

(For candidates admitted from 2022-23 onwards)

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, APRIL 2024.

Part III — Mathematics — Major

INTEGRAL CALCULUS AND FOURIER SERIES

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (20 marks)

Answer ALL the questions.

I. (A) Choose the Correct answer.  $(5 \times 1 = 5)$

1.  $f(x)$  இரட்டை சார்பு எனில்  $\int_{-a}^a f(x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(அ)  $2 \int_{-a}^a f(x) dx$

(ஆ)  $\int_0^a f(x+a) dx$

(இ) 0

(ஈ)  $\int_{-a}^a f(x-a) dx$

$\int_{-a}^a f(x) dx$   
function)

(a)  $2 \int_{-a}^a f(x) dx$

(b)  $\int_0^a f(x+a) dx$

(c) 0

(d)  $\int_{-a}^a f(x-a) dx$

2.  $x^2 = 4y$  என்ற வளைவில்  $x$  அச்சில்  $x = 2$  எனும் போது வரையப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவு காண்க.

(அ)  $\frac{4}{3}$

(ஆ)  $\frac{12}{3}$

(இ)  $\frac{2}{3}$

(ஈ) 12

Find the area bounded by the curve  $x^2 = 4y$  the  $x$  axis and  $x = 2$ .

(a)  $\frac{4}{3}$

(b)  $\frac{12}{3}$

(c)  $\frac{2}{3}$

(d) 12

3. மதிப்புக் காண்க :  $\int_0^3 \int_1^2 xy(x+y) dx dy$ .

(அ) 24

(ஆ) 20

(இ) -40

(ஈ) 22

Evaluate :  $\int_0^3 \int_1^2 xy(x+y) dx dy$ .

(a) 24

(b) 20

(c) -40

(d) 22

4.  $I_{m,n} =$  \_\_\_\_\_.

(அ)  $\frac{1}{2}\beta\left(\frac{m+1}{2}, \frac{n+1}{2}\right)$  (ஆ)  $\sqrt{n+1} = n!$

(இ)  $\beta(n, m)$  (ஈ)  $\frac{1}{2}\beta\left(\frac{m-1}{2}, \frac{n-1}{2}\right)$

$I_{m,n} =$  \_\_\_\_\_.

(a)  $\frac{1}{2}\beta\left(\frac{m+1}{2}, \frac{n+1}{2}\right)$  (b)  $\sqrt{n+1} = n!$

(c)  $\beta(n, m)$  (d)  $\frac{1}{2}\beta\left(\frac{m-1}{2}, \frac{n-1}{2}\right)$

5.  $0 < x < \pi$  என்ற இடைவெளியில் அரை வீச்சு கொசைன் சார்பின்  $f(x) = x^2$  எனில்  $a_0 = ?$

(அ)  $2\pi$

(ஆ)  $2\pi^{2/3}$

(இ)  $\pi^{2/3}$

(ஈ)  $-\pi$



Find the half cosine series for the function  $f(x) = x^2$  in  $0 < x < \pi$  find  $a_0 = ?$

(a)  $2\pi$

(b)  $2\pi^{2/3}$

(c)  $\pi^{2/3}$

(d)  $-\pi$

(5 × 1 = 5)

(B) Fill in the blanks.

6.  $\int_0^{\pi/2} \sin^7 x \, dx = \underline{\hspace{2cm}}$

$\int_0^{\pi/2} \sin^7 x \, dx = \underline{\hspace{2cm}}$

7.  $y = 5x - x^2 - 4$  மற்றும்  $x$  அச்சில் கட்டுப்படுத்தப்பட்ட பகுதியைக் காண்க.

Find the area bounded by  $y = 5x - x^2 - 4$  and the  $x$  axis.

8.  $\int_1^2 \int_1^x xy^2 \, dy \, dx = \underline{\hspace{2cm}}$

$\int_1^2 \int_1^x xy^2 \, dy \, dx = \underline{\hspace{2cm}}$

9.  $\int_0^1 x^7(1-x)^8 dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

$\int_0^1 x^7(1-x)^8 dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

10.  $f(-x) = f(x)$   $\underline{\hspace{2cm}}.$

$f(-x) = f(x)$   $\underline{\hspace{2cm}}$  function.

II. Answer ALL questions.

(5 × 2 = 10)

11. மதிப்பு காண்க  $\int x^n e^{ax} dx.$

Evaluate  $\int x^n e^{ax} dx.$

12. பெர்னோலின்ஸ்  $r^2 = a^2 \cos 2\theta$  ன் லெம்னிஸ்கேஸின் முழுப் பகுதியை காண்க.

Find the entire area of the lemniscate of Bernoulli  
 $r^2 = a^2 \cos 2\theta.$

13. மதிப்புக் காண்க  $\int_0^2 \int_{x^2}^{2x} (2x+3y) dy dx.$

Evaluate  $\int_0^2 \int_{x^2}^{2x} (2x+3y) dy dx.$

14. நிரூபி  $\beta(m, n) = \beta(n, m)$ .

Prove that  $\beta(m, n) = \beta(n, m)$ .

15. வரையறு பூரியன் சார்பு.

Define Fourier series.

PART B — (5 × 5 = 25)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) மதிப்புக் காண்க  $\int \sqrt{a^2 + x^2} dx$ .

Evaluate  $\int \sqrt{a^2 + x^2} dx$ .

Or

(ஆ) மதிப்புக் காண்க  $\int \sin^n x dx$

Evaluate  $\int \sin^n x dx$ . ( $n$  being positive integer).



$$\int_0^{2a\sqrt{2ax-x^2}} \int_0^x (x^2 + y^2) dx dy.$$

By changing into polar co-ordinates evaluate

the integral  $\int_0^{2a\sqrt{2ax-x^2}} \int_0^x (x^2 + y^2) dx dy.$

Or

(ஆ)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  என்ற நீள்வட்டத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

Find the area of the ellipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$

18. (அ) காட்டியாய்வு  $r = a(1 + \cos \theta)$  வின் பகுதியைக் காண்க.

Find the area of the cardioid  $r = a(1 + \cos \theta).$

Or

(ஆ)  $x, y \geq 0$  மற்றும்  $x + y = 1$  பகுதியில்  $\iint x^2 + y^2 dx dy$  ஐ மதிப்பிடவும்.

Evaluate  $\iint x^2 + y^2 dx dy$  over the region for which  $x, y \geq 0$  and  $x + y = 1.$

19. (அ) மதிப்புக் காண்க  $\int_0^1 x^m (\log 1/x)^n dx$ .

Evaluate  $\int_0^1 x^m (\log 1/x)^n dx$ .

Or

(ஆ) நிரூபி  $\sqrt{n+1} = n\sqrt{n}$ .

Prove that  $\sqrt{n+1} = n\sqrt{n}$ .

20. (அ) 0 to  $\pi$  என்ற இடைவெளியில்  $f(x) = \pi - x$  -ன் பூரியன் கொசைன் சார்பை காண்க.

Find the fourier cosine series for the  $f(x) = \pi - x$  in 0 to  $\pi$ .

Or

(ஆ)  $0 < x < 2$  என்ற இடைவெளியில் அரை வீச்சின் fourier சைன் தொடரைக் காண்க இதில்  $f(x) = x$ .

Find the half range fourier sine series of  $f(x) = x$  in  $0 < x < 2$ .



Answer any THREE questions.

21. மதிப்புக் காண்க  $\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx$ .

Evaluate  $\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx$ .

22.  $y^2 = a^2 \frac{(a+x)}{a-x}$  என்ற வளைவின் முழு பகுதியைக் காண்க.

Find the area of loop curve  $y^2 = a^2 \frac{(a+x)}{a-x}$ .

23. வரிசை தொகை மாற்றியை பயன்படுத்தி  $\int_0^a \int_{x^2/a}^{2a-x} xy \, dx \, dy$  ன் மதிப்பிடவும்.

Change the order of integration in the integral

$\int_0^a \int_{x^2/a}^{2a-x} xy \, dx \, dy$  and evaluate it.

24. நிகுபி  $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^{2m-1} \theta \cos^{2n-1} \theta d\theta = \sqrt{2}\pi$ .

Prove that  $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^{2m-1} \theta \cos^{2n-1} \theta d\theta = \sqrt{2}\pi$ .

25.  $(-\pi, \pi)$  என்ற இடைவெளியில் பூரியர் தொடர்  
 $f(x) = \begin{cases} -x & \text{if } -\pi < x < 0 \\ x & \text{if } 0 < x < \pi \end{cases}$  ன் மதிப்பை காண்க.

If  $f(x) = \begin{cases} -x & \text{if } -\pi < x < 0 \\ x & \text{if } 0 < x < \pi \end{cases}$  expand  $f(x)$  the  
fourier series in the interval  $(-\pi, \pi)$ .

---