

V704

Absorption von Gamma- und Betastrahlung

Kalina Toben

kalina.toben@tu-dortmund.de

Daniel Wall

daniel.wall@tu-dortmund.de

Durchführung: 07.05.2019

Abgabe: 14.05.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Wirkungsquerschnitt und Absorptionsgesetz	3
2.2 Gamma-Strahlung	3
2.3 Beta-Strahlung	6
3 Durchführung	7
4 Auswertung	7
4.1 Bestimmung der Absorptionskoeffizienten von Blei und Eisen	7
4.2 Bestimmung der Maximalenergie der Beta-Strahlung	11
5 Diskussion	13
Literatur	14

1 Zielsetzung

In diesem Versuch sollen Gamma-Absorptionskurven von Blei und Eisen aufgenommen werden und die Absorptionskoeffizienten berechnet werden. Außerdem soll eine Beta-Absorptionskurve von Aluminium aufgenommen werden und daraus die Maximalenergie des Strahlers bestimmt werden.

2 Theorie

2.1 Wirkungsquerschnitt und Absorptionsgesetz

Strahlung wechselwirkt auf unterschiedliche Weise mit Materie. Wie oft eine Wechselwirkung stattfindet wird über den Wirkungsquerschnitt σ bestimmt werden. Hat der Absorber die Dicke D und besteht aus infinitesimalen Schichten dx , finden nach

$$dN = -N(x)n\sigma dx \quad (1)$$

die Reaktionen statt, wobei die Teilchenzahl um dN abnimmt. $N(x)$ ist dabei die von N_0 abgenommene Strahlintensität. Integriert man diese Gleichung, erhält man das Absorptionsgesetz, welches die Teilchenzahl der noch übrig gebliebenen Teilchen beschreibt

$$N(D) = N_0 e^{-n\sigma D} \quad (2)$$

Der Exponent wird auch als Absorptionskoeffizient $\mu = n\sigma$ bezeichnet. Für n ergibt sich der Zusammenhang

$$n = \frac{zN_L}{V_{Mol}} = \frac{zN_L\rho}{M} \quad (3)$$

wobei Z die Ordnungszahl, N_L die Loschmidtsche Zahl, V_{Mol} das Molvolumen, M das Molekulargewicht und ρ die Dichte ist.

2.2 Gamma-Strahlung

Gehen angeregte Atomkerne in einen niederenergetischen Zustand über, wird ein γ -Quant ausgesandt. Diese Strahlung hat Wellencharakter, und für die Energie gilt dann der Zusammenhang

$$E = h\nu, \quad (4)$$

wobei h das Plancksche Wirkungsquantum ist und ν die Frequenz. Das Linienspektrum der Gamma-Strahlung ist diskret.

Die wichtigsten Wechselwirkungen beim Durchgang durch Materie sind der Photoeffekt, der Compton-Effekt, und die Paarerzeugung. Beim Photoeffekt wechselwirkt das γ -Quant mit einem Hüllenelektron, wobei es vernichtet wird. Das Elektron wird aus seiner Bindung ausgelöst. Die Energie die es dabei erhält, ist die Energie des γ -Quants vermindert um die Bindungsenergie. Der Photoeffekt ist bei schweren Atomen am wahrscheinlichsten, und

außerdem bei den niedrigsten Quantenenergien dominierend. Da das Elektron entfernt wird, können Elektronen aus höheren Schalen die Lücke füllen. Die Energie, die dabei frei wird, ist die Röntgenstrahlung. Beim Componteffect wird die Strahlung an einem freien Elektron gemäß Abbildung 1 gestreut.

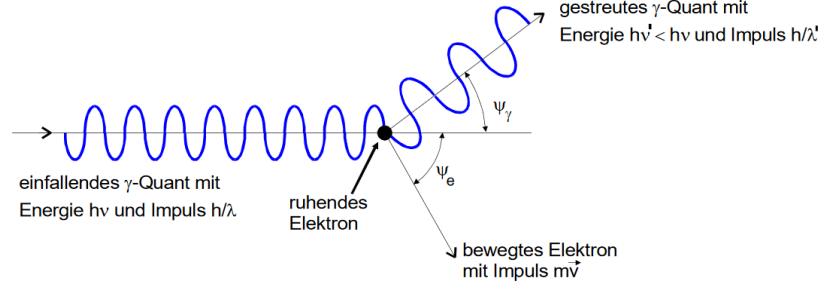


Abbildung 1: Darstellung der Compton-Streuung.[1, S.5]

Da dies eine inelastische Streuung ist, erfahren die Quanten nicht nur eine Richtungsänderung, sondern auch eine Energieänderung. Deshalb wird die Strahlintensität minimiert. Der Wirkungsquerschnitt für diese Streuung bestimmt sich durch

$$\sigma_{com} = 2\pi r_e^2 \left(\frac{1+\epsilon}{\epsilon^2} \left[\frac{2(1+\epsilon)}{1+2\epsilon} - \frac{1}{\epsilon} \ln(1+2\epsilon) \right] + \frac{1}{2\epsilon} \ln(1+2\epsilon) - \frac{1+3\epsilon}{(1+2\epsilon)^2} \right) \quad (5)$$

Hierbei ist $\epsilon = E_\gamma/(m_0 c^2)$, und $r_e = \frac{e_0^2}{4\pi\epsilon_0 m_0 c^2} = 2,82 \cdot 10^{-15} \text{m}$ der klassische Elektronenradius, mit e_0 die Elementarladung und ϵ_0 die Influenzkonstante. Der Absorptionskoeffizient wird definiert durch

$$\mu_{com} = \frac{z N_A \rho}{M} \sigma_{com}. \quad (6)$$

Dieser Effekt tritt bei mittleren Energien, also ab 200 keV auf. Ist die Energie der Gammastrahlung größer als die doppelte Ruhemasse eines Elektrons, tritt die Paarerzeugung ein. Hierbei wird das Quant vernichtet und dabei entsteht ein Elektron und ein Positron. Diese Wechselwirkung tritt ab einer Energie von 1 MeV auf. Ein Kurvenverlauf für die Energieabhängigkeit der Absorptionskoeffizienten ist in Abbildung 2 zu sehen.

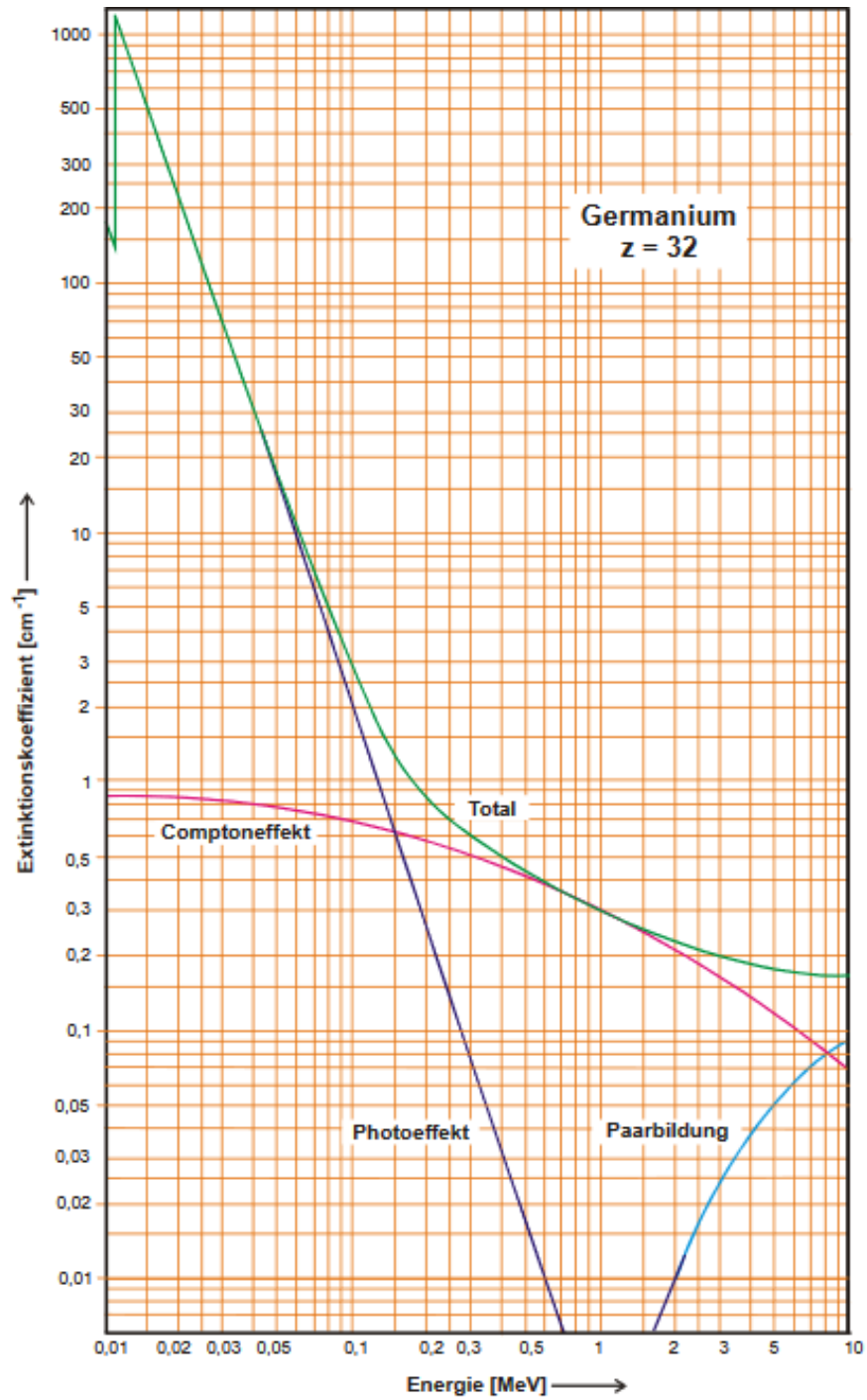


Abbildung 2: Kurvenverläufe für die Energieabhängigkeit der Absorptionskoeffizienten für die 3 Wechselwirkungen und der Totaleffekt.[1, S.7]

2.3 Beta-Strahlung

Beta-Strahlung entsteht wenn ein Atomkern zerfällt. Beim β^- -Zerfall entsteht ein Proton, ein Elektron und ein Antineutrino, nachdem ein Neutron zerfällt. Beim β^+ -Zerfall zerfällt ein Proton in ein Neutron, ein Positron und ein Neutrino. Hier ist das Energiespektrum kontinuierlich. Es gibt drei Wechselwirkungsprozesse mit Materie. Die Elastische Streuung am Atomkern ist im Grunde die Rutherford-Streuung. Im Coulomb-feld der Kerne werden die β -Teilchen abgelenkt, wobei die Strahlintensität abfällt.

Bei der inelastischen Streuung am Atomkern erfahren die Teilchen eine Beschleunigung. Dabei wird Energie abgegeben, welche die Teilchen abbremst; sie wird somit auch als Bremsstrahlung bezeichnet.

Die inelastische Streuung an den Elektronen der Materie führt zu Ionisation und Anregung der Absorberatome. Es können viele solcher Prozesse hintereinander ausgeführt werden, da nur wenig Energie verbraucht wird.

Eine Absorptionskurve für die β -Strahlung ist in Abbildung 3 gegeben. Hier ist der Logarithmus der Strahlintensität gegen die Massenbelegung

$$R = \rho D \quad (7)$$

aufgetragen. Aus der Kurve kann die maximale Reichweite R_{max} bestimmt werden. Daraus kann wiederum die maximale Energie über die Beziehung

$$E_{max} = 1,92\sqrt{R_{max}^2 + 0,22R_{max}} \quad (8)$$

berechnet werden.

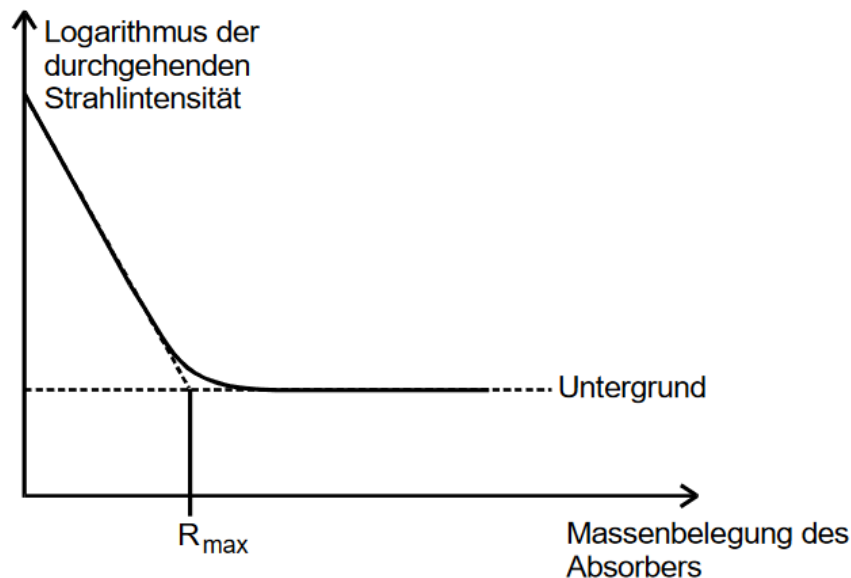


Abbildung 3: Absorptionskurve für die Beta-Strahlung.[1, S.12]

3 Durchführung

In Abbildung 4 ist die Messapparatur dargestellt. Mit einem Geiger-Müller-Zählrohr wird die Strahlintensität gemessen. Ein Zählwerk wird über einen Verstärker angeschlossen und mit Hilfe eines Zeitgebers wird die Messzeit eingestellt. Die ganze Vorrichtung ist von einer Blei-Wand umgeben.

Bevor die Messung gestartet wird und muss der Nulleffekt bestimmt werden. Dazu wird ohne radioaktive Quelle die Zählrate mindestens 900 Sekunden gemessen. Dann wird die Strahlungsquelle eingesetzt und Beta- und Gamma-Absorptionskurven bestimmt. Für die Beta-Kurve werden Aluminium-Blöcke unterschiedlicher Dicke in die Apparatur eingesetzt, und bei der ersten dicksten Platte wird für 1100 Sekunden gemessen. Danach werden immer 100 Sekunden weniger gemessen. Es werden für Blei und Eisen die Gamma-Intensitäten bestimmt. Dazu wird ähnlich wie bei der Beta-Strahlung verfahren, es werden unterschiedliche Dicken für unterschiedliche Zeiten untersucht.

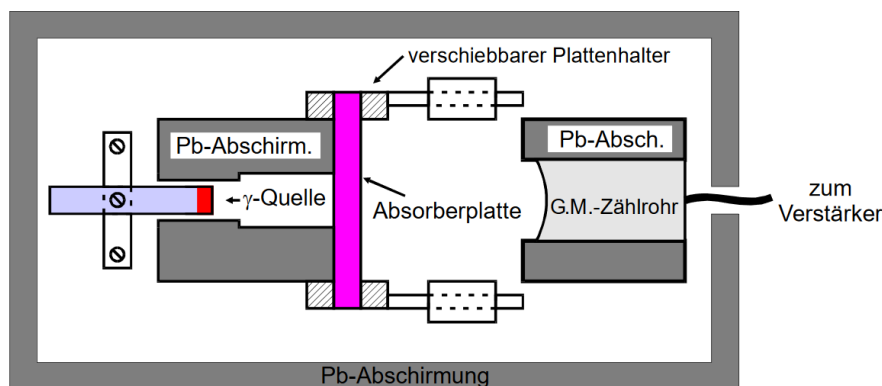


Abbildung 4: Aufbau der Messapparatur.[1, S.14]

4 Auswertung

In diesem Kapitel wird der Absorptionskoeffizient von Blei und Eisen ermittelt, die sich vor einer Gamma-Strahlungsquelle befinden. Im Anschluss wird die Maximalenergie des verwendeten Beta-Strahlers bestimmt.

4.1 Bestimmung der Absorptionskoeffizienten von Blei und Eisen

Bevor die Absorptionskoeffizienten berechnet werden können, muss von den Messwerten die Nullmessung abgezogen werden. Da hierbei nur geringe Zählraten aufgenommen werden, wird für die Messung ein Zeitintervall von

$$\Delta t = 900 \text{ s}$$

betrachtet. Die Anzahl der Counts N und die radioaktive Aktivität A_0 sind dann:

$$N = (1059 \pm 33),$$

$$A_0 = (1,18 \pm 0,04) \frac{1}{s}.$$

Der statistische Fehler nach der Poissonverteilung von N ist:

$$\Delta N = \sqrt{N}.$$

Somit wurde zur Berechnung der Aktivität folgende Fehlerformel nach der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung verwendet:

$$\Delta A_0 = \frac{1}{\Delta t} \cdot \sqrt{N}. \quad (9)$$

Der Absorptionskoeffizient von Blei wird mit Hilfe einer Ausgleichsrechnung bestimmt. Dazu wird die Aktivität gegen die Dicke des zu durchdringenden Materials in einem halblogarithmischen Diagramm aufgetragen. Nach Gleichung (2) besteht zwischen der Aktivität und der Dicke des Materials ein exponentieller Zusammenhang. Durch Umstellen und Logarithmieren dieser Gleichung wird folgender Zusammenhang deutlich:

$$\ln A(D) = -\mu \cdot D + \ln A_0.$$

Dies lässt auf eine lineare Ausgleichsrechnung der Form

$$A(D) = -a \cdot D + b \quad (10)$$

schließen. Die für die lineare Regression verwendeten Messwerte befinden sich in Tabelle 1 und der Graph ist in Abbildung 5 zu sehen.

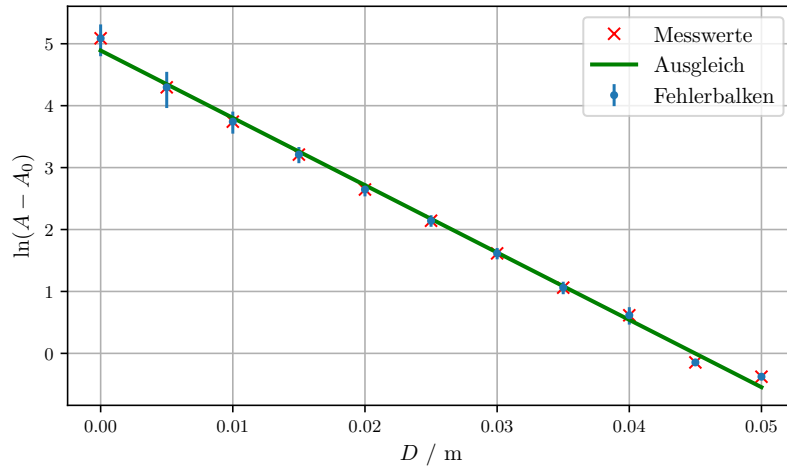


Abbildung 5: Lineare Regression zur Bestimmung des Absorptionskoeffizienten von Blei.

Tabelle 1: Messwerte zur Bestimmung des Absorptionskoeffizienten von Blei.

D / m	t / s	Counts N	$A / \frac{1}{\text{s}}$	$(A - A_0) / \frac{1}{\text{s}}$
0.00	100	$16\,308 \pm 128$	$163,08 \pm 1,28$	$162,06 \pm 1,28$
0.005	50	3722 ± 61	$74,44 \pm 1,22$	$73,42 \pm 1,22$
0.01	100	4320 ± 66	$43,20 \pm 0,66$	$42,18 \pm 0,66$
0.015	150	3870 ± 62	$25,80 \pm 0,41$	$24,78 \pm 0,41$
0.02	200	3024 ± 55	$15,12 \pm 0,27$	$14,10 \pm 0,27$
0.025	250	2384 ± 49	$9,54 \pm 0,20$	$8,52 \pm 0,20$
0.03	300	1814 ± 43	$6,05 \pm 0,14$	$5,03 \pm 0,14$
0.035	400	1564 ± 40	$3,91 \pm 0,10$	$2,89 \pm 0,10$
0.04	500	1435 ± 38	$2,87 \pm 0,08$	$1,85 \pm 0,08$
0.045	500	942 ± 31	$1,88 \pm 0,06$	$0,86 \pm 0,06$
0.05	500	853 ± 29	$1,71 \pm 0,06$	$0,69 \pm 0,06$

Die nach Gleichung (10) berechneten Parameter a und b entsprechen dem Absorptionskoeffizienten und der Anfangsaktivität und sind somit:

$$a = \mu_{\text{Pb}} = (108,7 \pm 2,1) \frac{1}{\text{m}}$$
$$b = A_{\text{A}} = (133 \pm 8) \frac{1}{\text{s}}.$$

Der theoretische Wert für den Compton-Absorptionskoeffizienten lässt sich mit Hilfe der Gleichung (6) berechnen. Die für diese Berechnung benötigten Werte sind folgende:

$$\epsilon = 1,295 [1, \text{S.243}],$$
$$r_e = 2,82 \cdot 10^{-15} \text{ m} [1, \text{S.235}],$$
$$N_{\text{A}} = 6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} [4],$$
$$\rho = 11342 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} [3],$$
$$Z = 82,$$
$$M = 207,2 \frac{\text{g}}{\text{mol}} [5].$$

Daraus ergibt sich der Compton-Absorptionskoeffizient für Blei

$$\mu_{\text{com,Pb}} = 69,35 \frac{1}{\text{m}}.$$

Analog wird der Absorptionskoeffizient von Eisen ermittelt. Die hierfür benötigten Messwerte befinden sich in Tabelle 2 und die lineare Regression nach Gleichung (10) befindet sich in Abbildung 6.

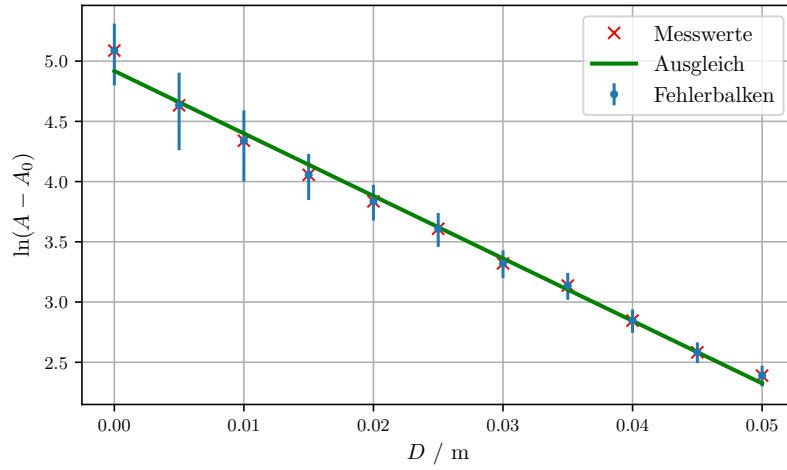


Abbildung 6: Lineare Regression zur Bestimmung des Absorptionskoeffizienten von Eisen.

Tabelle 2: Messwerte zur Bestimmung des Absorptionskoeffizienten von Eisen.

D / m	t / s	Counts N	$A / \frac{1}{\text{s}}$	$(A - A_0) / \frac{1}{\text{s}}$
0.005	50	5193 ± 72	$103,86 \pm 1,44$	$102,80 \pm 1,44$
0.01	50	3884 ± 62	$77,68 \pm 1,25$	$76,66 \pm 1,25$
0.015	100	5879 ± 77	$58,79 \pm 0,77$	$57,77 \pm 0,77$
0.02	150	7104 ± 84	$47,36 \pm 0,56$	$46,34 \pm 0,56$
0.025	150	5691 ± 75	$37,94 \pm 0,50$	$36,92 \pm 0,50$
0.03	200	5741 ± 76	$28,71 \pm 0,38$	$27,69 \pm 0,38$
0.035	200	4809 ± 69	$24,05 \pm 0,35$	$23,03 \pm 0,35$
0.04	250	4559 ± 68	$18,24 \pm 0,27$	$17,22 \pm 0,27$
0.045	300	4277 ± 65	$14,26 \pm 0,22$	$13,24 \pm 0,22$
0.05	300	3578 ± 60	$11,93 \pm 0,20$	$10,91 \pm 0,20$

Die nach Gleichung (10) berechneten Parameter a und b entsprechen erneut dem Absorptionskoeffizienten und der Anfangsaktivität und sind somit:

$$a = \mu_{\text{Fe}} = (51,9 \pm 1,4) \frac{1}{\text{m}},$$

$$b = A_{\text{A}} = (137 \pm 6) \frac{1}{\text{s}}.$$

Der theoretische Wert für den Compton-Absorptionskoeffizienten lässt sich mit Hilfe der

Gleichung (6) berechnen. Die für diese Berechnung benötigten Werte sind folgende:

$$\rho = 7874 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} [3],$$

$$Z = 26,$$

$$M = 55,845 \frac{\text{g}}{\text{mol}} [5].$$

Die Werte für ϵ , dem Elektronenradius r_e und der Avogadro-Konstante N_A sind die selben geblieben. Daraus ergibt sich der Compton-Absorptionskoeffizient für Eisen

$$\mu_{com,Fe} = 56,64 \frac{1}{\text{m}}.$$

4.2 Bestimmung der Maximalenergie der Beta-Strahlung

Für die Bestimmung der Maximalenergie der Beta-Strahlung wird zunächst die maximale Reichweite R_{\max} der Elektronen bestimmt. Dazu wird die Aktivität gegen die Massenbelegung aufgetragen und gemäß Abbildung (3) in zwei Teile aufgeteilt. Die einzelnen Teile werden dann mit einer linearen Regression gefittet. Ziel ist es, die Stelle zu errechnen, an der sich die Ausgleichsgeraden treffen. Der x -Wert dieses Schnittpunktes gibt dann die maximale Reichweite der Elektronen an. Die Ausgleichsrechnung wird analog zur Gleichung (10) durchgeführt, wobei die Parameter verändert wurden. Die neuen Parameter sind A_i und B_i mit $i = 1, 2$. Die beiden Graphen sind in Abbildung 7 zu sehen. Die Massenbelegung, welche durch die Gleichung (7) berechnet wird, befindet sich zusammen mit den Messwerten in Tabelle 3. Dabei ist die Dichte von Aluminium

$$\rho = 2698 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} [3].$$

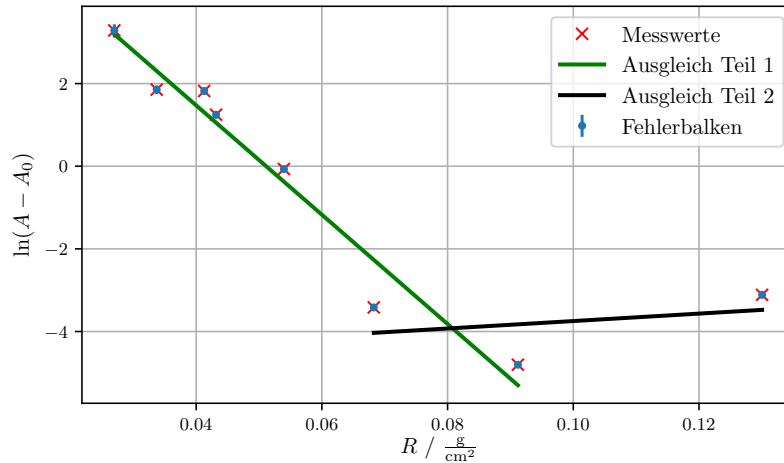


Abbildung 7: Zwei lineare Regressionen zur Bestimmung der maximalen Reichweite R_{\max} der Beta-Strahlung.

Tabelle 3: Messwerte zur Bestimmung der maximalen Reichweite.

$D / \mu\text{m}$	t / s	Counts N	$A / \frac{1}{\text{s}}$	$(A - A_0) / \frac{1}{\text{s}}$	$R / \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$
100	100	2743 ± 52	$27,43 \pm 0,45$	$26,72 \pm 0,47$	0,027
125	200	1418 ± 38	$7,09 \pm 0,22$	$6,38 \pm 0,22$	0,034
153	300	2064 ± 45	$6,88 \pm 0,22$	$6,17 \pm 0,22$	0,04
160	400	1673 ± 41	$4,18 \pm 0,14$	$3,48 \pm 0,14$	0,04
200	500	820 ± 29	$1,64 \pm 0,07$	$0,93 \pm 0,07$	0,05
253	600	443 ± 21	$0,74 \pm 0,04$	$0,33 \pm 0,04$	0,07
302	700	459 ± 21	$0,66 \pm 0,04$	$-0,05 \pm 0,04$	0,08
338	800	571 ± 24	$0,71 \pm 0,03$	$0,01 \pm 0,04$	0,09
400	900	583 ± 24	$0,65 \pm 0,03$	$-0,06 \pm 0,04$	0,11
444	1000	689 ± 26	$0,68 \pm 0,03$	$-0,02 \pm 0,04$	0,12
482	1100	825 ± 29	$0,75 \pm 0,04$	$0,04 \pm 0,04$	0,13

Die Parameter sind A_i und B_i sind nach Gleichung (10) folgende:

$$A_1 = (-132 \pm 12) \frac{\text{cm}^2}{\text{g}},$$

$$B_1 = (6,8 \pm 0,7) \frac{1}{\text{s}}$$

und

$$A_2 = (9 \pm 27) \frac{\text{cm}^2}{\text{g}},$$

$$B_2 = (-4,6 \pm 2,7) \frac{1}{\text{s}}.$$

Die maximale Reichweite, also der Schnittpunkt dieser beiden Geraden wird folgendermaßen berechnet:

$$R_{\text{max}} = \frac{B_1 \cdot 1 \text{ s} - B_2 \cdot 1 \text{ s}}{A_2 - A_1} \quad (11)$$

Der Fehler ist dann nach der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung so definiert:

$$\Delta R_{\text{max}} = \sqrt{(-\ln(B_1) + \ln(B_2))^2 \left(\frac{\Delta A_1^2}{(A_1 - A_2)^4} + \frac{\Delta A_2^2}{(A_1 - A_2)^4} \right) + \frac{\Delta B_2^2}{B_2^2 (A_1 - A_2)^2} + \frac{\Delta B_1^2}{B_1^2 (A_1 - A_2)^2}} \quad (12)$$

Nach Gleichung (11) und (12) ergibt sich für die maximale Reichweite:

$$R_{\text{max}} = (0,081 \pm 0,026) \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}.$$

Mit dieser Reichweite lässt sich nun nach Gleichung (8) die maximale Energie ausrechnen:

$$E_{\text{max}} = (0,30 \pm 0,06) \text{ MeV}.$$

Der Fehler der maximalen Energie lässt sich mit Hilfe folgender Gleichung bestimmen:

$$\Delta E_{\max} = 1.92 \cdot \frac{\Delta R_{\max} (R_{\max} + 0.11)}{\sqrt{R_{\max}^2 + 0.22 R_{\max}}}. \quad (13)$$

5 Diskussion

Die im ersten Teil berechneten Absorptionskoeffizienten werden im Folgenden mit den theoretisch berechneten Werten verglichen. Dies dient zu einer Einschätzung der Messgenauigkeit, bzw. zu einer Einschätzung bezüglich der Bestätigung der Theorie. Die experimentellen Werte zusammen mit den Theoretischen und der relativen Abweichung:

$$\begin{aligned} \mu_{\text{Fe}} &= (51,9 \pm 1,4) \frac{1}{\text{m}} \\ \mu_{\text{com,Fe}} &= 56,64 \frac{1}{\text{m}} \\ \Rightarrow \text{Relative Abweichung} &= 0,7 \% \\ \mu_{\text{Fe}} &= (109,5 \pm 2,6) \frac{1}{\text{m}} \\ \mu_{\text{com,Pb}} &= 69,36 \frac{1}{\text{m}} \\ \Rightarrow \text{Relative Abweichung} &= 57,9 \% \end{aligned}$$

Aufgrund der kleinen Abweichung des Absorptionskoeffizienten von Eisen, lässt sich sagen, dass bei diesem Element hauptsächlich der Compton-Effekt bei der Absorption von γ -Strahlung eine Rolle spielt. Anders sieht es beim Element Blei aus. Wegen der hohen Ordnungszahl und der damit verbundenen höheren Bindungsenergie der K -Elektronen, tritt der Compton-Effekt unwahrscheinlicher auf. Stattdessen setzt bei steigender Ordnungszahl der Photo-Effekt viel wahrscheinlicher ein. Die Messung bestätigt somit die Theorie. Die im zweiten Auswertungsteil ermittelte maximale Energie der Beta-Strahlung lässt sich ebenfalls mit einem Literaturwert [2, S.20] vergleichen:

$$\begin{aligned} E_{\max, \text{exp}} &= (0,30 \pm 0,06) \text{ MeV} \\ E_{\max, \text{exp}} &= 0,300 \text{ MeV} \\ \Rightarrow \text{Relative Abweichung} &= 0 \% \end{aligned}$$

In Anbetracht der bis auf Messfehler nicht vorhandenen Abweichung lässt sich festhalten, dass auch dieser Versuchsteil erfolgreich durchgeführt wurde. Im Graph zur Bestimmung der maximalen Reichweite fehlen dadurch, dass die Taktrate geringer war als die Nullmessung einige Stützstellen der Ausgleichsrechnung, weshalb diese stärker von Fehlern belastet sein könnte. Im Allgemeinen können alle Messwerte aufgrund der älteren Gerätschaften, die man teilweise manuell gleichzeitig zurücksetzen und starten musste, fehlerbehaftet sein. Als letzte Fehlerquelle ergibt sich, dass bei dem Auswechseln der Platten die Ausrichtung des Messgeräts und der Quelle verändert werden konnte, was gerade bei dem Versuchsteil mit der Gamma-Strahlung große Auswirkungen haben kann.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Anleitung zum Versuch 704, Absorption von Alpha- und Beta-Strahlung*. 9. Mai 2019. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V704.pdf>.
- [2] Bernd Kahn. *Radioanalytical Chemistry*. 2007.
- [3] Wikibooks. *Tabellensammlung Chemie/ Dichte fester Stoffe*. 9. Mai 2019. URL: https://de.wikibooks.org/wiki/Tabellensammlung_Chemie/_Dichte_fester_Stoffe.
- [4] Wikipedia. *Avogadro-Konstante*. 9. Mai 2019. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Avogadro-Konstante>.
- [5] XLarge. *Liste der Dichte fester Stoffe*. 9. Mai 2019. URL: http://www.xlarge1.com/hydro/dichte_fester_stoffe.htm.