V101

Das Trägheitsmoment

Kalina Toben
kalina.toben@tu-dortmund.de

Daniel Wall
daniel.wall@tu-dortmund.de

Durchführung: 13.11.18 Abgabe: 20.11.18

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung **3**

2 Theorie **3**

3 Durchführung **4**

4 Fehlerrechnung **5**

5 Auswertung **6**

5.1 Betimmung der Winkelrichtgröße 6

5.2 Bestimmung des Trägheitsmoments der Drillachse 7

5.3 Bestimmung des Trägheitsmoments für zwei Körper 9

5.4 Bestimmung des Trägheitsmoments einer Modellpuppe 10

5.4.1 Berechnung über die gemessene Schwingungsdauer 10

5.4.2 Berechnung über die Modellierung der Puppe 10

6 Diskussion **13**

Literatur **13**

1 Zielsetzung

In diesem Versuch wird das Trägheitsmoment verschiedener geometrischer Körper bestimmt und der Steiner'sche Satz bestätigt.

2 Theorie

Das Trägheitsmoment I ist eine Größe, die zur Charakterisierung der Dynamik von Drehbewegungen benutzt wird. Für eine punktförmige Masse m, die sich im Abstand r zu einer festen Rotationsachse aufhält, ergibt sich für dieses

$$I = mr^2. \tag{1}$$

Das Gesamtträgheitsmoment ausgedehnter Körper setzt sich aus den Einzelträgheitsmomenten der Masseelemente m_i, welche sich im Abstand r_i zur Drehachse aufhalten, zusammen. Somit gilt für das Gesamtträgheitsmoment:

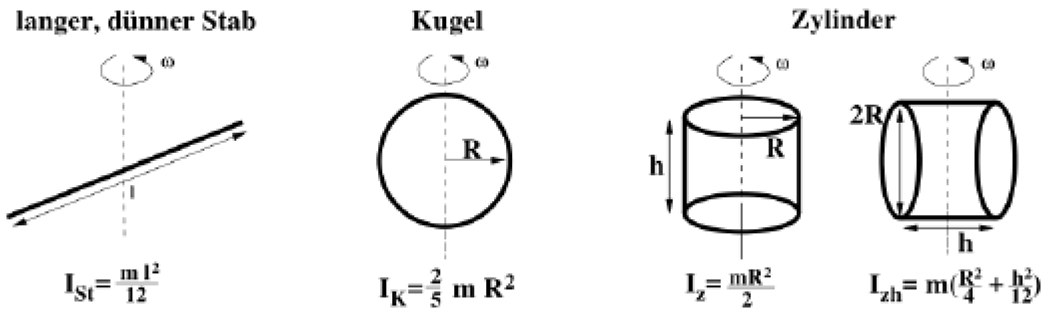
$$I = \sum_\mathrm{i} r_\mathrm{i}^2 \cdot m_\mathrm{i} \tag{2}$$

Für infinitisimale Massen dm ergibt sich folglich

$$I = \int r^2 dm. \tag{3}$$

Die Trägheitsmomente einiger geometrischer Körper sind Abb.1 zu entnehmen.

Abbildung 1: Trägheitsmomente geometrischer Körper. [1]



Die bisher genannten Fälle beziehen sich auf Rotationsbewegungen, bei denen die Rotationsachse durch die Schwerpunktachse des Körpers verläuft. Ist dies nicht gegeben, so berechnet sich das Trägheitsmoment mit Hilfe des Steiner'schen Satzes:

$$I = I_\mathrm{s} + m \cdot a^2,$$

wobei I_s das Trägheitsmoment bezüglich der Schwerpunktachse und a der Abstand der tatsächlichen Drehachse zu dieser ist.

Wenn auf einen drehbaren Körper die Kraft $\vec{F}$ im Abstand $\vec{r}$ der Achse wirkt, so wirkt auf ihn ein Drehmoment $\vec{M}$

$$\vec{M} = \vec{F} \times \vec{r}. \tag{4}$$

Wirkt dem Körper, welcher um den Winkel ϕ ausgelenkt wird, ein rücktreibendes Drehmoment, beispielsweise durch eine Feder, entgegen, so handelt es sich um ein schwingendes System, welches harmonische Oszillationen ausführt. Die Periodendauer T ist dabei

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}}. \tag{5}$$

Hierbei stellt D die Winkelrichtgröße dar. Sie steht mit dem Drehmoment M über

$$M = D \cdot \phi \tag{6}$$

in Verbindung. Das System führt nur für kleine Drehwinkel $\phi \ll 5°$ harmonische Schwingungen aus.

Die Winkelrichtgröße D kann statisch durch Messen der Kraft senkrecht zum Radius bei Auslenkung um den Winkel ϕ bestimmt werden:

$$D = \frac{F \cdot r}{\phi}. \tag{7}$$

Bei dynamischen Messungen wird das System zu harmonischen Schwingungen angeregt. Aus Gl. (5) folgt

$$I = \frac{T^2 D}{4\pi^2},$$

wobei I nun das gesamte Trägheitsmoment darstellt. Um das Trägheitsmoment I_{K} des Rotationskörpers zu erhalten, muss noch das Trägheitsmoment I_{D} der Drillachse subtrahiert werden:

$$I_{\text{Körper}} = \frac{T^2 D}{4\pi^2} - I_{\mathrm{D}}. \tag{8}$$

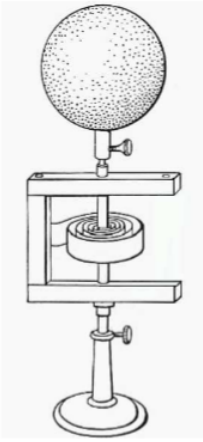
3 Durchführung

Um das Trägheitsmoment bestimmter Körper zu berechnen, wird eine Drillachse verwendet. Dabei werden die Körper auf einer drehbaren Achse befestigt, welche über eine Spiralfeder mit dem Rahmen verbunden ist. Um zunächst die Winkelrichtgröße und das Eigenträgheitsmoment der Drillachse zu berechnen, wird eine nahezu masselose Stange auf der Achse befestigt. Dann wird eine Federwaage senkrecht zur Stange eingehackt,da sonst eine ungenaue Kraft angezeigt wird, und um bestimmte Winkel ausgelenkt. Die gemessene Kraft, der Radius und der Winkel werden notiert und die Messung wird 10 mal durchgeführt.

Auf die masselose Stange werden in gleichem Abstand zwei Gewichte angebracht, und das System wird zum Schwingen gebracht. Die Schwingungsdauer wird für 10 verschiedene Abstände gemessen.

Zur Trägheitsmoment-Bestimmung einer Kugel und eines Zylinders, werden diese auf der Achse befestigt, und ausgelenkt. Wieder wird die Schwingungsdauer gemessen, diesmal 5 mal.

Auf gleiche Weise wird die Schwingungsdauer einer Holzpuppe in zwei verschiedenen Stellungen gemessen.



(a) Die Drillachse.
[1]

(b) Holzpuppe in Position 1.

(c) Holzpuppe in Position 2.

Abbildung 2: Die Drillachse und Positionen der Holzpuppe

4 Fehlerrechnung

Der Mittelwert berechnet sich mit folgender Formel:

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i \tag{9}$$

Der Fehler des Mittelwertes lautet entsprechend :

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})} \tag{10}$$

Werden Daten mit Unsicherheiten in späteren Formeln weiter verwendet, breiten sich die Fehler nach der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung aus:

$$\sigma_f = \sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\sigma_i\right)^2} \tag{11}$$

Ausgleichsrechnung wird mit folgender Formel durchgeführt :

$$y = a \cdot x + b \tag{12}$$

$$a = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\bar{x^2} - \bar{x}^2} \tag{13}$$

$$b = \frac{\bar{x^2}\bar{y} - \overline{xy}\bar{x}}{\bar{x^2} - \bar{x}^2} \tag{14}$$

5 Auswertung

5.1 Betimmung der Winkelrichtgröße

Die Winkelrichtgröße wird aus Gleichung (7) bestimmt. In Tabelle (1) sind alle dafür benötigten Größen, also Abstand des Mittelpunktes der Drillachse zur angesetzten Federwaage, Auslenkungswinkel, und gemessene Kraft, dargestellt, wie zuletzt auch die berechnete Winkelrichtgröße. Dabei wurde für je einen Winkel zweimal der Abstand geändert und gemessen. Die Unsicherheit des Abstandes wird auf 0.05 mm geschätzt.

Tabelle 1: Werte zur Berechnung der Winkelrichtgröße

ϕ/rad	F/N	r/m	D/Nm/10^{-3}
0.52	0.46	0.02965 ± 0.00005	0.455 ± 0.00077
0.52	0.26	0.04945 ± 0.00005	0.429 ± 0.00043
0.70	0.62	0.02965 ± 0.00005	0.460 ± 0.00076
0.70	0.39	0.04945 ± 0.00005	0.482 ± 0.00049
0.87	0.80	0.02965 ± 0.00005	0.474 ± 0.00080
0.87	0.48	0.04945 ± 0.00005	0.475 ± 0.00048
1.05	0.94	0.02965 ± 0.00005	0.465 ± 0.00078
1.05	0.57	0.04945 ± 0.00005	0.470 ± 0.00048
1.22	1.10	0.02965 ± 0.00005	0.466 ± 0.00079
1.22	0.66	0.04945 ± 0.00005	0.466 ± 0.00047

Der Mittelwert aller Winkelrichtgrößen beträgt:

$$D = (0.464 \pm 0.0005) \cdot 10^{-3}\text{Nm} \tag{15}$$

5.2 Bestimmung des Trägheitsmoments der Drillachse

In folgender Tabelle wird die Schwingungsdauer T und der zugehörige Abstand a vom Mittelpunk der Drillachse bis zum Schwerpunkt der Gewichte dargestellt. Dabei wurde für einen Abstand 10 Schwingungen gemessen und das Ergebnis durch 10 geteilt. Der Fehler der Messung wird auf 0.5 Sekunden geschätzt.

Tabelle 2: Gemessene Schwingungsdauern und Abstände

a/mm	T/s
60 ± 0.05	2.46 ± 0.05
80 ± 0.05	2.79 ± 0.05
100 ± 0.05	3.16 ± 0.05
120 ± 0.05	3.54 ± 0.05
140 ± 0.05	3.97 ± 0.05
160 ± 0.05	4.40 ± 0.05
180 ± 0.05	4.86 ± 0.05
200 ± 0.05	5.28 ± 0.05
220 ± 0.05	5.76 ± 0.05
240 ± 0.05	6.24 ± 0.05

Das Quadrat der Schwingungsdauer wird gegen das Quadrat des Abstandes aufgetragen, und mit linearer Regression wird das Trägheitsmoment der Drillachse berechnet.

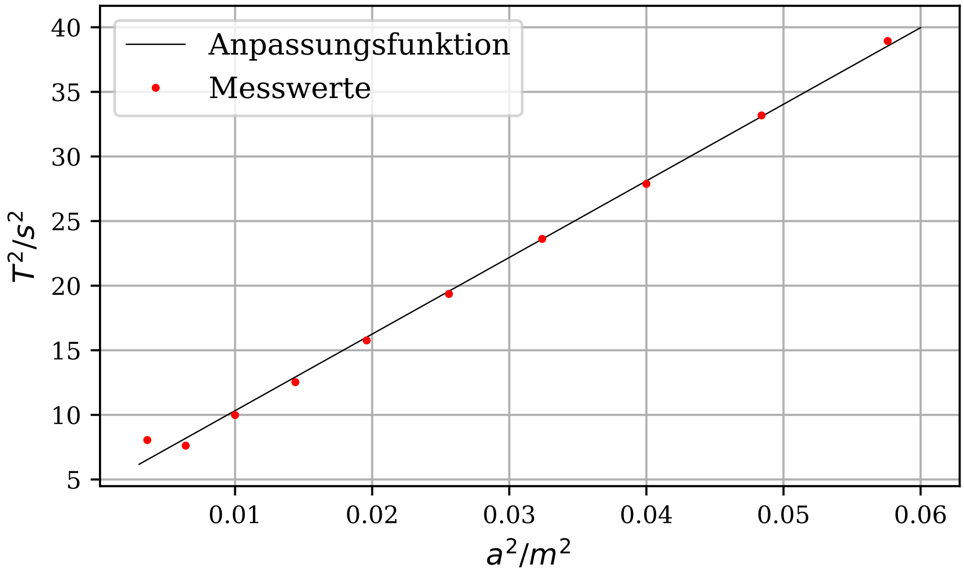


Abbildung 3: Ausgleichsrechnung zur Bestimmung des Trägheitsmomentes der Drillachse.

Beschrieben wird die Ausgleichsgerade durch folgende Gleichung:

$$y = (592.91 \pm 11.52)x + (4.39 \pm 0.36) \tag{16}$$

Mit Hilfe von Gleichung (5) ergibt sich:

$$T^2(a^2) = 4\pi^2 \frac{(I_\text{D} + I_\text{K})}{D} \tag{17}$$

wobei I_K das Trägheitsmoment der Gewichte ist, welches sich wie folgt zusammen setzt:

$$I_\text{K} = (I_\text{Z1S} + I_\text{Z2S}) + (m_\text{Z1} + m_\text{Z2})a^2 \tag{18}$$

I_Z1S bzw. I_Z2S sind die Trägheitsmomente der Zylinder-Gewichte mit Achse durch den Schwerpunkt. Sie lassen sich mit der letzten Gleichung aus Abbildung (1) berechnen. Die Masse der Gewichte beträgt:

$$m_\text{Z1} = 0.2218kg, m_\text{Z2} = 0.2225kg \tag{19}$$

Der Durchmesser beider Gewichte beträgt $d = (0.03475 \pm 0.00005)m$ und die Höhe $h = (0.0297 \pm 0.00005)m$. Die Werte für die Trägheitsmomente lauten also:

$$I_\text{Z1S} = (3.304 \pm 0.007)10^{-5}\text{kgm}^2, I_\text{Z2S} = (3.315 \pm 0.007)10^{-5}\text{kgm}^2. \tag{20}$$

Setzt man I_K in Gleichung (11) ein, so ergibt sich:

$$T^2(a^2) = 4\pi^2 \frac{(I_{\mathrm{D}} + (I_{\mathrm{Z1S}} + I_{\mathrm{Z2S}}) + (m_{\mathrm{Z1}} + m_{\mathrm{Z2}})a^2)}{D} \tag{21}$$

$$\Rightarrow T^2(a^2) = \underbrace{4\pi^2 \frac{(I_{\mathrm{D}} + (I_{\mathrm{Z1S}} + I_{\mathrm{Z2S}}))}{D}}_{Achsenabschnitt\, b} + \underbrace{\frac{4\pi^2(m_{\mathrm{Z1}} + m_{\mathrm{Z2}})}{D}}_{Steigung\, m} a^2 \tag{22}$$

$$\Rightarrow I_D = \frac{bD}{4\pi^2} - (I_{\mathrm{ZS1}} + I_{\mathrm{ZS2}}) \tag{23}$$

Das Trägheitsmoment der Drillachse beträgt:

$$I_D = (-1.5 \pm 0.4) \cdot 10^{-5} \mathrm{kgm}^2. \tag{24}$$

5.3 Bestimmung des Trägheitsmoments für zwei Körper

In diesem Auswertungsteil werden die Trägheitsmomente für eine Kugel und einen Zylinder berechnet, deren Drehachsen ihren Symmetrieachsen entsprechen. Für die Kugel wurden je 8 Schwingungen gemessen, für den Zylinder je 5.

Tabelle 3: Schwingungsdauer eines Zylinder und einer Kugel

T_Z/s	T_K/s
0.72 ± 0.01	1.47 ± 0.0625
0.75 ± 0.01	1.45 ± 0.0625
0.74 ± 0.01	1.48 ± 0.0625
0.74 ± 0.01	1.44 ± 0.0625
0.74 ± 0.01	1.46 ± 0.0625

Als Mittelwerte ergeben sich:

$$T_Z = (0.74 \pm 0.04)s \tag{25}$$

$$T_K = (0.146 \pm 0.028)s. \tag{26}$$

Dadurch lassen sich mit Gleichung (8) die Trägheitsmomente berechnen:

$$I_Z = (6.4 \pm 0.8) \cdot 10^{-6} \mathrm{kgm}^2 \tag{27}$$

$$I_K = (2.51 \pm 0.1) \cdot 10^{-5} \mathrm{kgm}^2. \tag{28}$$

Das negative Trägheitsmoment der Drillachse wurde bei der Berechnung nicht berücksichtigt, da es physikalisch keinen Sinn ergibt. Berechnet man das Trägheitsmoment für einen Zylinder mit Masse $m = 0.3684kg$, Durchmesser $d = (0.0973 \pm 0.00005)m$ und Höhe $h = (0.101 \pm 0.00005)m$, ergibt sich: $I_Z = (4.36 \pm 0.004)10^{-4}\mathrm{kgm}^2$. Der Theoriewert einer Kugel mit Masse $m = 0.8123kg$ und Durchmesser $d = (0.13755 \pm 0.00005)m$ beträgt: $I_K = (1.54 \pm 0.001)10^{-3}\mathrm{kgm}^2$

5.4 Bestimmung des Trägheitsmoments einer Modellpuppe

5.4.1 Berechnung über die gemessene Schwingungsdauer

Es wird die Schwingungsdauer einer Puppe für zwei unterschiedliche Posen P_1 und P_2 bestimmt. Bei der ersten Pose sind Arme und Beine am Körper angewinkelt und in der zweiten sind Arme senkrecht zum Körper nach außen gestreckt, und die Beine entgegengesetzt nach hinten bzw. vorne gestreckt. Für die erste Pose werden 5 Schwingungen gemessen, für die zweite 10.

Tabelle 4: Schwingungsdauer der Modellpuppe

T_{P_1}/s	T_{P_2}/s
0.34 ± 0.1	0.85 ± 0.05
0.35 ± 0.1	0.85 ± 0.05
0.36 ± 0.1	0.84 ± 0.05
0.38 ± 0.1	0.85 ± 0.05
0.35 ± 0.1	0.86 ± 0.05

Als Mittelwerte ergeben sich:

$$T_{P_1} = (0.35 \pm 0.04)s \tag{29}$$

$$T_{P_2} = (0.85 \pm 0.02)s \tag{30}$$

Die Trägheitsmomente lassen sich analog zu den zwei Körpern mit Gleichung (8) berechnen. Da Allerdings das Trägheitsmoment der Drillachse negativ ist, wird es in der Berechnung auf Null geschätzt:

$$I_{P_1} = (1.5 \pm 0.4) \cdot 10^{-6}\text{kgm}^2 \tag{31}$$

$$I_{P_2} = (8.5 \pm 0.4) \cdot 10^{-6}\text{kgm}^2. \tag{32}$$

5.4.2 Berechnung über die Modellierung der Puppe

Die Holzpuppe hat folgende Maße:
Kopf:

$$d_{\text{Kopf,Halbkugel}} = (30{,}90 \pm 0{,}05)\,\text{mm}$$

$$\begin{aligned} d_{\text{Kopf,1,Kegelstumpf}} &= (30{,}90 \pm 0{,}05)\,\text{mm} \\ d_{\text{Kopf,2,Kegelstumpf}} &= (18{,}15 \pm 0{,}05)\,\text{mm} \\ h_{\text{Kopf,Kegelstumpf}} &= (35{,}40 \pm 0{,}05)\,\text{mm} \\ d_{\text{Hals,Zylinder}} &= (16{,}0 \pm 0{,}5)\,\text{mm} \\ h_{\text{Hals,Zylinder}} &= (10{,}70 \pm 0{,}05)\,\text{mm} \end{aligned}$$

Oberkörper:

$$
\begin{aligned}
h_{\text{Oberkörper,1,Quader}} &= (49{,}70 \pm 0{,}05)\,\text{mm}\\
b_{\text{Oberkörper,1,Quader}} &= (39{,}45 \pm 0{,}05)\,\text{mm}\\
l_{\text{Oberkörper,1,Quader}} &= (37{,}0 \pm 0{,}5)\,\text{mm}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
d_{\text{Oberkörper,2,Zylinder}} &= (24{,}90 \pm 0{,}05)\,\text{mm}\\
h_{\text{Oberkörper,2,Zylinder}} &= (15{,}15 \pm 0{,}05)\,\text{mm}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
d_{\text{Oberkörper,3,Zylinder}} &= (38{,}20 \pm 0{,}05)\,\text{mm}\\
h_{\text{Oberkörper,3,Zylinder}} &= (35{,}65 \pm 0{,}05)\,\text{mm}
\end{aligned}
$$

Arm:

$$
\begin{aligned}
d_{\text{Arm,Kugel}} &= (11{,}90 \pm 0{,}05)\,\text{mm}\\
d_{\text{Arm,Zylinder}} &= (12{,}0 \pm 0{,}5)\,\text{mm}\\
h_{\text{Arm,Zylinder}} &= (99{,}15 \pm 0{,}05)\,\text{mm}\\
h_{\text{Hand,Quader}} &= (24{,}70 \pm 0{,}05)\,\text{mm}\\
b_{\text{Hand,Quader}} &= (7{,}35 \pm 0{,}05)\,\text{mm}\\
l_{\text{Hand,Quader}} &= (12{,}90 \pm 0{,}05)\,\text{mm}
\end{aligned}
$$

Bein:

$$
\begin{aligned}
d_{\text{Bein, Kugel}} &= (12{,}05 \pm 0{,}05)\,\text{mm}\\
d_{\text{Bein,1,Zylinder}} &= (9{,}35 \pm 0{,}05)\,\text{mm}\\
h_{\text{Bein,1,Zylinder}} &= (56{,}80 \pm 0{,}05)\,\text{mm}\\
d_{\text{Bein,2,Zylinder}} &= (12{,}60 \pm 0{,}05)\,\text{mm}\\
h_{\text{Bein,2,Zylinder}} &= (6{,}90 \pm 0{,}05)\,\text{mm}\\
d_{\text{Bein,3,Zylinder}} &= (16{,}35 \pm 0{,}05)\,\text{mm}\\
h_{\text{Bein,3,Zylinder}} &= (61{,}35 \pm 0{,}05)\,\text{mm}\\
h_{\text{Bein,Quader}} &= (8{,}60 \pm 0{,}05)\,\text{mm}\\
b_{\text{Bein,Quader}} &= (15{,}45 \pm 0{,}05)\,\text{mm}\\
l_{\text{Bein,Quader}} &= (37{,}55 \pm 0{,}05)\,\text{mm.}
\end{aligned}
$$

Für das Trägheitsmoment der Holzpuppe werden die Massen der einzelnen Körperteile benötigt. Diese werden durch das Volumen der Bestandteile und das Gesamtgewicht bestimmt. Es wird angenommen, dass eine homogene Massenverteilung vorliegt und dass die Arme und Beine paarweise identisch sind. Das Volumen von Kugel, Kegelstumpf, Zylinder und Quader lassen sich durch

$$V_{\mathrm{K}} = \frac{4\pi}{3} \cdot R^3 \qquad V_{\mathrm{Ks}} = \frac{\pi h}{3} \cdot (R1^2 + R1 \cdot R2 + R2^2)$$
$$V_{\mathrm{Z}} = \pi \cdot R^2 \cdot h \qquad V_{\mathrm{Q}} = h \cdot b \cdot l$$

und das Gesamtvolumen durch die Summe aller Einzelvolumina berechnen, wobei die der Arme und Beine verdoppelt werden. Diese sind in Tabelle (5) zu finden.

Tabelle 5: Volumina der Körperteile und das Gesamtvolumen der Holzpuppe.

Körperteil	$V / \cdot 10^{-5}\mathrm{m}^3$
Kopf	$2{,}697 \pm 0{,}007$
Oberkörper	$12{,}078 \pm 0{,}002$
$1 \times$ Arm	$1{,}444 \pm 0{,}010$
$1 \times$ Bein	$3{,}525 \pm 0{,}012$
Gesamt	$24{,}71 \pm 0{,}04$

Aus diesen ergibt sich mittels der Dichte

$$\rho = \frac{Masse}{Volumen} = \frac{0.1626\mathrm{kg}}{(24{,}71 \pm 0{,}04)\mathrm{m}^3} = (658 \pm 1)\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$$

die Massen der Körperteile, welche in Tabelle (6) zu finden sind.

Tabelle 6: Masse der Körperteile der Holzpuppe.

Körperteil	m / g
Kopf	17,75
Oberkörper	79,47
$1 \times$ Arm	9,50
$1 \times$ Bein	23,19
Gesamt	162,6

Die theoretischen Werte für das Trägheitsmoment werden mit dem Steiner'schen Satz und den Formeln aus Abbildung (1) sowie

$$I_{\mathrm{Ks}} = \frac{3}{10} m \frac{r_2^5 - r_1^5}{r_1^3 - r_1^3}$$

bestimmt. Für das gesamte Trägheitsmoment der Figur in den Position P_1 und P_2 ergibt sich somit:

$$I_{\mathrm{P}_1} = (4{,}090 \pm 0{,}008) \cdot 10^{-5}\mathrm{kg\,m}^2 \qquad I_{\mathrm{P}_2} = (53{,}14 \pm 0{,}13) \cdot 10^{-5}\mathrm{kg\,m}^2.$$

6 Diskussion

Die Abstände der Gewichte auf der masselosen Stange konnten nur ungenau bestimmt werden, was gemeinsam mit der ungenauen Zeitmessung möglicherweise das negative Trägheitsmoment der Drehachse hervorbrachte. Auch der Einsatz einer masselosen Stange ist nicht zu verwirklichen. Das genaue Messen mit der Stoppuhr ist fast unmöglich genau zu realisieren, aufgrund der kurzen Schwingungsdauer, weshalb von großen Abweichungen der Zeit ausgegangen werden muss. Bei der Schwingungsdauer wird in Gleichung (6) von kleinen Winkel ϕ ausgegangen, was für gewisse Messungen nicht beachtbar war. Ab $\phi \gg 5°$ ist diese Kleinwinkelnäherung somit stark fehlerbehaftet, womit sich in allen Rechnungen mit der Schwingungsdauer T ein systematischer Fehler ergibt. Unter anderem deshalb unterscheiden sich die Trägheitsmomente der Kugel bzw. des Zylinders von den Theoriewerten um ca. 98 Prozent. Der Zylinder hat außerdem eine sehr kurze Schwingungsdauer, weshalb bei der Durchführung 5 Schwingungen gemessen wurden und für die Kugel 8. Außerdem konnte die Drillachse nicht in die Berechnung mit einbezogen werden, was realitätsfern ist. Auch die Schwingungsdauer der Puppe war aufgrund des geringen Trägheitmomentes sehr kurz, weshalb für die erste Position nur 5 Schwingungen gemessen wurden. Die systematischen Fehler sind die gleichen wie bei den zwei Körpern. Die relative Abweichung der Trägheitsmomente zu den Theoriewerten beträgt 96,34 beziehungsweise 98,40 Prozent. Für die Berechnung des Trägheitsmoments wurden auch starke Vereinfachungen angenommen, denn die Puppe wurde nicht genau in alle ihre Einzelteile zerlegt sondern es wurde relativ viel angenähert, weshalb sich der Steiner'sche Satz nicht verifizieren konnte. Dennoch zeigen die berechneten Werte, dadurch dass das Trägheitsmoment der zweiten Position deutlich höher ist, einen Trend in die richtige Richtung.

Literatur

[1] TU Dortmund. *Anleitung zum Versuch 101, Das Trägheitsmoment.* 17. Nov. 2018. URL: `http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/Traegheit.pdf`.