UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Übung 8
Beobachter

Alexander Björk, Janis Kaltenthaler

June 16, 2020

Aufgabe 8-1. Beobachterentwurf (3 Punkte)

a)

Zu prüfen ist ob die Regelstrecke vollständig steuerbar und vollständig beobachtbar ist:

Steuerbarkeit

$$S_S = \begin{bmatrix} b & Ab \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -0.5 \\ 0.5 & -1 \end{bmatrix}$$
$$\det S_S = 0.25 \neq 0$$

Die Regelstrecke ist vollständig Steuerbar.

Beobachtbarkeit

$$S_B = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$
$$\det S_B = -1 \neq 0$$

Die Regelstrecke ist vollsträndig beobachtbar.

b)

Aufgrund der Strucktur des gegebenen Zustandsraummodells wissen wir dass dieses in der Beobachtungsnormalform vorliegt.
Die geforderten Eigenwerte des Beobachtermodells sind mit $\lambda_{B1} = -4$ und $\lambda_{B2} = -3$ gegeben.
Daraus ergibt sich folgendes charakteristisches Polynom:

$$p(\lambda_B) = \lambda^2 + \underbrace{7}_{a_{B1}} \cdot \lambda + \underbrace{12}_{a_{B_0}}$$

Die Koeffizienten $a_0 = 1$ und $a_1 = 2$ des charakteristischen Polynomes der Regelstrecke erhalten wird durch Ablesen aus dem gegebenen Zustandsraummodells.
Wie folgt kann nun die Beobachterrückführung berechnet werden:

$$l^T = \begin{bmatrix} a_{B0} & a_{B1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_0 & a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & 5 \end{bmatrix}$$

Der Luenbergerbeobachter für das gegebene System hat nun die folgende Form:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= (A - lc^t)\hat{x}(t) + bu(t) + ly(t) \\ \dot{\hat{x}}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & -12 \\ 1 & -7 \end{bmatrix} \hat{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.5 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 11 \\ 5 \end{bmatrix} y(t) \end{aligned}$$