

(8 pages)

S.No. 8677 T

22 SMBEMM 2 A

(For candidates admitted from 2022-2023 onwards)

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, APRIL 2025.

Part III — Mathematics — Major Based Elective

GRAPH THEORY

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (20 marks)

Answer ALL the questions.

1. (A) Choose the correct answer : (5 × 1 = 5)

1. ஒரு புள்ளியை தன்னுடைய இணைக்கும் கோடு என்று அழைக்கப்படுகிறது?

- (அ) பூஜ்ய வரைபடம் (ஆ) இரு தரப்பு வரைபடம்
(இ) வளையம் (ஈ) எதுவுமில்லை

A line joining a point to itself is called a

- (a) Null graph (b) Bipartite graph
(c) Loop (d) None of these

2. ஒரு புள்ளி ஒரு நீளமான நடை என்று கருதப்படுகிறது

- (அ) இரண்டு (ஆ) பூஜ்யம்
(இ) $n - 1$ (ஈ) மூன்று

A single point is considered as a walk of length

- (a) two (b) zero
(c) $n - 1$ (d) three

3. சுழற்சி இல்லாத எந்த வரைபடமும் _____ என்று அழைக்கப்படுகிறது

- (அ) பாதை (ஆ) நடக்க
(இ) மரம் (ஈ) காடு

Any graph without cycle is also called a _____

- (a) Trail (b) Walk
(c) Tree (d) Forest

4. விளிம்பை வெட்டாமல் வரையப்பட்ட வரைபடம் _____ என்று அழைக்கப்படுகிறது

- (அ) பிளானர் வரைபடம் (ஆ) இணைக்கப்பட்ட
(இ) துணை வரைபடம் (ஈ) முழுமையான

A graph that is draw on the plane without intersecting edge is called _____

- (a) plane graph (b) connected
(c) subgraph (d) complete

5. ஒவ்வொரு விளிம்பிலும் தொடர்புடைய உண்மையான எண் _____ என்று அழைக்கப்படுகிறது
 (அ) எடை வரைபடம் (ஆ) இயக்கிய வரைபடம்
 (இ) தோற்றம் (ஈ) எதுவுமில்லை
 The real number associated with each edge is called its _____
 (a) weight graph (b) directed graph
 (c) origin (d) none of these
 (B) Fill in the blanks : (5 × 1 = 5)
6. முழுமையான வரைபடம் K_p என்பது வழக்கமான டிகிரி _____ ஆகும்
 The completed graph K_p is regular of degree _____
7. $V_o = V_n$ நடையானது $V_o - V_n$ என்றால் _____ என்று அழைக்கப்படுகிறது
 $V_o = V_n$ walk is called _____ if $V_o - V_n$
8. ஒரு சுரிந்த சுழற்சி வரைபடம் ஒரு _____ வரைபடம் என்று அழைக்கப்படுகிறது
 A spanning cycle is a graph is called _____

3 S.No. 8677 T

9. G என்பது (p, q) வரைபடமாக இருந்தால் அதில் ஒவ்வொரு முகமும் n சுழற்சியாக இருந்தால் $q =$ _____
 If G is a (p, q) graph in which every face is an n cycle then $q =$ _____
10. கட்டளை செய்யப்பட்ட ஜோடி $(d^+(v), d^-(v))$ _____ என்று அழைக்கப்படுகிறது
 The ordered pair $(d^+(v), d^-(v))$ is called the _____
- II. Answer ALL questions : (5 × 2 = 10)
11. நிரூபி $\delta \leq \frac{2q}{p} \leq \Delta$.
 Prove that $\delta \leq \frac{2q}{p} \leq \Delta$.
12. ✓ வரையறு நடை.
 Definition walk.
13. வரையறு ஆயிலிங் வரைபடம்.
 Define Eulerian graph.

4

S.No. 8677 T
 [P.T.O.]

14. வரையறு வெளிப்புறம் முகம்.

Define Exterior face.

15. வரையறு துணைப்பிரிவு.

Define subdigraph.

PART B — (5 × 5 = 25)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) நிரூபி $r(m, n) = r(n, m)$.

Prove that $r(m, n) = r(n, m)$.

Or

(ஆ) இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட நபர்களைக் கொண்ட எந்தவொரு குழுவிலும் எப்போதும் ஒரே எண்ணிக்கையிலான நண்பர்கள் இருவர் குழுவிற்குள் இருப்பதைக் காட்டுங்கள்.

Show that in any group of two or more people, there are always two with exactly the same number of friends inside the group.

17. (அ) P புள்ளிகள் மற்றும் $\delta \geq \frac{P-1}{2}$ உடன் ஒரு

வரைபடம் G இணைக்கப்பட்டுள்ளது என நிரூபி.

Prove that a graph G with P points and $\delta \geq \frac{P-1}{2}$ is connected.

Or

5

S.No. 8677 T

(அ) G_1 என்பது (p_1, q_1) வரைபடமாகவும், மற்றும்

G_2 என்பது (p_2, q_2) வரைபடமாகவும் இருந்தால்

(i) $G_1 \cup G_2$ $(p_1 + p_2, q_1 + q_2)$ என்ற

வரைபடமாகவும்

(ii) $G_1 + G_2$ $(p_1 + p_2, q_1 + q_2 + p_1 p_2)$ என்ற

வரைபடமாகவும் நிரூபி.

Let G_1 be a (p_1, q_1) graph and G_2 is a (p_2, q_2) graph if prove that

(i) $G_1 \cup G_2$ is a $(p_1 + p_2, q_1 + q_2)$ graph

(ii) $G_1 + G_2$ is a $(p_1 + p_2, q_1 + q_2 + p_1 p_2)$ graph.

18.

(அ) ஒவ்வொரு ஹாமில்டோனியன் வரைபடமும் 2 - இணைக்கப்பட்டுள்ளது என நிரூபி.

Prove that every Hamiltonian graph is 2 connected graph.

Or

(ஆ) இணைக்கப்பட்ட ஒவ்வொரு வரைபடத்திலும் பரந்த மரம் உள்ளது என்பதை நிரூபி.

Prove that every connected graph has a spanning tree.

6

S.No. 8677 T

19. (அ) K_5 என்பது பிளாவர் அல்ல என நிரூபி.

Prove that K_5 is non-planar.

Or

(ஆ) ஒரு (p_1, q_1) மற்றும் (p_2, q_2) வரைபடங்கள் ஹோமியோமார்பிக் என்றால் $p_1 + q_2 = q_1 + p_2$ என நிரூபி.

If a (p_1, q_1) graph and a graph (p_2, q_2) are homomorphic prove that $p_1 + q_2 = q_1 + p_2$.

20. (அ) இரண்டு டிகிராப்கள் ஐசோமார்பிக் என்றால், தொடர்புடைய புள்ளிகள் ஒரே டிகிரி ஜோடியைக் கொண்டிருக்கும்.

If two digraphs are isomorphic then corresponding points have the same degree pair.

Or

(ஆ) ஸ்க்ஸ்கலின் அல்காரிதத்தை விளக்கவும்.

Explain Kruskal's Algorithm.

7

S.No. 8677 T

PART C — (3 × 10 = 30)

Answer any THREE questions.

21.

முக்கோணம் இல்லாத அனைத்து p புள்ளி வரைபடங்களிலும் உள்ள கோடுகளின் அதிகபட்ச எண்ணிக்கை $\left\lfloor \frac{p^2}{4} \right\rfloor$ ஆகும். $[x]$ என்பது பொருள்களின் உண்மையான எண்ணை விட பெரிய முழு x எண்களைக் குறிக்கிறது.

The maximum number of lines among all p point graphs with no triangle is $\left\lfloor \frac{p^2}{4} \right\rfloor$. ($[x]$ denotes the greatest integer not exceeding the real number x).

22. ஒற்றைப்படை நீளம் கொண்ட ஒரு மூடிய நடை ஒரு சுழற்சியைக் கொண்டுள்ளது.

A closed walk of odd length contains a cycle.

23.

டைராக் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.

State and prove that Dirac theorem.

24.

ஆயிலர் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.

State and prove that Euler theorem.

25.

Dijkstra's இன் அல்காரிதம் விளக்குக.

Explain Dijkstra's Algorithm.

8

S.No. 8677 T