

Übung 3

Steuerbarkeit, Beobachtbarkeit & Stabilität

Alexander Björk, Janis Kaltenthaler

May 11, 2020

Aufgabe 3-1. Steuerbarkeit und Stabilität (5 Punkte)

a)

Um das System auf Steuerbarkeit zu untersuchen wird nach dem Steuerbarkeitskriterium von Kalman geprüft. Dies besagt, dass ein System steuerbar ist, wenn die Steuerbarkeitsmatrix S_S den Rang n hat.

$$\text{Rang } S_S = n$$

Bei Eingrößensystem genügt eine Prüfung von

$$\det S_S \neq 0.$$

Die Steuerbarkeitsmatrix ist hier:

$$S_S = [b \quad Ab] = \begin{bmatrix} 8 & -64 \\ 24 & -192 \end{bmatrix}$$

Die Determinante ist

$$\det S_S = 8 \cdot (-192) - (-64) \cdot 24 = 0.$$

Das System ist somit nicht vollständig steuerbar.

b)

Für die einfache Berechnung der Übertragungsfunktion in Pol-Nullstellenform, kann man zuvor die Pol- und Nullstellen aus der Polynomform der Übertragungsfunktion berechnen. Die Übertragungsfunktion ist (für die Berechnung aus dem Zustandsraummodell) definiert als

$$G(s) = c^T (sI - A)^{-1} b + d.$$

Daraus ergibt sich für unseren Fall:

$$G(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} s-4 & 4 \\ 0 & s+8 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 8 \\ 24 \end{bmatrix} = \frac{8s-32}{s^2+4s-32}$$

Dies lässt sich zu

$$G(s) = 8 \frac{s-4}{(s-4)(s+8)} \quad (1)$$

umformen. Setzt man voraus, dass $s \neq 4$ gilt, lässt sich dies sogar noch weiter kürzen zu

$$G(s) = 8 \frac{1}{s+8}. \quad (2)$$

c)

Berechnet man nun die Pol- und Nullstellen nach Gl. 2, erkennt man, dass das System nach dieser Übertragungsfunktion keine Nullstellen und nur eine Polstelle bei $s_p = -8$ hat. Die Ordnung ist somit 1.

d)

Die Berechnung der Pol- und Nullstellen mit Hilfe von z.B. MATLAB zeigt, dass das System anders als in Gl. 2 gezeigt, eine höhere Ordnung besitzt. Es gibt sehr wohl eine Pol- als auch eine Nullstelle bei $s = 4$.

Das Problem ist hier das zu weite Kürzen von Gl. 1 zu Gl. 2. Bei diesem Vorgang verliert man die Pol- und Nullstelle bei $s = 4$, sowie eine Ordnung.

e)

Aufgabe 3-2. Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit eines elektrischen Systems (5 Punkte)

a)

b)

c)

d)

e)