



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών  
Τομέας Σημάτων, Ελέγχου και Ρομποτικής  
Ζωγράφου 15773, Αθήνα

## Σήματα και Συστήματα - Εργασία MATLAB (2024-25)

---

### ΟΔΗΓΙΕΣ

- Στόχος της εργασίας είναι η εμπέδωση σημαντικών εννοιών του μαθήματος αλλά και γενικότερα η εξοικείωση με τις εφαρμογές του περιβάλλοντος **MATLAB** στο μάθημα 'Σήματα και Συστήματα'.
- Η εργασία είναι ατομική.
- Η εργασία είναι προαιρετική, και προσμετράται στην τελική βαθμολογία με ποσοστό 10% βάσει του τύπου βαθμολόγησης που υπάρχει στην ιστοσελίδα του μαθήματος (<https://helios.ntua.gr/course/section.php?id=4393>).
- Τρόπος παράδοσης: Ηλεκτρονική υποβολή μέσω της σελίδας του μαθήματος η οποία είναι διαθέσιμη στο <https://helios.ntua.gr/>.
- Παραδοτέα: Θα πρέπει να υποβληθεί ένα αρχείο zip το οποίο να περιλαμβάνει όλα τα ακόλουθα αρχεία:
  1. Ένα αρχείο .m που να περιέχει τον **κώδικα** MATLAB που γράψατε. Το αρχείο να ονομαστεί program.m. Συμπεριλάβετε επεξηγηματικά σχόλια στον κώδικα όπου θεωρείτε απαραίτητο.
  2. Αναφορά σε .pdf (μη χρησιμοποιήσετε άλλα formats όπως .doc, .docx, κ.λπ) στην οποία θα εξηγήσετε την εργασία σας και θα συμπεριλάβετε τα ζητούμενα διαγράμματα καθώς και τις όποιες αριθμητικές απαντήσεις σας ζητούνται στην άσκηση, η οποία να ονομαστεί report.pdf. Παρακαλώ **μην αποστείλετε χειρόγραφο** και κατόπιν σαρωμένο ( scanned) αναφορά γιατί θα είναι δύσκολη η βαθμολόγησή της.

3. Ένα αρχείο .txt με τα **προσωπικά στοιχεία** σας καταχωρημένα σε 3 γραμμές: η πρώτη γραμμή να περιλαμβάνει τον αριθμό μητρώου (ΑΜ) σας, η δεύτερη και τρίτη γραμμή να περιλαμβάνουν το επώνυμο και το όνομα σας, αντίστοιχα, γραμμένα με ελληνικούς κεφαλαίους χαρακτήρες (ή με λατινικούς κεφαλαίους χαρακτήρες σε περίπτωση αλλοδαπών ονοματεπωνυμικών στοιχείων). Τα στοιχεία πρέπει να ταυτίζονται με τα στοιχεία σας που είναι καταχωρημένα στη γραμματεία της Σχολής, π.χ., τρόπος γραφής, ορθογραφία ονόματος και επωνύμου. Το αρχείο να ονομαστεί info.txt.
4. Δύο αρχεία .wav που να περιέχουν τα φιλτραρισμένα **σήματα** του ερωτήματος 2.2 ε) (βλ. μέρος 2.2 της εκφώνησης παρακάτω). Τα αρχεία να ονομαστούν echoed.wav, reverb.wav.

Βεβαιωθείτε πως το ονομάτεπώνυμο και το ΑΜ σας περιλαμβάνονται τόσο στον κώδικα MATLAB (εντός σχολίων), όσο και στην αναφορά. Το όνομα του αρχείου .zip που θα υποβάλετε πρέπει να ταυτίζεται με το ΑΜ σας, π.χ., 12345.zip. Υπενθυμίζεται πως η τήρηση **όλων** των ανωτέρω χαρακτηριστικών των παραδοτέων είναι **άκρως απαραίτητη** για τη διεξαγωγή της βαθμολόγησης.

- Ημερομηνία παράδοσης: **Παρασκευή 07/02/2025**
  - Σημείωση: Για ερωτήσεις επικοινωνήστε με την Νάνσυ Ζλατίντση (nzlat@cs.ntua.gr) και τον Χρήστο Γαρούφη (cgaroufis@mail.ntua.gr). Εναλλακτικά μπορείτε να στέλνετε τις απορίες σας στο helios: <https://helios.ntua.gr/mod/forum/view.php?id=14829>.
- 

## 1 Σχεδίαση Φίλτρων

Στο πρώτο μέρος της άσκησης, θα κατασκευάσουμε, με χρήση του Matlab, ορισμένα φίλτρα, με σκοπό να μελετήσουμε τις ιδιότητές τους.

### 1.1 Σχεδίαση φίλτρων ηχούς και αντήχησης (Echo, Reverb)

Ένα αιτιατό φίλτρο διακριτού χρόνου ορίζεται μέσω της εξίσωσης διαφορών:

$$y[n] + \sum_{i=1}^N a_i y[n-i] = \sum_{i=0}^M b_i x[n-i]. \quad (1)$$

Στο σημείο αυτό της άσκησης θα δημιουργήσετε δύο φίλτρα που θα προσομοιάζουν την ηχώ (echo effect) και την αντήχηση (reverb effect). Ένα απλό γραμμικό φίλτρο που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την προσομοίωση του echo-effect περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y[n] = cx[n] + (1 - c)x[n - P], \quad (2)$$

όπου η παράμετρος  $c \in [0, 1]$ , ενώ  $P$  είναι θετικός ακέραιος.

Για τη δημιουργία του φίλτρου αντήχησης, βαθμού  $m$ , σημειώνουμε πως μπορεί να επιτευχθεί με τη χρήση  $m$  διαδοχικών φίλτρων δημιουργίας ηχούς.

- α) Ορίστε στο Matlab τα διανύσματα  $\mathbf{b} = [b_i]$ ,  $\mathbf{a} = [a_i]$ , για το φίλτρο που προσομοιάζει την ηχώ (echo effect) για τιμές του  $P = 3$ , και  $c = \{0.4, 0.8\}$ .
- β) Σχεδιάστε την απόκριση πλάτους και φάσης των δύο φίλτρων, με χρήση της εντολής **freqz()**, η οποία δέχεται ως ορίσματα τα διανύσματα  $\mathbf{b}, \mathbf{a}$  που ορίζουν την εξίσωση διαφορών του φίλτρου. Τι παρατηρείτε;
- γ) Σχεδιάστε τα διαγράμματα πόλων και μηδενικών των δύο φίλτρων, με χρήση της συνάρτησης **zplane()**. Για να μεταφέρετε τα φίλτρα σας σε μορφή πόλων-μηδενικών, χρησιμοποιήστε τη συνάρτηση **tf2zp()**. Τι παρατηρείτε;
- δ) Υπολογίστε την κρουστική απόκριση των δύο φίλτρων, με χρήση της συνάρτησης **impz()**. Είναι τα αποτελέσματά σας τα αναμενόμενα;
- ε) Για την περίπτωση όπου  $P = 3$ ,  $c = 0.8$ , υπολογίστε τα διανύσματα  $\mathbf{b}, \mathbf{a}$  για ένα φίλτρο αντήχησης, βαθμού 3. Στη συνέχεια, επαναλάβετε τα ερωτήματα β)-δ) για το φίλτρο αυτό.
- στ) Εν συνεχεία, να υπολογιστούν τα διανύσματα  $\mathbf{b}, \mathbf{a}$  για ένα φίλτρο για την απαλοιφή της αντήχησης από ένα σήμα (dereverberation). Χρησιμοποιήστε το σήμα  $x[n] = u[n] - u[n - 5]$  προκειμένου να επαληθεύσετε τα αποτελέσματά σας, και παραθέστε σε κοινό διάγραμμα α) το αρχικό σήμα, β) το σήμα μετά την εφαρμογή του αρχικού echo filter, γ) το πλήρως reverbed σήμα και δ) το σήμα που έχετε ανακτήσει. Για καλύτερη απεικόνιση των αποτελεσμάτων, επεκτείνετε κατάλληλα το σήμα  $x[n]$  με μηδενικά.  
**Υπόδειξη:** Αν  $h_1[n]$ ,  $h_2[n]$  οι κρουστικές αποκρίσεις των δύο φίλτρων, συνδεδεμένα σε σειρά, θα πρέπει  $h_1[n] * h_2[n] = \delta[n]$ .

## 1.2 Σχεδίαση Ζωνοπερατών Φίλτρων

Στο πρώτο ερώτημα, υλοποιήθηκαν φίλτρα στο πεδίο του χρόνου. Εδώ, για τη σχεδίαση ζωνοπερατών (bandpass) φίλτρων, θα εργαστούμε στο πεδίο της συχνότητας.

- α) Σχεδιάστε, με χρήση Matlab, ένα φίλτρο με ζεύγος συζυγών μιγαδικών πόλων στις θέσεις  $0.5 \pm 0.8i$ , και μηδενικά στις θέσεις  $\pm 0.8$ . Δώστε ένα διάγραμμα πόλων - μηδενικών του συστήματος, με χρήση της συνάρτησης **zplane()**. Βρείτε τα διανύσματα συντελεστών  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  που αντιστοιχούν σε αυτό το φίλτρο με χρήση της συνάρτησης **zp2tf()**.
- β) Σχεδιάστε την απόκριση πλάτους και φάσης του φίλτρου, με χρήση της συνάρτησης **freqz()** και σχολιάστε τα αποτελέσματα.
- γ) Σχεδιάστε την κρουστική απόκριση του συστήματος (με χρήση της συνάρτησης **impz()**), καθώς και τη βηματική απόκριση (με χρήση της **stepz()**), χρησιμοποιώντας την αναπαράσταση του φίλτρου που προήλθε από χρήση της **zp2tf()**.

- δ) Μετακινήστε τους πόλους του συστήματος στις θέσεις  $\{0.527 \pm 0.844i\}$ ,  $\{0.53 \pm 0.848i\}$ , και τέλος  $\{0.55 \pm 0.88i\}$ , διατηρώντας τα μηδενικά στις ίδιες θέσεις με πριν. Σχεδιάστε, για κάθε περίπτωση, την χροστική απόκριση του συστήματος, καθώς και την απόκριση πλάτους για την πρώτη περίπτωση. Τι παρατηρείτε; Αιτιολογήστε την απάντησή σας με χρήση των διαγραμμάτων πόλων-μηδενικών.
- ε) Επαναλάβετε τα ερωτήματα α), β) για συζυγείς πόλους στις θέσεις  $0.8 \pm 0.5i$ , και διατηρώντας τα μηδενικά ως έχουν. Τι παρατηρείτε σχετικά με τη ζώνη διέλευσης του φίλτρου;

## 2 Ανάλυση Μουσικών Σημάτων και Εφαρμογή Φίλτρων

Στο δεύτερο μέρος αυτής της άσκησης, θα αναλύσουμε, με χρήση του Matlab, μουσικά σήματα (ηχογραφήσεις από συγκεκριμένες νότες) στο πεδίο της συχνότητας, με χρήση του Διακριτού Μετασχηματισμού Fourier (DFT) (ένας ταχύς αλγόριθμος υλοποίησής του είναι ο Fast Fourier Transform - FFT), και στη συνέχεια θα επιχειρήσουμε να τα φιλτράρουμε με φίλτρα τα οποία υλοποιήθηκαν στο **Μέρος 1**.

### 2.1 Ανάλυση Μουσικών Σημάτων

- α) Φορτώστε στο Matlab, με χρήση της εντολής `audioread()` (ή `wavread()`), το αρχείο *flute\_sequence.wav* με συχνότητα δειγματοληψίας 16 kHz. Σχεδιάστε και ακούστε το σήμα με χρήση των εντολών `plot()` και `sound()`.
- β) Υπολογίστε την ενέργεια του σήματος σε κυλιόμενα παράθυρα, αφού πρώτα το κανονικοποιήσετε στο διάστημα  $[-1, 1]$ . Σημειώνεται ότι η ενέργεια ενός σήματος  $x[n]$  επικαλυπτόμενο από ένα παράθυρο  $w[n]$  δίνεται από τον εξής τύπο:

$$E[n] = \sum_{m=0}^M x^2[m]w[n-m], \quad (3)$$

όπου ως σήμα  $w[n]$  θα χρησιμοποιήσετε το παράθυρο Hamming το οποίο δίνεται από την εξίσωση:

$$w[n] = 0.54 - 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right), 0 \leq n \leq N. \quad (4)$$

Θεωρήστε την παράμετρο  $N$  ίση με 400. Έπειτα, σχεδιάστε την ενέργεια του σήματος στο ίδιο διάγραμμα με το σήμα (κλιμακώστε το σήμα κατάλληλα). Τι παρατηρείτε;

**Υπόδειξη:** Παρατηρήστε ότι η παραπάνω εξίσωση μπορεί να εκφραστεί ως συνέλιξη, που μπορεί να υπολογιστεί στο Matlab μέσω της εντολής `conv()`.

- γ) Με χρήση της εντολής `fft()`, η οποία και υπολογίζει το Διακριτό Μετασχηματισμό Fourier (φάσμα) ενός σήματος διακριτού χρόνου, σχεδιάστε το μέτρο του φάσματος του σήματος σε γραμμική κλίμακα.
- δ) Απομονώστε μία νότα από το σήμα, και σχεδιάστε την στο πεδίο του χρόνου, με χρήση της εντολής `plot()`. Είναι το απόσπασμα περιοδικό; Αν ναι, υπολογίστε (εποπτικά) την περίοδό του (σε δείγματα και σε ms).

ε) Με χρήση της εντολής **fft()** σχεδιάστε το μέτρο του φάσματός της νότας που απομονώσατε στο προηγούμενο ερώτημα, σε γραμμική κλίμακα, και υπολογίστε τη θεμελιώδη συχνότητά της (σε Hz). Επιβεβαιώστε τη σχέση μεταξύ θεμελιώδους συχνότητας και περιόδου. Τι παρατηρείτε σχετικά με τη μορφή του φάσματος, καθώς και την εμφάνιση αρμονικών υψηλότερης τάξης; Συγκρίνετε τα αποτελέσματά σας σε σχέση με τον DFT που σχεδιάσατε στο ερώτημα γ).

**Υπόδειξη:** Για να υπολογίσετε απευθείας τη συχνότητα του σήματος από το φάσμα που σχεδιάσατε, μπορείτε να πάρετε αριθμό σημείων DFT ίσο με τη συχνότητα δειγματοληψίας των σημάτων.

στ) Χρησιμοποιώντας το αρχείο *string\_note.wav* (συχνότητα δειγματοληψίας: 16 kHz), υλοποιήστε ένα ζωοπερατό φίλτρο, με στόχο να απομονώσετε την 3η αρμονική του σήματος. Επαναλάβετε την ίδια διαδικασία για την 5η αρμονική. Σχεδιάστε τα φάσματα των προκύπτοντων σημάτων στο πεδίο της συχνότητας, καθώς και ένα απόσπασμά τους στο πεδίο του χρόνου. Σχολιάστε τα αποτελέσματα.

**Υπόδειξη:** Χρησιμοποιήστε όσα είδατε στο **Μέρος 1** τόσο σχετικά με τη σχέση της κεντρικής συχνότητας του φίλτρου με τη φάση των πόλων, όσο και τη σχέση του εύρους της ζώνης διέλευσης του φίλτρου με το μέτρο τους.

## 2.2 Εφαρμογή Φίλτρων για τη Δημιουργία Ηχούς και Αντήχησης εφέ σε Μουσικά Σήματα

Σε αυτό το μέρος της άσκησης σας ζητείται να εφαρμόσετε ότι κάνατε στο μέρος 1.1 πάνω σε ένα πραγματικό μουσικό σήμα.

α) Φορτώστε στο Matlab, με χρήση της εντολής **audioread()** (ή **wavread()**), το αρχείο *piano\_note.wav* από το συμπληρωματικό υλικό της άσκησης, το οποίο αποτελεί ηχογράφηση από μία νότα πιάνου, με συχνότητα δειγματοληψίας 44.1 kHz. Σχεδιάστε και ακούστε το σήμα με χρήση των εντολών **plot()** και **sound()**.

β) Υλοποιήστε ένα φίλτρο ηχούς και ένα φίλτρο αντήχησης, με τα οποίο θα φιλτράρετε το μουσικό σήμα. Χρησιμοποιήστε την τιμή  $c = 0.85$ , και την παράμετρο καθυστέρησης  $P = 850$  δείγματα. Για το φίλτρο αντήχησης, θα χρησιμοποιήσετε διαδοχικά 12 φίλτρα δημιουργίας ηχούς. Και για τις δύο περιπτώσεις σχεδιάστε και ακούστε τα σήματα με χρήση των εντολών **plot()** και **sound()**.

γ) Με χρήση της εντολής **fft()** και για τα τρία σήματα (αρχικό και δύο φιλτραρισμένα, δηλαδή echoed και reverbed) σχεδιάστε το μέτρο του φάσματος τους σε λογαριθμική κλίμακα ( $20 \log_{10}(| \cdot |)$ ) (dB). Τι παρατηρείτε στα 3 διαφορετικά φάσματα; Πως εξηγείτε την παρατήρησή σας;

δ) Αποθηκεύστε τα δύο φιλτραρισμένα σήματα σε δύο αρχεία τύπου .wav, με χρήση της ρουτίνας **wavwrite()**.

ε) Με βάση το ερώτημα 1.1στ), υπολογίστε τις παραμέτρους ενός κατάλληλου φίλτρου με στόχο την απαλοιφή της αντήχησης, το οποίο και θα εφαρμόσετε στο σήμα του ερωτήματος β). Σχεδιάστε το αρχικό και το dereverbed σήμα, στο ίδιο διάγραμμα. Τι παρατηρείτε;

στ) Τροποποιήστε την παράμετρο καθυστέρησης του φίλτρου που σχεδιάσατε στο ερώτημα ε), ώστε να αντιστοιχεί σε καθυστέρηση 5, 10 και 50 δειγμάτων μεγαλύτερη του  $P$  που σας δόθηκε στο ερώτημα β), και οπτικοποιήστε εκ νέου τα dereverbered σήματα μαζί με το αρχικό. Τι παρατηρείτε;

**Υπόδειξη:** Υπολογίστε τις αποκρίσεις πλάτους του συνολικού συστήματος αντήχησης/απαλοιφής τόσο για την αρχική περίπτωση, όσο και για τις τροποποιημένες.