

Избрани въпроси от хидродинамиката

Калоян Стоилов

10 февруари 2022 г.

I Изменение на количеството на движение

Количеството движение или още - импулс в механиката на твърди тела се нарича $\mathbf{K} = m\mathbf{v}$ (често се бележи с p , но при нас това е налягането). Вторият закон на Нютон гласи, че скоростта на изменение на импулса е равно на равнодействащата сила $\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{K}}{dt} = \frac{dm\mathbf{v}}{dt} = m\dot{\mathbf{v}}$. Законът е в сила за тела, непроменящи масата си.

I.1 Масови и повърхностни сили

Нека τ е обем от флуид с маса M . Масовата сила е действащата на флуида в обема сила, която не зависи от взаимодействието с други части на флуида. Нека \mathbf{F}_M е главния вектор на силите (т.е. равнодействащата сила), действащи на флуида във τ . Средна масова сила, действаща върху маса M се нарича $F_{avg} = \frac{\mathbf{F}_M}{M}$. Масова сила \mathbf{F} в точка B , наричаме

$$(1) \quad \mathbf{F} = \lim_{\tau \rightarrow \{B\}} F_{avg} = \lim_{\tau \rightarrow \{B\}} \frac{\mathbf{F}_M}{M}$$

Ако знаем \mathbf{F} в коя да е точка от τ , то може да получим \mathbf{F}_M . Наистина, нека $\Delta\tau$ е обем с маса $\Delta m = \rho\Delta\tau$, на който действа $\mathbf{F}_{avg}\Delta m$. Разбивайки τ на такива обеми, може да съберем всички такива сили и след граничен преход получаваме:

$$(2) \quad \mathbf{F}_M = \iiint_{\tau} \mathbf{F} dm = \iiint_{\tau} \rho \mathbf{F} d\tau$$

Нека обемът е ограничен от повърхнина S . Флуидът извън τ , действа на този във τ през S чрез повърхностни сили. Нека приближим част от повърхнината с равнинна част ΔS с нормала \mathbf{n} , а главния вектор на силите, действащи ѝ е $\Delta \mathbf{F}_S^n$. Средното напрежение, действащо на площта е $\mathbf{t}_{avg}^n = \frac{\Delta \mathbf{F}_S^n}{\Delta S}$. Напрежение \mathbf{t}^n на повърхностни сили, действащи в точка B , наричаме

$$(3) \quad \mathbf{t} = \lim_{\Delta S \rightarrow \{B\}} \mathbf{t}_{avg}^n = \lim_{\Delta S \rightarrow \{B\}} \frac{\Delta \mathbf{F}_S^n}{\Delta S}$$

Отново сумираме всички такива сили за S и след граничен преход главният вектор на повърхностните сили е:

$$(4) \quad \mathbf{F}_S = \iint_S d\mathbf{F}_S^n = \iint_S \mathbf{t}^n dS$$

I.2 Интегрална форма на закона за изменение на количеството на движение

I.3 Формула на Коши

II Подобие при вискозни течения

III Безразмерни характерни числа