UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Übung 6
Vorfilter, Regelabweichung und Ausgangsrückführung

Alexander Björk, Janis Kaltenthaler

June 3, 2020

Aufgabe 6-1. Zustandsrückführung und Vorfilter (7 Punkte)

a)

Die bleibende Regelabweichung $e(\infty)$ für eine sprungförmige Führungsgröße $w(\infty) = 1$ berechnet sich wie folgt:

$$e(\infty) = w(\infty) - y(\infty) = w(\infty) + C(A - BK)^{-1} B w(\infty)$$
$$e(\infty) = (I + C(A - BK)^{-1} B) w(\infty)$$
$$e(\infty) = \left(1 + \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0.5 \end{bmatrix}\right) \cdot 1 = 0.9$$

b)

Der Vorfilter V berechnet sich nun wie folgt:

$$V = -(C(A - BK)^{-1} B)^{-1} = -\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0.5 \end{bmatrix}\right)^{-1}$$
$$V = 10$$

Durch den Vorfilter ändert sich das Zustandsraummodell zu:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -2 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix} w(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.25 \end{bmatrix} d(t) \qquad x(0) = x_0$$
$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(t)$$

c)

Die Berechnung der bleibenden Regelabweichung ohne Störgröße folgt dem selben Prinzip wie in Teilaufgabe **a)**:

$$
\begin{aligned}
e(\infty) &= w(\infty) - y(\infty) = w(\infty) + C(A-BK)^{-1}Bw(\infty) \\
e(\infty) &= (I + C(A-BK)^{-1}B)\,w(\infty) \\
e(\infty) &= \left(1 + \begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 1\\ -5 & -2\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}0\\ 5\end{bmatrix}\right)\cdot 1 = 0
\end{aligned}
$$

Druch den Vorfilter konnte die bleibende Regelabweichung eliminiert werden. Wirkt nun jedoch zusätzlich eine sprungförmige Störgröße $d(\infty) = 1$, ändert sich die Berechnungsvorschrift für die bleibende Regelabweichung wie folgt:

$$
\begin{aligned}
e(\infty) &= w(\infty) - y(\infty) = w(\infty) + C(A-BK)^{-1}Bw(\infty) + C(A-BK)^{-1}Ed(\infty) \\
e(\infty) &= 1 + \begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 1\\ -5 & -2\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}0\\ 5\end{bmatrix}\cdot 1 + \begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 1\\ -5 & -2\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}0\\ 0.25\end{bmatrix}\cdot 1 \\
e(\infty) &= -0.05
\end{aligned}
$$

Für eine Störung $d(t) \neq 0$ ergibt sich stets eine bleibende Regelabweichung, d.h. $e(\infty) \neq 0$.