UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Übung 10: Zufallsvariablen und Zufallsprozesse

Alexander Björk, Janis Kaltenthaler

June 30, 2020

Aufgabe 10-1: Statistische Unabhängigkeit (2 Punkte)

Wir berechnen zuerst die Randverteilungsdichtefunktionen $f_X(x)$ und $f_Y(y)$:

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{XY}(x,y)\ dy = \begin{cases} \int_0^\infty e^{-(x+y)}\ dy = e^{-x}, & x \geq \text{ und } y \geq 0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$f_Y(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{XY}(x,y)\ dx = \begin{cases} \int_0^\infty e^{-(x+y)}\ dx = e^{-y}, & x \geq \text{ und } y \geq 0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

Die Zufallsvariablen X und Y sind genau dann unabhängig, falls $f_X(x) \cdot f_Y(y)$ eine Verbundverteilunsgdichtefunktion von X und Y ist:

$$f_X(x) \cdot f_Y(y) = \begin{cases} e^{-x} \cdot e^{-y} = e^{-(x+y)}, & x \geq \text{ und } y \geq 0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} = f_{XY}(x,y)$$

Da $f_X(x) \cdot f_Y(y) = f_{XY}(x,y)$ gilt, sind die Zufallsvariablen X und Y statistisch unabhängig voneinander.