UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Übung 8
Beobachter

Alexander Björk, Janis Kaltenthaler

June 17, 2020

Aufgabe 8-1. Beobachterentwurf (3 Punkte)

a)

Zu prüfen ist ob die Regelstrecke vollständig steuerbar und vollständig beobachtbar ist:

Steuerbarkeit

$$S_S = \begin{bmatrix} b & Ab \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -0.5 \\ 0.5 & -1 \end{bmatrix}$$
$$\det S_S = 0.25 \neq 0$$

Die Regelstrecke ist vollständig Steuerbar.

Beobachtbarkeit

$$S_B = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$
$$\det S_B = -1 \neq 0$$

Die Regelstrecke ist vollsträndig beobachtbar.

b)

Aufgrund der Strucktur des gegebenen Zustandsraummodells wissen wir dass dieses in der Beobachtungsnormalform vorliegt.
Die geforderten Eigenwerte des Beobachtermodells sind mit $\lambda_{B1} = -4$ und $\lambda_{B2} = -3$ gegeben.
Daraus ergibt sich folgendes charakteristisches Polynom:

$$p(\lambda_B) = \lambda^2 + \underbrace{7}_{a_{B1}} \cdot \lambda + \underbrace{12}_{a_{B_0}}$$

Die Koeffizienten $a_0 = 1$ und $a_1 = 2$ des charakteristischen Polynomes der Regelstrecke erhalten wird durch Ablesen aus dem gegebenen Zustandsraummodells.
Wie folgt kann nun die Beobachterrückführung berechnet werden:

$$l^T = \begin{bmatrix} a_{B0} & a_{B1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_0 & a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & 5 \end{bmatrix}$$

Das Zustandsraummodell der Regelstrecke und des Beobachters erhält man wie folgt:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}(t) &= \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\hat{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ lc^T & A - lc^T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x(t) \\ \hat{x}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B & E \\ B & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u(t) \\ d(t) \end{bmatrix} \\ y(t) &= \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x(t) \\ \hat{x}(t) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}(t) &= \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\hat{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 11 & 0 & -12 \\ 0 & 5 & 1 & -7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x(t) \\ \hat{x}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.5 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0.5 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u(t) \\ d(t) \end{bmatrix} \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x(t) \\ \hat{x}(t) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

c)

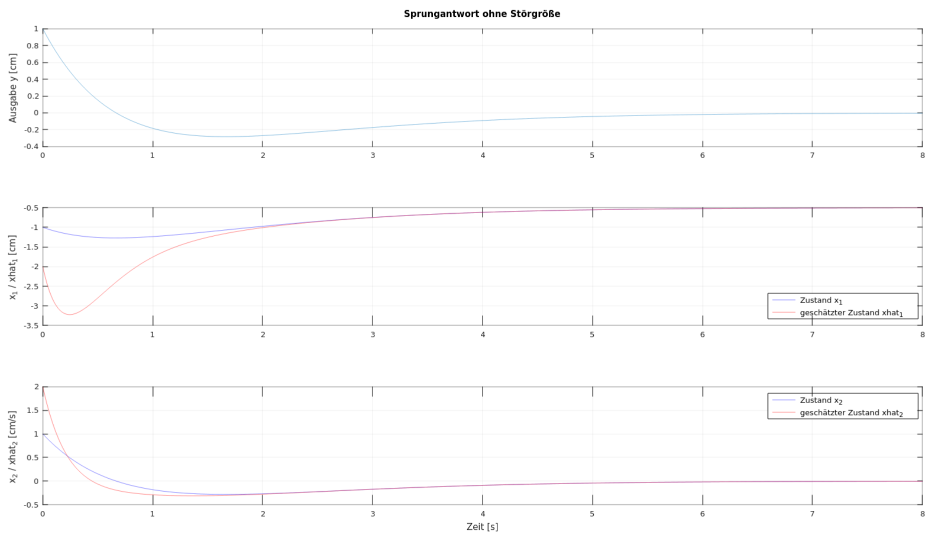

Abb. 8-1.1: Sprungantwort ohne Störgröße.

Etwa zum Zeitpunkt $t = 2s$ stimmt der geschätzte Zustand mit dem tatsächlichen Zustand überein.

d)

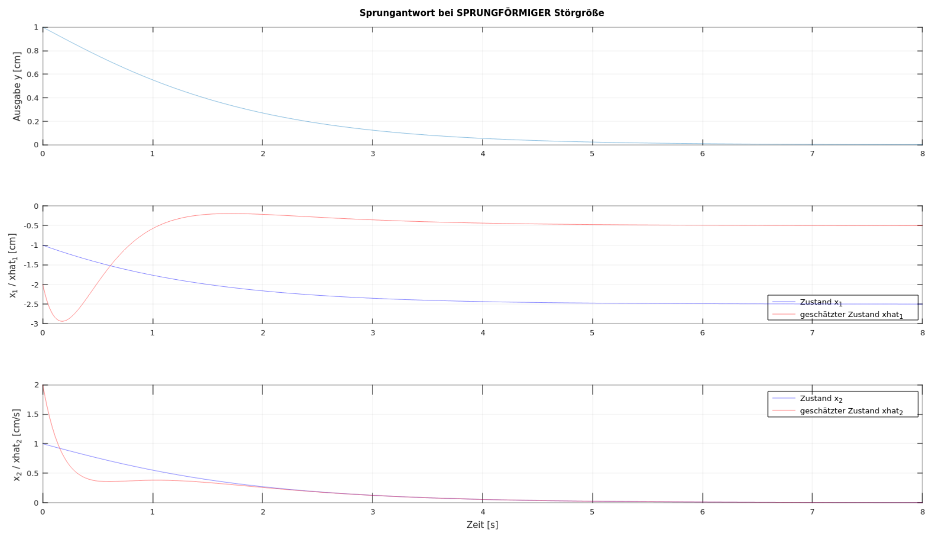

Abb. 8-1.2: Sprungantwort mit sprungförmiger Störgröße.

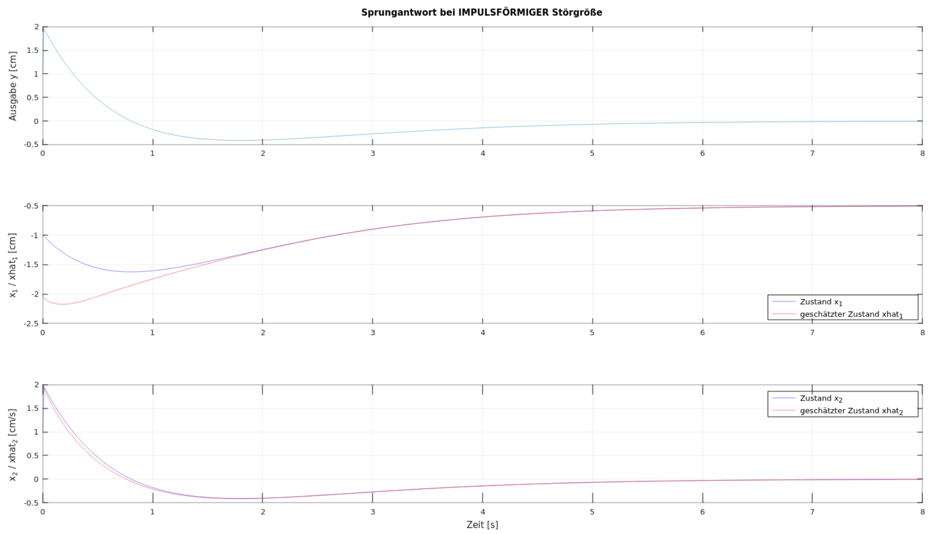

Abb. 8-1.3: Sprungantwort mit impulsförmiger Störgröße.

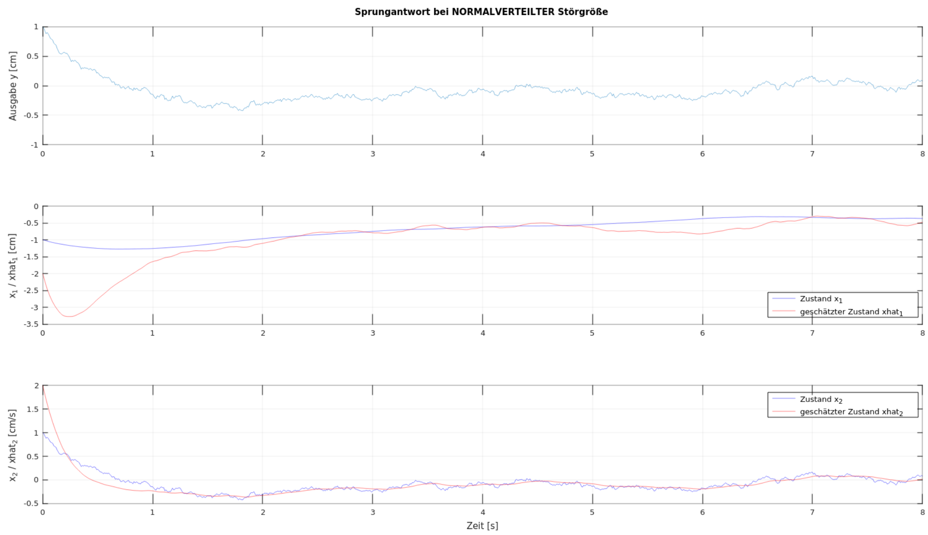

Abb. 8-1.4: Sprungantwort mit normalverteilter Störgröße.

Wirkt eine sprungförmige Störgröße auf die Regelstrecke, so bleibt eine stetige Abweichung zwischen dem geschätzten Zustand der ersten Zustandsvariable und dem tatsächlichen Zustand.
Wirkt eine normalverteilte oder impulsförmige Störgröße auf die Regelstrecke, so nähert sich sich der geschätzte Zustand dem tatsächlichen Zustand an.

Aufgabe 8-2. Beobachterentwurf mit Zustandsrückführung (3 Punkte)

a)

Die vollständige Steuerbarkeit und vollständige Beobachtbarkeit wurde mit Matlab geprüft.

b)

Die Eigenwerte des Beobachters wurden mit $\lambda_{B1} = -9$ und $\lambda_{B2} = -12$ festgelegt.
Mithilfe von Matlab wurde das resultierende Zustandsraummodell des geschlossenen Regelkreises mit Beobachter berechnet:

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\hat{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -11 & -8 \\ 22 & 0 & -22 & 1 \\ 129 & 0 & -141 & -7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x(t) \\ \hat{x}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 12 \\ 0 \\ 12 \end{bmatrix} \cdot u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x(t) \\ \hat{x}(t) \end{bmatrix}$$

c)

Für die Simulation wurde eine sprungförmige Stellgröße genutzt. Die Anfangszustände wurden wie folgt gesetzt:

$$x_0(t) = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \hat{x}_0(t) = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

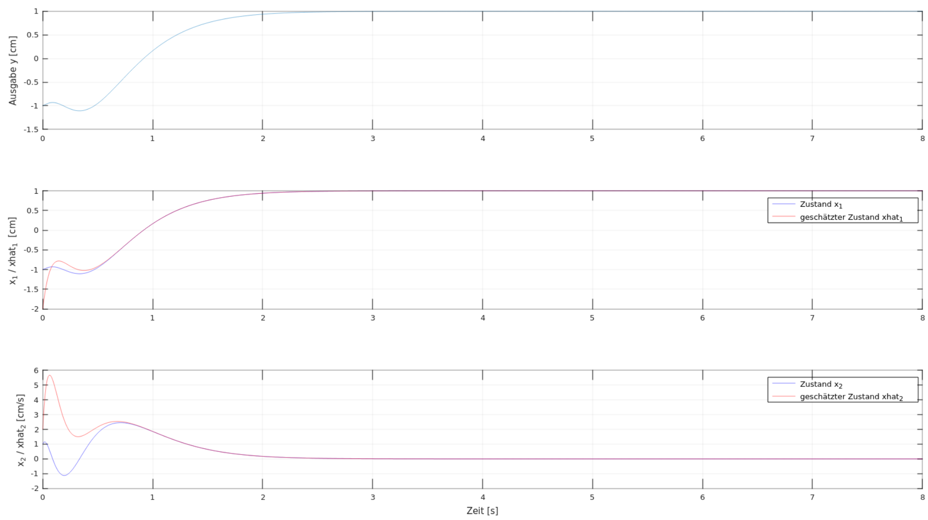

Abb. 8-2.1: Sprungantwort.