

WYDZIAŁ PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI
POLITECHNIKA WROCŁAWSKA

METODY OPTYMALIZACJI MINIMUM GRAPH COLORING

KAMIL SIKORSKI
NR INDEKSU: 221481

Przedmiot prowadzony przez

Pawła Zielińskiego



Politechnika
Wrocławska

WROCŁAW 2019

Spis treści

1	Zadanie 1	1
1.1	Opis problemu	1
1.2	Rozwiązanie	1
1.3	Wyniki i interpretacja	1
2	Zadanie 2	3
2.1	Opis problemu	3
2.2	Rozwiązanie	3
2.3	Wyniki i interpretacja	4
3	Zadanie 3	5
3.1	Opis problemu	5
3.2	Opis problemu	6
3.3	Rozwiązanie	7



Zadanie 1

1.1 Opis problemu

Zadanie polega na przetestowaniu algorytmów LP pod względem dokładności i odporności rozwiązując następujące zagadnienie

$$\min c^T x$$

przy warunkach

$$Ax = b, x \geq 0,$$

gdzie

$$a_{i,j} = \frac{1}{i+j-1}, i, j = 1, 2, \dots, n$$

$$c_i = b_i = \sum_{j=1}^n \frac{1}{i+j-1}, i, j = 1, 2, \dots, n$$

1.2 Rozwiązanie

Do rozwiązania zadania napisano program obliczający równanie, jako dane wejściowe przyjmuje rozmiar n macierzy A . Po skończeniu pracy program wypisuje na standardowe wyjście błąd względny.

1.3 Wyniki i interpretacja

Uruchamiając program dla danych wejściowych $n = 2, 3, \dots, 10$ otrzymano błędy względne zawarte w tabeli 1.1.

n	błąd względny
2	1.05325004057301e-15
3	3.67157765110227e-15
4	3.27016385075681e-13
5	3.35139916635905e-12
6	6.83335790676898e-11
7	1.67868542192291e-08
8	0.514058972177268
9	0.682911338087722
10	0.990387574803086

Tabela 1.1: Błędy względne macierzy



Dla danych wejściowych 2,3,...,7 wyniki są akceptowalne, jednak dla większego rozmiaru macierzy błąd względny jest za duży by rozwiązać ten układ równań. Przyczyną takiego zachowania jest uwarunkowanie macierzy Hilberta, który wynosi $\text{cond}(H_n) = O\left(\frac{e^{3.5255n}}{\sqrt{(n)}}\right)$ dla n oznaczającego rozmiar macierzy.

Zadanie 2

2.1 Opis problemu

Zadanie polega na rozwiązaniu problemu niedoboru i nadmiaru dźwigów samojezdnych znajdujących się w jednych miejscach pracy. Celem zadania jest ustalenie planu przemieszczania dźwigów przy minimalizacji kosztów transportu, jeśli:

- znany jest damiar i niedobór dźwigów w poszczególnych miastach,
- koszt przemieszczenia dźwigu typu I jest proporcjonalny do odległości
- koszt przemieszczenia dźwigu typu II jest 20% wyższy niż dźwigu typu I
- dźwig typu I może być zastąpiony przez dźwig typu II, ale nie na odwrót.

2.2 Rozwiązanie

Do rozwiązywania problemu stworzono model z parametrami:

- $odleglosc_{i,j}$ gdzie $i, j \in Miasto$ opisuje odległość pomiędzy miastami i, j ;
- $niedobor_{i,t}$ gdzie $i \in Miasto, t \in TypDzwigu$ opisuje niedobór dźwigów danego typu w danym mieście;
- $nadmiar_{i,t}$ gdzie $i \in Miasto, t \in TypDzwigu$ opisuje nadmiar dźwigów danego typu w danym mieście;
- $wspolczynnikPrzejazdu_t$ gdzie $t \in TypDzwigu$ opisuje współczynnik przejazdu jednej odległości dźwigiem danego typu;
- $zastapienie_{t1,t2}$ gdzie $t1, t2 \in TypDzwigu$ opisuje możliwość zastąpienia dźwigu typu $t1$ typem $t2$.

Zmienną $przejazd_{i,j,t1,t2}$ gdzie $i, j \in Miasto, t1, t2 \in TypDzwigu$ informującą ile dźwigów danego typu $t1$ przejedzie z miasta i , by zastąpić dźwig typu $t2$ w mieście j . Celem zadania jest zminimalizowanie kosztów transportu dźwigów, zdefiniowany został poniżej

$$\min \rightarrow \sum_{\substack{i,j \in Miasto \\ t1,t2 \in TypDzwigu}} przejazd_{i,j,t1,t2} * wspolczynnikPrzejazdu_{t1} * odleglosc_{i,j}$$

Zadanie posiada dwa ograniczenia nadmiaru i niedoboru dźwigów:

$$\forall_{\substack{i \in Miasto \\ t1 \in TypDzwigu}} nadmiar_{i,t1} = \sum_{\substack{j \in Miasto \\ t2 \in TypDzwigu}} zastapienie_{t1,t2} * przejazd_{i,j,t1,t2} = 0$$

$$\forall_{\substack{i \in Miasto \\ t2 \in TypDzwigu}} niedobor_{i,t2} = \sum_{\substack{j \in Miasto \\ t1 \in TypDzwigu}} zastapienie_{t1,t2} * przejazd_{j,i,t1,t2} = 0$$

Nadmiar zostaje spełniony gdy przetransportuje się nadmiarowe dźwigi, a niedobór poprzez przyjazd dźwigów z innych miast.



2.3 Wyniki i interpretacja

Plan przemieszczenia dźwigów został zaprezentowany w tabeli 2.1.

Miast z	Miasto do	Typ z	Typ do	ilosc
Opole	Brzeg	I	I	4
Opole	Kozle	I	I	3
Brzeg	Brzeg	II	I	1
Nysa	Opole	II	II	2
Nysa	Brzeg	I	I	5
Nysa	Prudnik	I	I	1
Prudnik	Prudnik	II	I	3
Prudnik	StrzelceOpolskie	II	II	4
Prudnik	Kozle	II	II	2
Prudnik	Raciborz	II	II	1
StrzelceOpolskie	Kozle	I	I	5

Tabela 2.1: Rozwiązanie zadania przemieszczania dźwigów

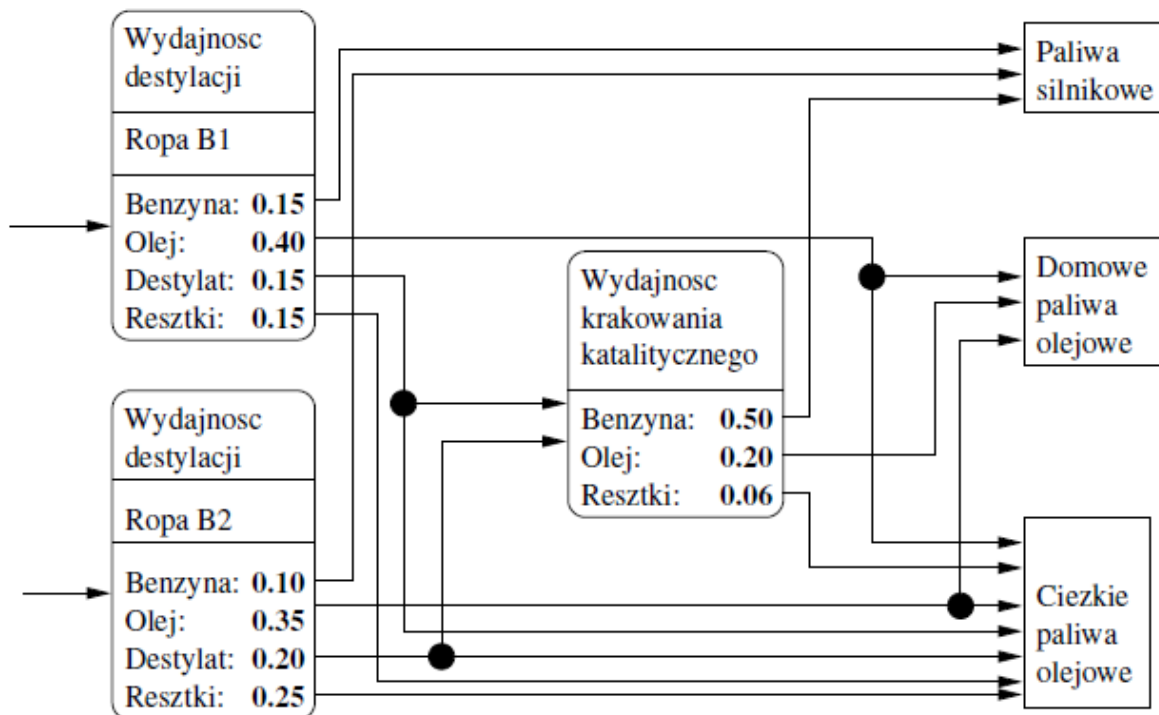
Jak widać każde miasto zostało zaopatrzone w odpowiednią ilość dźwigów oraz w żadnym mieście nie ma nadmiarowej ilości.

Zadanie 3

3.1 Opis problemu

Zadanie polega na rozwiązaniu problemu minimalizacji kosztu pewnej rafinerii dysponującą jednostką destylacji (pozwalającą otrzymywać cztery rodzaje produktów: paliwa silnikowe, oleje, destylaty ciężkie i resztki), jednostką reformowania oraz jednostką krakowania katalitycznego (która może przetwarzać destylaty ciężkie). Cały proces przedstawiony jest na rysunku 3.1. Celem tego zadania, jest znalezienie odpowiedzi na pytania:

- ile ropy danego rodzaju należy kupić;
- jaką część półproduktów przeznaczyć do produkcji poszczególnych produktów;
- jaką część półproduktów przeznaczyć do jednostki krakowania katalitycznego.



Rysunek 3.1: Schemat destylacji



3.2 Opis problemu

Do rozwiązania problemu stworzono model z parametrami:

- $KosztRopy_r$ gdzie $r \in RodzajRopy$ koszt danego rodzaju ropy;
- $KosztReformowania$ koszt destylacji ropy każdego rodzaju;
- $KosztKrakowania$ koszt krakowania pól produktów każdego typu;
- $WydajnosReformowania_{r,pp}$ gdzie $r \in RodzajRopy, pp \in PolProdukt$ ilość półproduktu typu pp utworzonego z ropy typu r w jednosce reformowania;
- $WydajnosKrakowania_{ppold,ppnew}$ gdzie $ppold, ppnew \in PolProdukt$ ilość półproduktu $ppnew$ utworzonego z półproduktu $ppold$ w jednosce krakowania;
- $KosztProduktuReformowania_{p,pp}$ gdzie $p \in Produkt, pp \in PolProdukt$ czy półprodukt pp wchodzi w skład produktu p uzyskanego przez reformowanie;
- $KosztProduktuKrakowanie_{p,pp}$ gdzie $p \in Produkt, pp \in PolProdukt$ czy półprodukt pp wchodzi w skład produktu p uzyskanego przez krakowanie;
- $MinimumProduktow_p$ gdzie $p \in Produkt$ minimalna ilość zapotrzebowania na dany produkt p ;
- $ZawartoscSiarkiReformowania_r$ gdzie $r \in RodzajRopy$ zawartość siarki w oleju pochodzenia r , wytworzonego metodą reformowania;
- $ZawartoscSiarkiKrakowanie_r$ gdzie $r \in RodzajRopy$ zawartość siarki w oleju pochodzenia r , wytworzonego metodą krakowania;
- $MaxSiarki$ maksymalne stężenie siarki w oleju.

Posiadający zmienne:

- $iloscRopy_r$ gdzie $r \in RodzajRopy$ ilość zakupionej ropy;
- $iloscPolProduktowZRopy_{r,pp}$ gdzie $r \in RodzajRopy, pp \in PolProdukty$ oznacza ilość polproduktow wyprodukowaną z danego typu siarki;
- $iloscPolProduktowNaProdukt_{r,pp,p}$ gdzie $r \in RodzajRopy, pp \in PolProdukty, p \in Produkt$ oznacza ilość półproduktów pp pochodzenia r wchodzi w skład produktu p ;
- $iloscPolProduktowNaKrakowanie_{r,pp}$ gdzie $r \in RodzajRopy, pp \in PolProdukty$ oznacza ilość półproduktów pp pochodzenia r przechodzi do krakowania.

Celem zadania jest minimalizacja kosztów zakupu ropy i przetwarzania przez krakowanie.

$$\begin{aligned} \min \rightarrow & \sum_{r \in RodzajRopy} KosztRopy_r * IloscRopy_r * KosztReformowania \\ & + \sum_{\substack{r \in RodzajRopy \\ pp \in PolProdukt}} iloscPolProduktowNaKrakowanie_{r,pp} * KosztKrakowania \end{aligned}$$

Ograniczenia:

- $MinimalnaIloscProduktow_p$ gdzie $p \in Produkt$ ogranicza minimalną ilość uzyskanych produktów;
- $MaksymalnaIloscSiarki$ ogranicza maksymalne stężenie siarki w Oleju opałowym;

Ograniczenia pomocnicze:

- $IlePolProduktowZRopy$ ograniczenie ile półproduktów można uzyskać z danego rodzaju ropy;
- $IlePolProduktowNaProdukt$ ograniczenie na ilość półproduktów uzyskanych przez reformowanie wchodzi w skład produktu oraz ile półproduktów uzyskanych przez krakowanie wchodzi w skład produktu.

3.3 Rozwiązanie

Rozwiązanie przedstawione w tabelach(z zaokrągleniami) 3.1, 3.2, 3.3.

Rodzaj Ropy	ilość
B1	1026031
B2	0

Tabela 3.1: Ilość kupna danego rodzaju ropy

Półprodukt	ilość z reformacji	przekazana do krakowania	uzyskana przez krakowanie	suma
Benzyna	153905	0	46095	200000
Olej	410412	0	18438	428850
Destylat	153905	92191	0	61714
Resztki	153905	0	5530	159436

Tabela 3.2: Półprodukty uzyskane z ropy typu B1 przez reformacje oraz krakowanie

	Paliwa silnikowe	Domowe paliwa olejowe	Ciężkie paliwa olejowe
Benzyna	200000	0	0
Olej	0	400000	28850
Destylat	0	0	61715
Resztki	0	0	159435
Suma	200000	400000	250000

Tabela 3.3: Przekazane polprodukty na konkretne Produkty

Program znalazł rozwiązanie wybierając tańszą, zawierającą mniejsze stężenie siarki w oleju, ropę.