

Übung 8

Beobachter

Alexander Björk, Janis Kaltenthaler

June 17, 2020

Aufgabe 8-1. Beobachterentwurf (3 Punkte)

a)

Zu prüfen ist ob die Regelstrecke vollständig steuerbar und vollständig beobachtbar ist:

Steuerbarkeit

$$S_S = [b \quad Ab] = \begin{bmatrix} 0 & -0.5 \\ 0.5 & -1 \end{bmatrix}$$
$$\det S_S = 0.25 \neq 0$$

Die Regelstrecke ist vollständig Steuerbar.

Beobachtbarkeit

$$S_B = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$
$$\det S_B = -1 \neq 0$$

Die Regelstrecke ist vollständig beobachtbar.

b)

Aufgrund der Struktur des gegebenen Zustandsraummodells wissen wir dass dieses in der Beobachtungsnormalform vorliegt.

Die geforderten Eigenwerte des Beobachtermodells sind mit $\lambda_{B1} = -4$ und $\lambda_{B2} = -3$ gegeben. Daraus ergibt sich folgendes charakteristisches Polynom:

$$p(\lambda_B) = \lambda^2 + \underbrace{7}_{a_{B1}} \cdot \lambda + \underbrace{12}_{a_{B0}}$$

Die Koeffizienten $a_0 = 1$ und $a_1 = 2$ des charakteristischen Polynomes der Regelstrecke erhalten wird durch Ablesen aus dem gegebenen Zustandsraummodells.

Wie folgt kann nun die Beobachterrückführung berechnet werden:

$$l^T = [a_{B0} \quad a_{B1}] - [a_0 \quad a_1] = [11 \quad 5]$$

Das Zustandsraummodell der Regelstrecke und des Beobachters erhält man wie folgt:

$$\dot{\hat{x}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\hat{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ lc^T & A - lc^T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x(t) \\ \hat{x}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B & E \\ B & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u(t) \\ d(t) \end{bmatrix}$$

$$y(t) = [C \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} x(t) \\ \hat{x}(t) \end{bmatrix}$$

$$\dot{\hat{x}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\hat{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 11 & 0 & -12 \\ 0 & 5 & 1 & -7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x(t) \\ \hat{x}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.5 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0.5 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u(t) \\ d(t) \end{bmatrix}$$

$$y(t) = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} x(t) \\ \hat{x}(t) \end{bmatrix}$$

c)

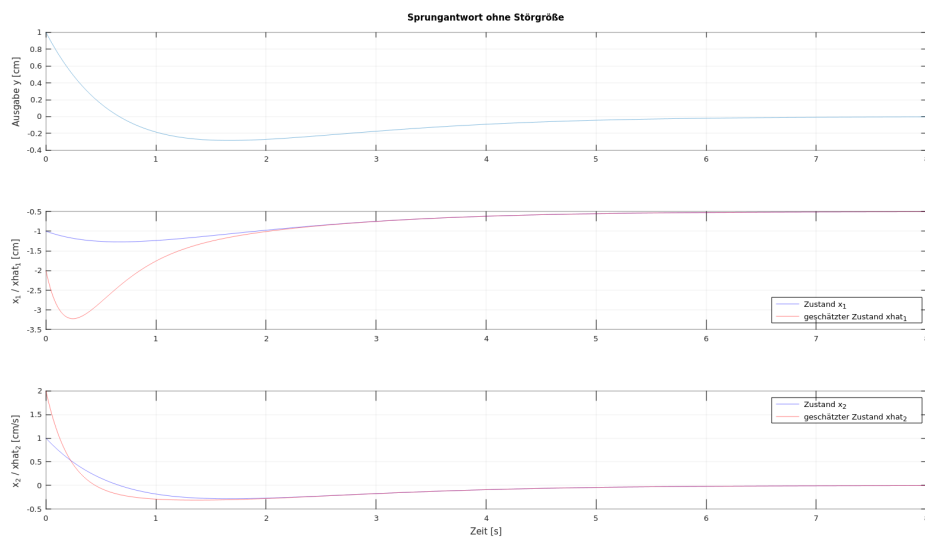


Abb. 8-1.1: Sprungantwort ohne Störgröße.

Etwa zum Zeitpunkt $t = 2s$ stimmt der geschätzte Zustand mit dem tatsächlichen Zustand überein.

d)

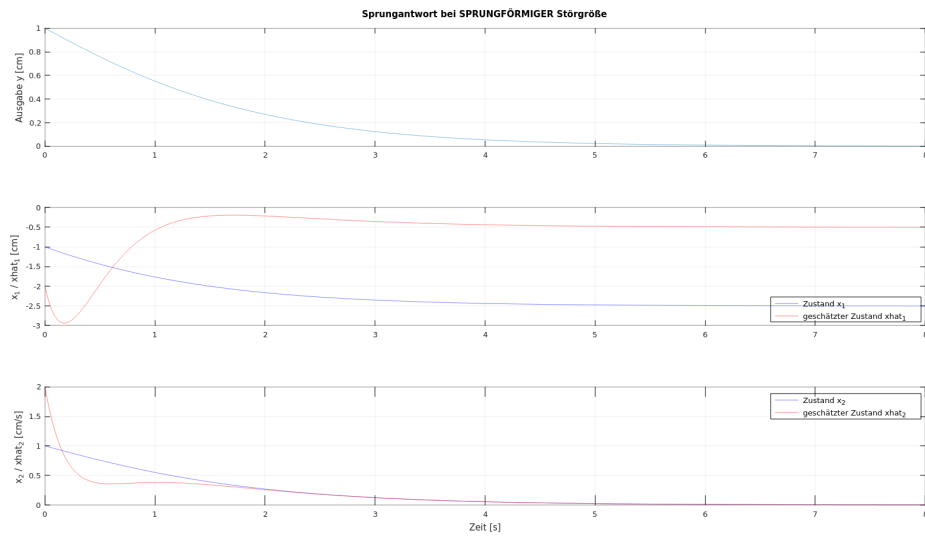


Abb. 8-1.2: Sprungantwort mit sprungförmiger Störgröße.

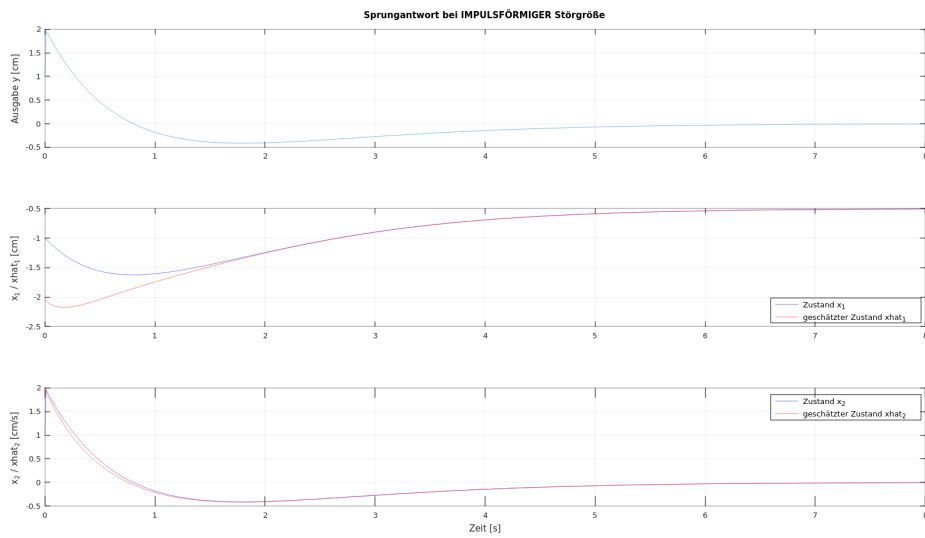


Abb. 8-1.3: Sprungantwort mit impulsförmiger Störgröße.

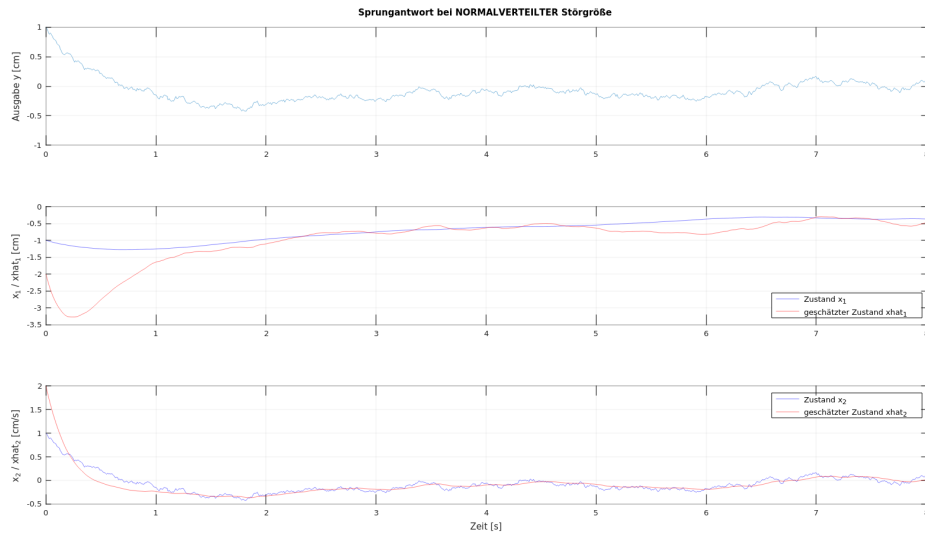


Abb. 8-1.4: Sprungantwort mit normalverteilter Störgröße.

Wirkt eine sprungförmige Störgröße auf die Regelstrecke, so bleibt eine stetige Abweichung zwischen dem geschätzten Zustand der ersten Zustandsvariable und dem tatsächlichen Zustand.

Wirkt eine normalverteilte oder impulsförmige Störgröße auf die Regelstrecke, so nähert sich der geschätzte Zustand dem tatsächlichen Zustand an.