

V504

Thermische Elektronenemission

Kalina Toben

kalina.toben@tu-dortmund.de

Daniel Wall

daniel.wall@tu-dortmund.de

Durchführung: 04.06.2019

Abgabe: 11.06.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
3 Durchführung	5
4 Auswertung	8
4.1 Untersuchung des Sättigungsstroms	8
4.2 Untersuchung des Langmuir-Schottkyschen Raumladungsgesetzes	16
4.3 Untersuchung des Anlaufstromgebiets	16
4.4 Bestimmung der Kathodentemperatur aus der Leistungsbilanz	19
4.5 Bestimmung der Austrittsarbeit von Wolfram	19
5 Diskussion	20
6 Anhang	20
Literatur	24

1 Zielsetzung

In diesem Versuch wird die Emission von Elektronen aus einer Metalloberfläche untersucht. Dazu wird eine Kennlinie einer Hochvakuumdiode erstellt und daraus Austrittsarbeit bestimmt und Temperaturabhängigkeit analysiert.

2 Theorie

Auf dem Kristallgitter von Metallen sitzen Leitungselektronen, welche sich im Potential der Ionen befinden. Um aus dem Metallinneren zu entkommen, müssen die Elektronen gegen das Potential anlaufen. Dabei bringen sie ein Austrittsarbeit auf. Da die Elektronen dem Pauli-Verbot unterliegen, und sie somit alle unterschiedliche Energien besitzen müssen, haben sie am absoluten Nullpunkt noch eine endliche Energie. Diese ist Abhängig von der Anzahl der Elektronen n , und wird auch als Fermische Grenzenergie ζ bezeichnet. Die Fermi-Diracsche Verteilungs-Funktion

$$f(E) = \frac{1}{\exp(\frac{E-\zeta}{kT}) + 1} \quad (1)$$

beschreibt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Zustand mit einer gewissen Energie E besetzt ist. Die Kurve dieser Funktion ist in Abbildung (1) dargestellt. Bei Elektronen, welche das Material verlassen können, kann mit der Näherung

$$f(E) = \exp(-\frac{E-\zeta}{kT}) \quad (2)$$

gerechnet werden.

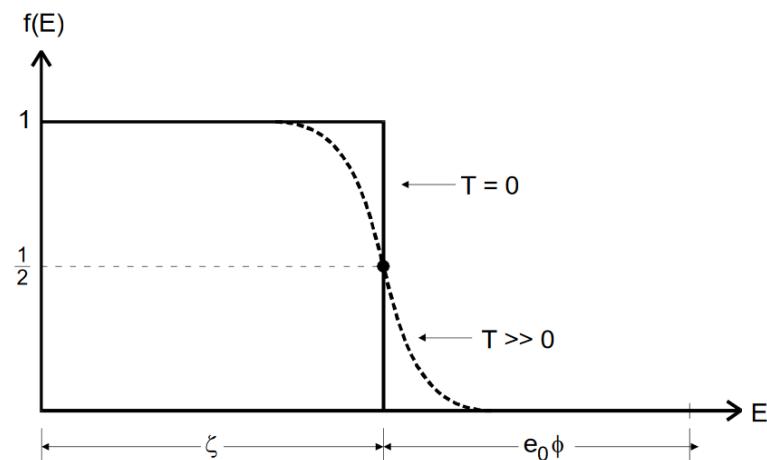


Abbildung 1: Kurve der Fermi-Dirac Verteilung[1].

Um den Zusammenhang zwischen Anodenstrom I_A und Potential zu erkennen, dient eine Kennlinie einer Hochvakuumdiode. Ein Verlauf ist in Abbildung (2) dargestellt.

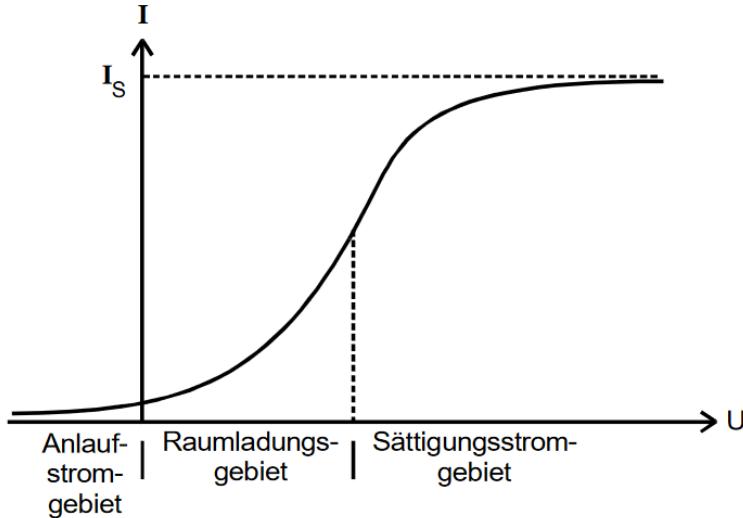


Abbildung 2: Verlauf einer Kennlinie [1].

Die Kurve lässt sich in drei Bereiche einteilen: Das Anlaufstrom-, Raumladungs-, und Sättigungsstromgebiet. Das Anlaufstromgebiet liegt dort, wo das Potential negativ ist. Dass die Stromdichte bei $V = 0$ nicht Null ist, liegt daran, dass die Elektronen eine Eigengeschwindigkeit besitzen, wenn sie aus der Kathode austreten. Die Elektronen mit Energieüberschuss $\Delta E = E - (\zeta + e_0\phi)$ können gegen ein Gegenfeld anlaufen und die Energie ist größer als die Austrittsarbeit. Das Anodenmaterial besitzt eine größere Austrittsarbeit ϕ_A . Bei angelegtem äußerden Potential V zwischen Anode und Kathode, verschieben sich die Fermi-Oberflächen um e_0V gemäß Abbildung (3).

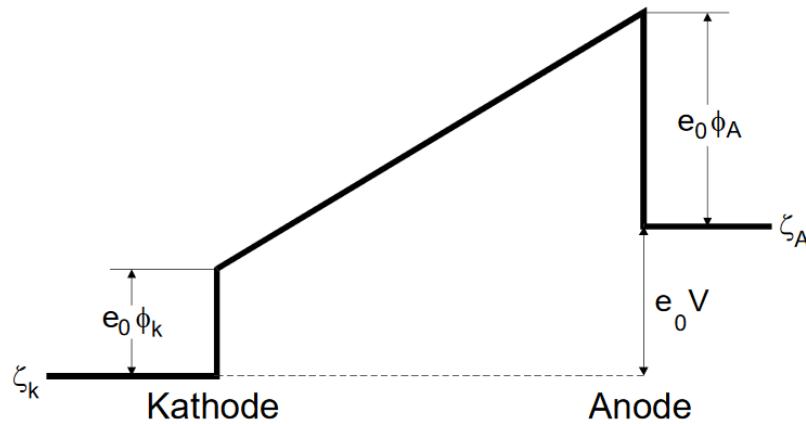


Abbildung 3: Verschiebung der Potentiale von Kathode und Anode [1].

Die Elektronen, welche die Anode erreichen, müssen eine um $e_0\phi_A + e_0V$ höhere Energie

besitzen. Ein Zusammenhang zwischen Strom und Potential gibt folgende Gleichung

$$j(V) = j_0 \exp\left(-\frac{e_0 \phi_A + e_0 V}{kT}\right) = const \exp\left(-\frac{e_0 V}{kT}\right) \quad (3)$$

Das Raumladungsgebiet schließt an das Anlaufgebiet an. Bei niedriger Spannung erreichen nur wenige Elektronen die Anode. Das Ohmsche Gesetz ist bei einer Diode nicht gültig, da die Elektronen keine konstante Geschwindigkeit in Richtung Anode besitzen. Die Raumladungsdichte ρ ist also eine vom Ort abhängige Funktion, und nimmt in Richtung Anode ab, da die Stromdichte durch die Kontinuitätsgleichung

$$j = -\rho v \quad (4)$$

beschrieben ist. Die Raumladungsdichte schirmt das elektrische Feld von der Kathode ab, weshalb nicht alle Elektronen das Anodenfeld erreichen. Das Gebiet kann durch die Gleichung

$$j = \frac{4}{9} \epsilon_0 \sqrt{2e_0/m_0} \frac{V^{\frac{3}{2}}}{a^2} \quad (5)$$

beschrieben werden und heißt Langmuir-Schottkysches Raumladungsgesetz. Die Größe a beschreibt den Abstand der Kathode und der Anode. An dieses Gebiet schließt das Sättigungsstromgebiet an. Die Raumladungsgleichung ist nicht für alle Spannungen gültig; der Anodenstrom nähert sich einem Sättigungswert an. Dieser ist durch die Richardson-Gleichung

$$j_S(T) = 4\pi \frac{e_0 m_0 k^2}{h^3} T^2 \exp\left(\frac{-e_0 \phi}{kT}\right) \quad (6)$$

gegeben. Die Sättigungsstromdichte j_S gibt anschaulich die Zahl der Elektronen an, die pro Zeit und Flächeneinheit emittiert werden. Außerdem ist sie Temperaturabhängig. In diesem Gebiet ist die Spannung so hoch, dass alle Elektronen die Anode erreicht haben.

3 Durchführung

Zur Versuchsdurchführung wird eine Hochvakuum-Diode verwendet(s. Abbildung (4)), da die Elektronen sonst mit den Luftpolekülen wechselwirken würden. In dem Glaskörper, welcher das Vakuum darstellt, befindet sich ein Draht, der erhitzt werden kann. Die damit frei werdenden Elektronen werden mit einem elektrischen Feld, welches zwischen Kathode und Anode herrscht, abgesaugt. Es fließt nur ein Strom, wenn die Anode gegenüber der Kathode positiv gespannt ist.

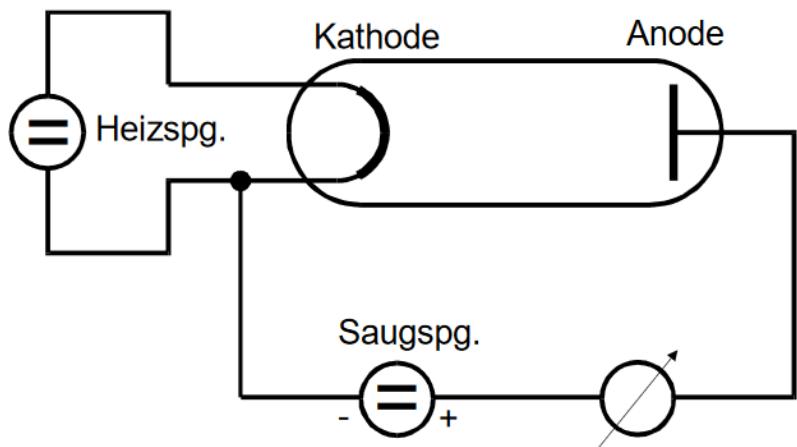


Abbildung 4: Schematischer Aufbau der Messapparatur[1].

Zuerst soll eine Kennlinienschar aus 5 Kennlinien erstellt werden. Dazu wird die Schaltung in Abbildung (5) verwendet. Mit einem Konstantspannungsgerät wird ein Heizstrom von 2,0 - 2,4 A erzeugt. Die Heizspannung wird mit einem Voltmeter gemessen. An dem Konstantspannungsgerät kann die Anodenspannung geregelt werden. Für die Kennlinien wird dann die Spannung in mehreren Schritten von 0 bis 250 V und die zugehörige Stromstärke gemessen. Dabei wird der Heizstrom in 0,1 Schritten hochgeschaltet und für jeden Strom die Heizspannung zusätzlich notiert. Aus der Kennlinienschar wird zuletzt der Sättigungsstrom I_S abgelesen.

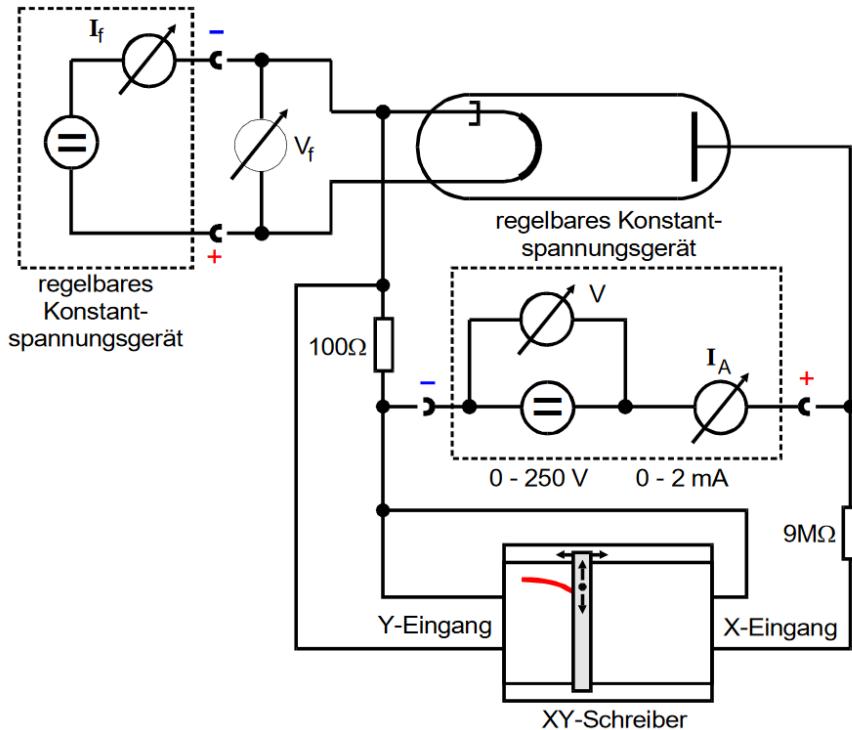


Abbildung 5: Schaltung zur Analyse der Kennlinien[1].

Als nächstes wird für die maximal mögliche Heizleistung das Langmuir-Schottkysche Raumladungsgesetz analysiert und der Exponent der Gleichung bestimmt. Außerdem wird für die maximale Heizleistung die Anlaufkurve bestimmt. Dazu wird die Schaltung aus Abbildung (6) benutzt. Es ist darauf zu achten, dass empfindlichere Messgeräte benötigt werden, und somit genauere Kabel und kurze Verbindungen von Nöten sind. Der Innenwiderstand des Nanoamperemeters beträgt $R_i = 1\text{M}\Omega$, und der Anlaufstrom erzeugt dort einen Spannungsabfall. Wieder werden Spannung und zugehörige Stromstärke notiert, und daraus die Kathodentemperatur T bestimmt. Des Weiteren wird aus einer Leistungsbilanz die Kathodentemperatur der Heizleistung aus der ersten Messreihe bestimmt. Aus der Temperatur und den zugehörigen Stromwerten wird zuletzt die Austrittsarbeit des Kathodenmaterials, welches in diesem Fall Wolfram ist, bestimmt.

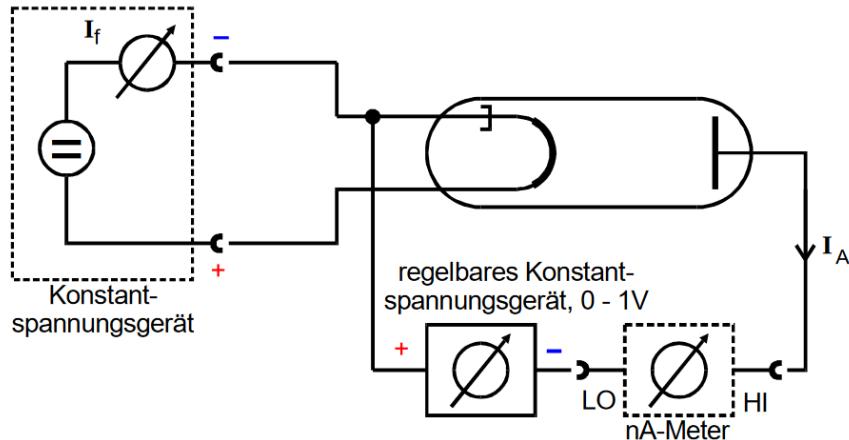


Abbildung 6: Schaltung zur Analyse der Anlaufkurve [1].

4 Auswertung

Für die Auswertung der Messergebnisse wird im Folgenden der Mittelwert immer als

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

berechnet und die Standardabweichung mit

$$\Delta\bar{x} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}.$$

Weiterhin wird die Gaußsche Fehlerfortpflanzung

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \Delta y\right)^2 + \dots}$$

verwendet.

4.1 Untersuchung des Sättigungsstroms

Aus den Messwerten lässt sich graphisch ein Sättigungsstrom I_S ermitteln, der einen Grenzwert darstellt und auch bei erhöhter Beschleunigungsspannung nicht nennenswert wächst. Dieser wird zusammen mit den Kennlinien unterschiedlicher Heizströme, welche den Tabellen (1), (2), (3), (4) und (5) zu entnehmen sind, in Abbildung 7 dargestellt.

Aus dieser ergeben sich die Sättigungsströme zu

$$I_{2.0} \approx 0,010 \text{ mA},$$

$$I_{2.1} \approx 0,020 \text{ mA},$$

$$I_{2.2} \approx 0,042 \text{ mA},$$

$$I_{2.3} \approx 0,095 \text{ mA},$$

$$I_{2.4} \approx 0,190 \text{ mA}.$$

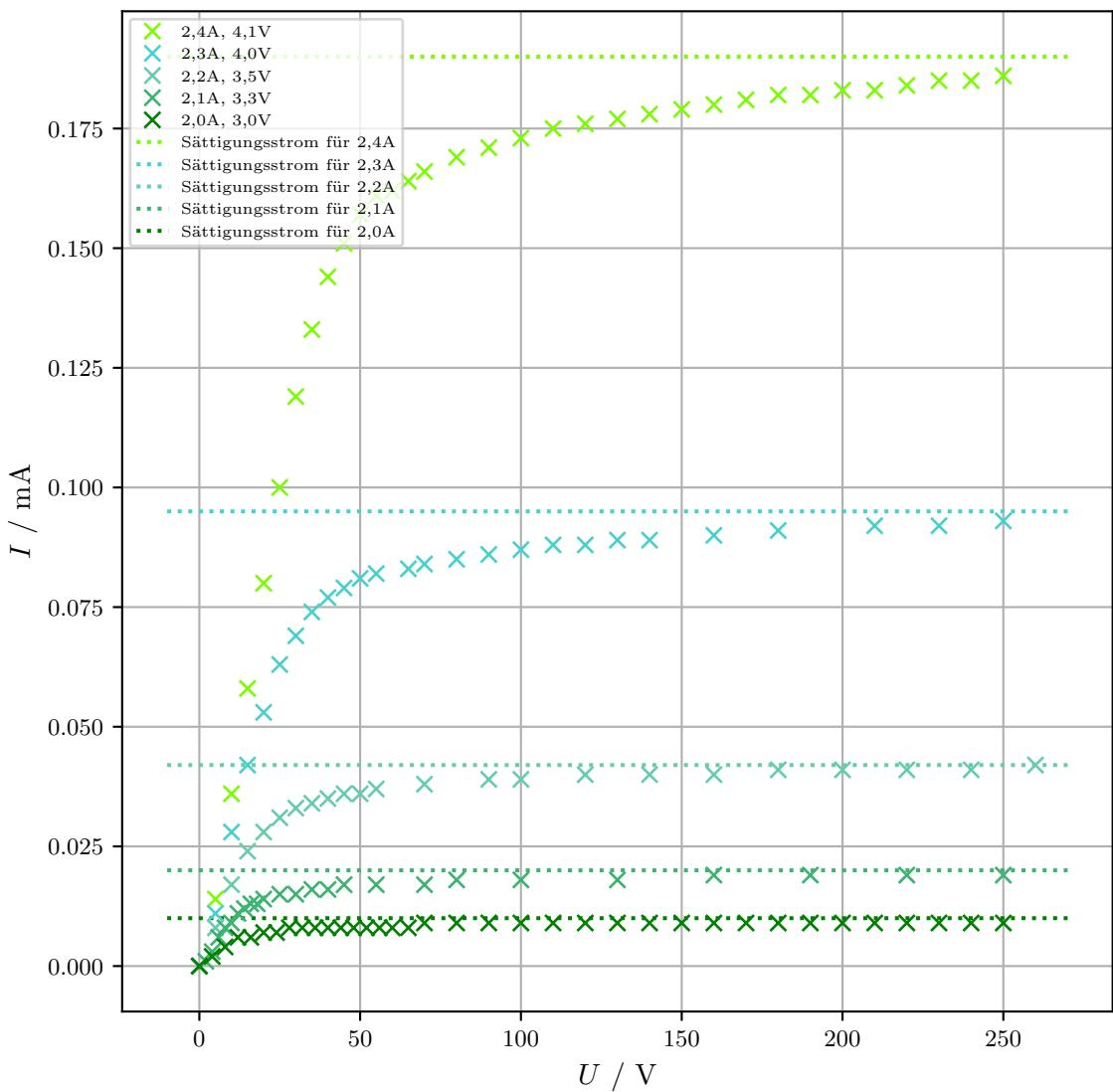


Abbildung 7: Kennlinienschar der Hochvakuumdiode zu variablen Heizströmen. Der Anodenstrom ist in Abhängigkeit von der Beschleunigungsspannung aufgetragen.

Tabelle 1: Messwerte zur Kennlinie der Hochvakuumdiode bei 2,0 A Heizstrom.

U / V	I / mA
0	0,000
4	0,002
8	0,004
12	0,006
16	0,006
20	0,007
24	0,007
28	0,008
32	0,008
36	0,008
40	0,008
44	0,008
48	0,008
52	0,008
56	0,008
60	0,008
65	0,008
70	0,009
80	0,009
90	0,009
100	0,009
110	0,009
120	0,009
130	0,009
140	0,009
150	0,009
160	0,009
170	0,009
180	0,009
190	0,009
200	0,009
210	0,009
220	0,009
230	0,009
240	0,009
250	0,009

Tabelle 2: Messwerte zur Kennlinie der Hochvakuumdiode bei 2,1 A Heizstrom.

U / V	I / mA
0	0,000
2	0,001
4	0,003
6	0,006
8	0,008
10	0,009
12	0,011
14	0,012
16	0,013
18	0,013
20	0,014
25	0,015
30	0,015
35	0,016
40	0,016
45	0,017
55	0,017
70	0,017
80	0,018
100	0,018
130	0,018
160	0,019
190	0,019
220	0,019
250	0,019

Tabelle 3: Messwerte zur Kennlinie der Hochvakuumdiode bei 2,2 A Heizstrom.

U / V	I / mA
0	0,000
5	0,008
10	0,017
15	0,024
20	0,028
25	0,031
30	0,033
35	0,034
40	0,035
45	0,036
50	0,036
55	0,037
70	0,038
90	0,039
100	0,039
120	0,040
140	0,040
160	0,040
180	0,041
200	0,041
220	0,041
240	0,041
260	0,042

Tabelle 4: Messwerte zur Kennlinie der Hochvakuumdiode bei 2,3 A Heizstrom.

U / V	I / mA
0	0
5	0,011
10	0,028
15	0,042
20	0,053
25	0,063
30	0,069
35	0,074
40	0,077
45	0,079
50	0,081
55	0,082
65	0,083
70	0,084
80	0,085
90	0,086
100	0,087
110	0,088
120	0,088
130	0,089
140	0,089
160	0,090
180	0,091
210	0,092
230	0,092
250	0,093

Tabelle 5: Messwerte zur Kennlinie der Hochvakuumdiode bei 2,4 A Heizstrom.

U / V	I / mA
5	0,014
10	0,036
15	0,058
20	0,080
25	0,100
30	0,119
35	0,133
40	0,144
45	0,151
50	0,157
55	0,161
60	0,162
65	0,164
70	0,166
80	0,169
90	0,171
100	0,173
110	0,175
120	0,176
130	0,177
140	0,178
150	0,179
160	0,180
170	0,181
180	0,182
190	0,182
200	0,183
210	0,183
220	0,184
230	0,185
240	0,185
250	0,186

4.2 Untersuchung des Langmuir-Schottkyschen Raumladungsgesetzes

Zur Untersuchung des Raumladungsgebietes werden die Messpaare des höchsten Heizstroms $I = 2,4 \text{ A}$ aus Tabelle (5) in Abbildung (8) doppeltlogarithmisch gegeneinander aufgetragen. Es findet eine lineare Ausgleichsrechnung der Form

$$\ln(I) = a \cdot \ln(U) + \ln(b)$$

statt, bei der a den Exponenten der Strom-Spannungsbeziehung darstellt. Mittels dieser ergibt sich

$$a = (1,12 \pm 0,03), \\ b = (0,0028 \pm 0,0002).$$

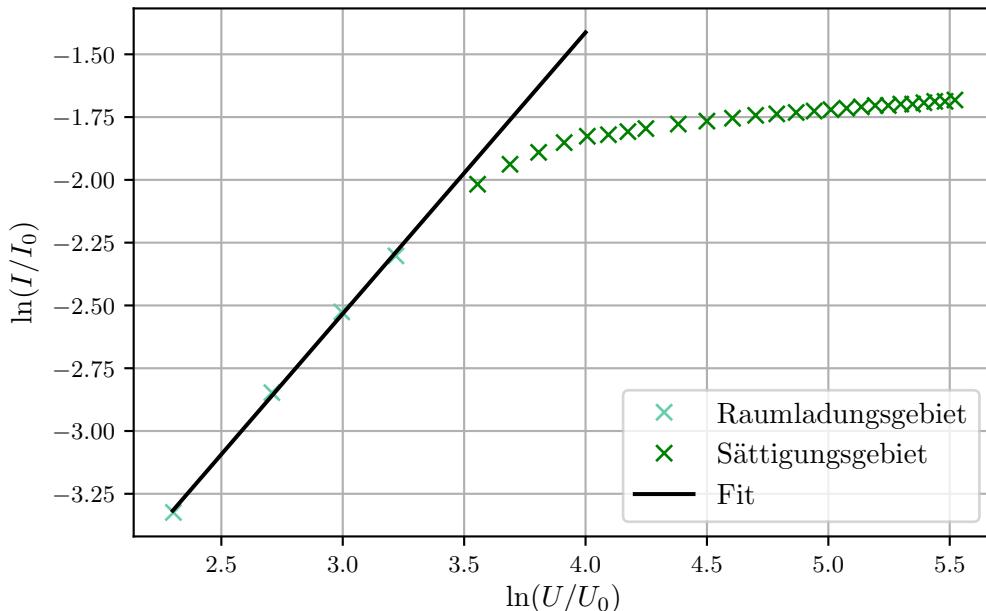


Abbildung 8: Doppeltlogarithmische Kennlinie der Hochvakuumdiode bei einem Heizstrom von $2,4 \text{ A}$.

4.3 Untersuchung des Anlaufstromgebiets

Um das Anlaufstromgebiet zu untersuchen, müssen die gemessenen Spannung entsprechend dem Spannungsabfall an dem Innenwiderstand des Nanoampermeters $R_{\text{Innen}} = 1 \text{ M}\Omega$ über

$$U_{\text{Korrektur}} = U + U_R = U + R_{\text{Innen}}I$$

korrigiert werden. Die korrigierten Messwerte sind in Tabelle (6) aufgelistet und werden zusammen mit einer Ausgleichsgeraden der Form

$$\ln(I) = A \cdot U + \ln(B)$$

in Abbildung (9) dargestellt. Aus der Ausgleichsrechnung ergibt sich

$$A = (-5,08 \pm 0,05) 1 \frac{1}{V},$$

$$B = (50,32 \pm 1,46).$$

Aus Gleichung (3) wird deutlich, dass

$$A = -\frac{e_0}{k_B T},$$

$$B = j_0 \cdot \exp\left(-\frac{e_0 \phi_A}{k_B T}\right) = \text{const.}$$

Daraus ergibt sich eine Kathodentemperatur von

$$T = (2286 \pm 21) \text{ K}.$$

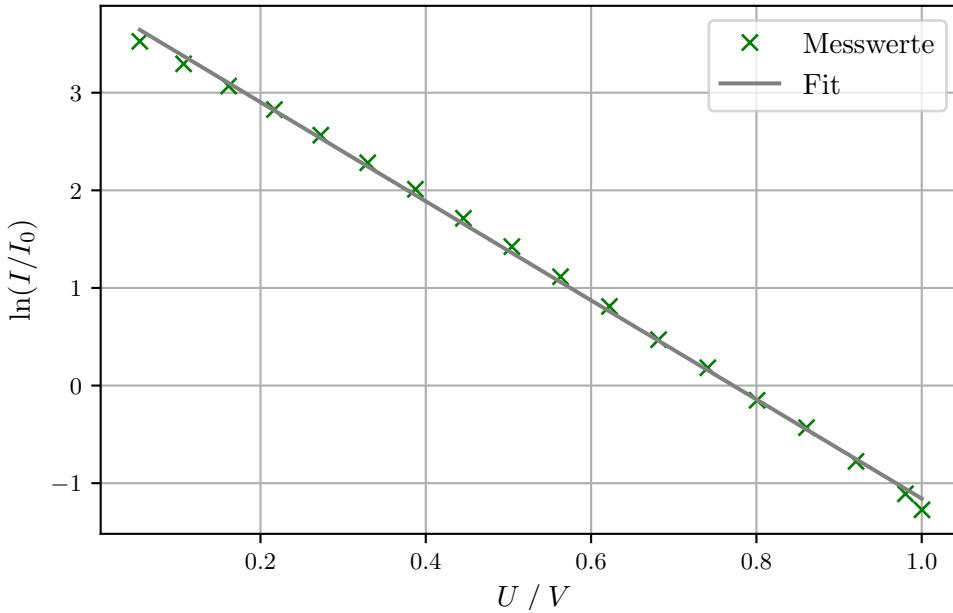


Abbildung 9: Einfach logarithmische Darstellung der Messwerte zum Anlaufstromgebiet.

Tabelle 6: Messwerte zur Untersuchung des Anlaufstromgebiets einer Hochvakuumdiode mit Heizstrom $I = 2,4 \text{ V}$.

$U_{\text{Messung}} / \text{V}$	U / V	I / nA
0,02	0,054	34,0
0,08	0,107	27,0
0,14	0,162	21,5
0,20	0,217	16,9
0,26	0,273	13,0
0,32	0,333	9,80
0,38	0,387	7,47
0,44	0,446	5,55
0,50	0,504	4,15
0,56	0,563	3,05
0,62	0,622	2,25
0,68	0,682	1,60
0,74	0,741	1,20
0,80	0,801	0,86
0,86	0,861	0,65
0,92	0,920	0,46
0,98	0,980	0,33
1,00	1,000	0,28

4.4 Bestimmung der Kathodentemperatur aus der Leistungsbilanz

Aus der Leistungsbilanz des Heizstromkreises lässt sich die Temperatur der Glühkathode ebenfalls bestimmen. Die zugeführte Leistung

$$N_{\text{zu}} = V_f \cdot I_f$$

entspricht der Summe der über die Apparatur abgegebenen Wärmeleistung $N_W = 0,9 \text{ W}$ und der Strahlungsleistung

$$N_W = f\eta\sigma T^4,$$

welche über das Stefan-Boltzmann-Gesetz bestimmt wird, wobei

$$\begin{aligned}\sigma &= 5,7 \cdot 10^{-12} \frac{\text{W K}^2}{\text{cm}^2}, \\ f &= 0,35 \text{ cm}^2, \\ \eta &= 0,28,\end{aligned}$$

mit der Stefan-Boltzmann-Konstante σ , der Kathodenoberfläche f und dem Emissionsvermögen η . Für die Temperatur ergibt sich aus der Leistungsgleichung also

$$T = \sqrt[4]{\frac{I_f V_f - 0,9}{f\eta\sigma}}.$$

Die berechneten Temperaturen sind in Tabelle 7 aufgeführt.

Tabelle 7: Glühkathodentemperaturen zu Kennlinienmessungen einer Wolframkatode.

$U_{\text{Heiz}} / \text{V}$	$I_{\text{Heiz}} / \text{A}$	T / K
3,0	2,0	1738,27
3,3	2,1	1812,61
3,5	2,2	1867,89
4,0	2,3	1963,33
4,1	2,4	2000,13

Gemittelt ergibt sich für die Kathodentemperatur somit

$$T = (1876 \pm 48) \text{ K}.$$

4.5 Bestimmung der Austrittsarbeit von Wolfram

Aus den soeben bestimmten Temperaturen der Kathode sowie der Sättigungsströme lässt sich durch Umstellen der Gleichung (6) die Austrittsarbeit von Wolfram bestimmen:

$$e_0\phi = -\ln \left(\frac{I_s h^3}{4\pi e_0 m_0 k_B^2 f T^2} \right) k_B T,$$

mit der Elementarladung e_0 und der Ruhemasse m_0 des Elektrons

$$e_0 = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C},$$

$$m_0 = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg},$$

welche in Tabelle (8) aufgelistet sind.

Tabelle 8: Temperaturabhängige Austrittsarbeit einer Wolframkathode.

T / K	I_S / mA	W / eV
1738,27	0,010	4,52
1812,61	0,020	4,62
1867,89	0,042	4,64
1963,33	0,095	4,76
2000,13	0,190	4,72

Gemittelt ergibt sich eine Austrittsarbeit für Wolfram von

$$W = (4,65 \pm 0,08) \text{ eV}.$$

5 Diskussion

Die Kennlinien lassen für Heizströme bis $I_H = 2,3 \text{ A}$ eine gute Bestimmung der Sättigungsströme zu. Bei höherer Heizstromstärke lässt die Genauigkeit allerdings nach, da die aufbaubedingt maximal mögliche Beschleunigungsspannung bereits ausgeschöpft ist. Zur Verifizierung des Langmuir-Schottkyschen Raumladungsgesetztes wird der per Ausgleichsrechnung bestimmte Exponent $a = (1,12 \pm 0,03)$ mit dem zu erwartenden Exponenten $a_{\text{Theorie}} = 1,5$ verglichen. Es ergibt sich eine relative Abweichung von 25,33 %. Diese lässt sich durch die geringe Anzahl der zur Auswertung nützlichen Messwerte begründen, da das Raumladungsgebiet im Graphen verhältnismäßig klein ausfällt, was sich durch eine höhere Heizstromstärke verbessern ließe.

Bei der Untersuchung des Anlaufstromgebiets wird die Kathodentemperatur bestimmt. Diese wird mit der über die Leistungsbilanz des Heizstromkreises bestimmten Kathoden-temperatur verglichen. Die Abweichung der Ergebnisse der beiden Messmethoden für die Temperatur der Kathode liegt bei 17,94 bzw. 21,86 %, wobei anzumerken ist, dass nicht eindeutig ist, welcher der tatsächlichen Temperatur näher liegt.

Bei einem Vergleich der bestimmten Austrittsarbeit $W = (4,65 \pm 0,08) \text{ eV}$ mit dem Theoriewert für Wolfram $W_{\text{Wolfram}} = 4,54 \text{ eV}$ [2] ergibt sich eine relative Abweichung von 2,37 %. Trotz der geringen Abweichung, welche sich durch die Abschätzung der Sättigungsströme erklären lässt, lässt sich die Theorie hierbei bestätigen.

6 Anhang

Im folgenden sind die Kopien der Messwerte aufgelistet.

	V504	I/V	I/mA	V/V	I/mA
Höchstrom:	0	0	2,1A	0	0
2A	4	0,002	3,3V	2	0,001
Höchstspannung	8	0,004		4	0,003
3V	12	0,006		6	0,006
	16	0,006		8	0,008
	20	0,007		10	0,009
	24	0,007		12	0,011
	28	0,008		14	0,012
	32	0,008		16	0,013
	36	0,008		18	0,013
	40	0,008		20	0,014
	44	0,008		25	0,015
48 :		:		30	0,015
60		0,008		35	0,016
65		0,008		40	0,016
70		0,009		45	0,017
80		0,009		70	0,017
90		0,009		80	0,018
100		0,009		150	0,018
110		:		160	0,019
120		0,009			

kel,

2,4A U/V I/mA		
4,1V	5	0,014
	10	0,036
	15	0,58
	20	0,80
	25	0,100
	30	0,119
	35	0,133
	40	0,144
	45	0,151
	50	0,157
	55	0,161
	60	0,162
	65	0,164
	70	0,166
	80	0,169
	90	0,171
	100	0,173
	110	0,175
	120	0,176
	130	0,177
	140	0,178
	150	0,179
	160	0,180
	170	0,181
	180	0,182
	190	0,182
	200	0,183
	210	0,183
2,4A: U/V I/nA		
		0,02
		0,08
		0,14
		0,2
		0,26
		0,32
		0,38
		0,44
		0,50
		0,56
		0,62
		0,68
		0,74
		0,8
		0,86
		0,86
		0,92
		0,98
		1
		0,28

Graf

$U_{2,2A}$	U_{1V}	I_{ImA}	$U_{2,3A}$	U_{V}	I_{ImA}
3,5V	0	0	4V	0	0
5	0,008		5	0,011	
10	0,017		10	0,028	
15	0,024		15	0,042	
20	0,028		20	0,053	
25	0,031		25	0,063	
30	0,033		30	0,069	
35	0,034		35	0,074	
40	0,035		40	0,077	
45	0,036		45	0,079	
50	0,036		50	0,081	
55	0,037		55	0,082	
70	0,038		65	0,083	
90	0,039		70	0,084	
120	0,040		80	0,085	
170	0,040		90	0,086	
180	0,041		100	0,087	
200	0,042		110	0,085	
			120	0,088	
			130	0,089	
			160	0,090	
			180	0,091	
			210	0,092	
			250	0,093	

4.11-

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Anleitung zum Versuch 504, Thermische Elektronenemission*. 10. Juni 2019. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/Alpha.pdf>.
- [2] Spektrum. *Austrittsarbeit*. 10. Juni 2019. URL: <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/austrittsarbeit/1067>.