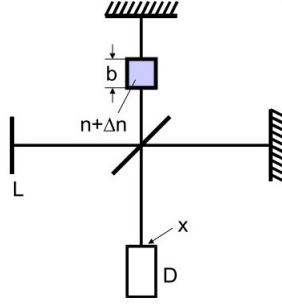
ersichtlich ist, wobei  $z$  die Anzahl der während der Verschiebung beobachteten Interferenzmaxima darstellt.

Auch das Durchlaufen eines Mediums mit anderem Brechungsindex  $n$  führt zu einer Änderung des Gangunterschieds (s. Abbildung 3), welches auf dieselbe Weise zu erkennen ist. Ist die Strecke  $b$ , welche das Lichtbündel durch das Medium hindurch passiert, bekannt, lässt sich somit auch der Brechungsindex von diesem bestimmen. Der optische Wegunterschied ergibt sich zu  $\Delta n b$ . Wird dieser nun durch Veränderung des Drucks in dem Medium erhöht, so lassen sich während dieses Vorgangs erneut  $z$  Interferenzmaxima beobachten, woraus die Beziehung

$$b \cdot \Delta n = \frac{z\lambda}{2} \quad (8)$$

folgt.

Weiterhin wird angenommen, dass es sich in den hier verwendeten Druckbereichen um



**Abbildung 3:** Schematischer Aufbau zur Messung von Brechungsindexunterschieden [1].

ideale Gase handelt, für die die Näherung

$$n = 1 + \frac{f}{2}N \quad (9)$$

genutzt wird, wobei  $N$  die Anzahl der durch Lichtwellen zur Schwingung angeregten Moleküle pro Volumeneinheit bezeichnet. Dementsprechend ist die Anzahl der Moleküle bei gegebenem Druck  $p$  und Temperatur  $T$  gegeben durch

$$N(p, T) = \frac{p}{T} \frac{T_0}{p_0} N_L,$$

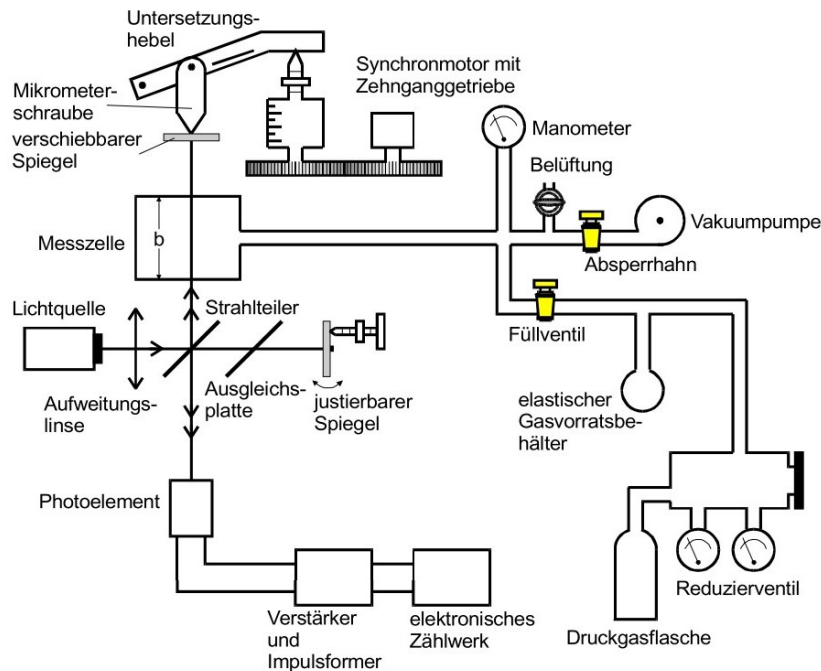
wobei  $N_L$  die Loschmidtsche Zahl ist und  $p_0$  sowie  $T_0$  die Normalbedingungen sind. Damit ergibt sich für die Differenz der Brechungsindizes  $\Delta n$  die Formel

$$\Delta n(p, p') = \frac{f}{2} N_L \frac{T_0}{p_0} \frac{1}{T} (p - p'). \quad (10)$$

Unter Normalbedingungen folgt

$$n(p_0, T_0) = 1 + \Delta n(p, p') \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{\Delta p}. \quad (11)$$

### 3 Durchführung



**Abbildung 4:** Darstellung der gesamten Messapparatur [1].

Der Aufbau des Versuchs ist Abbildung 4 zu entnehmen. Zunächst müssen die Spiegel mithilfe des Lasers so justiert werden, dass die beiden hellsten aus der Interferometer austretenden Strahlen am Detektor zur Deckung gebracht werden. Hierfür wird eine Mattscheibe verwendet. Das Photoelement, welches zur Vereinfachung der Zählung genutzt wird, wird dann auf die entsprechende Höhe eingestellt, sodass das Interferenzbild genau auf den Eintrittspalt fällt. Für eine möglichst genaue Messung der Wellenlänge wird der zu verschiebende Spiegel mit einem feinen Synchronmotor bewegt. Der Spiegel wird zehn mal so weit verschoben, dass mindestens 3000 Maxima zu zählen sind, da die Wellenlänge des Lasers klein im Verhältnis zur Verschiebung des Spiegels ist und die Verschiebung wird notiert.

Um den Brechungsindex von Luft zu bestimmen, wird der Innendruck  $p$  der Messzelle der Dicke  $b = 50 \text{ mm}$  mit einer Vakuumpumpe auf  $p' = 0,4 \text{ bar}$  verringert. Beim Wiedereinlassen der Luft werden erneut Interferenzmaxima gezählt, die notiert werden.

### 4 Auswertung

Um die Wellenlänge des verwendeten Lasers mit Gleichung (7) zu berechnen, werden die Anzahl der Intensitätsmaxima  $z$  und die zugehörige Verschiebung  $d$  gemessen. Die tatsächlich abgelesene Verschiebung muss noch durch die Hebelübersetzung  $\ddot{U} = 5,017$

geteilt werden. Alle benötigten Daten und die daraus berechnete Wellenlänge sind in Tabelle (1) zu finden.

**Tabelle 1:** Verschiebung, Anzahl der Maxima und Wellenlänge.

$d/\text{mm}$	$z$	$\lambda/\text{nm}$
4,3	3034	564,99
4,6	3178	577,02
4,8	3024	632,77
4,8	3047	627,99
4,9	3045	641,50
4,8	3061	625,12
4,8	3056	626,14
4,7	3024	619,59
4,8	3063	624,71
4,7	3036	617,14

Der Mittelwert der Wellenlängen kann berechnet werden durch

$$x = \frac{1}{10} \cdot \sum_{n=1}^{10} x_i,$$

$$\Delta x = \frac{1}{\sqrt{10}} \cdot \sqrt{\frac{1}{9} \sum_{n=1}^{10} (x_i - x)^2}.$$

Die ersten beiden Werte werden dafür nicht beachtet, da sie von den übrigen deutlich abweichen. Somit beträgt der Mittelwert

$$\lambda = (626,87 \pm 7,12)\text{nm}.$$

Um den Brechungsindex von Luft zu berechnen wird Formel (11) genutzt. Weitere Größen die bekannt sein müssen sind

$$T_0 = 273,15 \text{ K},$$

$$p_0 = 1,0132 \text{ bar},$$

$$b = 0,05 \text{ m},$$

wobei  $T_0$  und  $p_0$  die Temperatur und der Druck bei Normalbedingungen sind und  $b$  die Schichtdicke. Als Zimmertemperatur werden 295,15 K angenommen. In Tabelle (2) sind die bei einem Druckunterschied  $p - p' = 0,6$  bar gemessenen Maxima und die daraus resultierenden Brechungsindizes aufgelistet.



**Tabelle 2:** Anzahl der Maxima und berechneter Brechungsindex von Luft.

$z$	$n$
24	$1,0002696 \pm 0,0000102$
23	$1,0002584 \pm 0,0000098$
24	$1,0002696 \pm 0,0000102$
24	$1,0002696 \pm 0,0000102$
25	$1,0002809 \pm 0,0000107$
25	$1,0002809 \pm 0,0000107$
25	$1,0002809 \pm 0,0000107$
24	$1,0002696 \pm 0,0000102$
24	$1,0002696 \pm 0,0000102$
25	$1,0002809 \pm 0,0000107$

Der Mittelwert der berechneten Brechungsindizes ist

$$n = 1,000273 \pm 0,000010.$$

## 5 Diskussion

Die relative Abweichung der bestimmten Wellenlänge  $\lambda = (626,87 \pm 7,12) \text{ nm}$  vom Theoriewert  $\lambda = 635 \text{ nm}$  beträgt ca. 1,3%. Da dies eine sehr geringe Abweichung ist, kann die Messung als genau eingestuft werden. Die beiden Messwerte, welche nicht zur Berechnung verwendet wurden, unterlagen eventuellen Ablesefehlern oder auch einem ungenauen Signal am Detektor, da das ganze System sehr empfindlich war.

Der Brechungsindex von Luft beträgt ca.  $n = 1,000272$  ([2]) und der berechnete Wert von  $n = 1,000273$  weicht in den Nachkommastellen um ca 0,37% davon ab. Da dieser Fehler sehr gering ist, unterlag die Messung so gut wie keinen Fehlern.

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *Anleitung zum Versuch 401, Das Michelson-Interferometer*. 16. Juni 2019. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V401.pdf>.
- [2] *spektrum.de*. 16. Juni 2019. URL: <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/brechzahl/1958>.