

# 第五章 三角函數

## 5.2.2 同角 三角函數 的基本關係-2

# 學習目標

- 完成本課，學生能夠
- 知識：
  - 1. 說出同角三角函數的基本關係式；
- 技能：
  - 2. 運用公式解決三角函數的求值、化簡及恆等式證明；
- 情意：
  - 3. 建立利用數學的思維模式，解決問題。

# 複習

- 同角三角函數的基本關係：

- **1.**  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

- **2.**  $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

# 複習

■ 已知  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ ，則\_\_\_\_\_。

■ A.  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$

■ B.  $\tan \alpha = \frac{3}{4}$

■ C.  $\cos \alpha = \pm \frac{3}{5}$

■ D.  $\tan \alpha = \pm \frac{3}{4}$

# 例題

 **1.** 化簡下列各式：

■ **1)**  $\sqrt{1 - \sin^2 440^\circ}$

# 例題

 1. 化簡下列各式：

■ 1)  $\sqrt{1 - \sin^2 440^\circ}$

$$\begin{aligned}\text{解：原式} &= \sqrt{\cos^2 440^\circ} \\ &= \sqrt{\cos^2 80^\circ} \\ &= \cos 80^\circ\end{aligned}$$

# 例題

 **1.** 化簡下列各式：

■ **2)**  $\sqrt{1 + 2 \sin 4 \cos 4}$

# 例題

 1. 化簡下列各式：

■ 2)  $\sqrt{1 + 2 \sin 4 \cos 4}$

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= \sqrt{\sin^2 4 + \cos^2 4 + 2 \sin 4 \cos 4} \\ &= \sqrt{(\sin 4 + \cos 4)^2} \\ &= |\sin 4 + \cos 4| \\ &= -(\sin 4 + \cos 4)\end{aligned}$$



# 例題

 1. 化簡下列各式：

■ 3) 
$$\frac{\sin x - \cos x}{\tan x - 1}$$

# 例題

✎ 1. 化簡下列各式：

■ 3)  $\frac{\sin x - \cos x}{\tan x - 1}$

解：原式 =  $\frac{\sin x - \cos x}{\frac{\sin x}{\cos x} - 1}$

$$= (\sin x - \cos x) \div \left( \frac{\sin x - \cos x}{\cos x} \right)$$

$$= (\sin x - \cos x) \cdot \frac{\cos x}{\sin x - \cos x}$$

$$= \cos x$$

# 例題

 **2.** 已知 $\tan x = 2$ ，求 $\frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$ 的值。

# 例題

2. 已知  $\tan x = 2$ ，求  $\frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$  的值。

解：∵  $\tan x = 2$

$$\frac{\sin x}{\cos x} = 2$$

$$\therefore \sin x = 2 \cos x$$

$$\text{原式} = \frac{2 \cos x + \cos x}{2 \cos x - \cos x}$$

$$= \frac{3 \cos x}{\cos x}$$

$$= 3$$

方法二

$$\text{原式} = \frac{(\sin x + \cos x) \div \cos x}{(\sin x - \cos x) \div \cos x}$$

$$= \frac{\tan x + 1}{\tan x - 1}$$

$$= \frac{2 + 1}{2 - 1}$$

$$= 3$$

# 練習

- 1. 化簡下列各式
- 1)  $(1 + \tan^2 \alpha) \cos^2 \alpha$
- 2)  $\sqrt{1 - \sin^2 390^\circ}$
- 3)  $\sqrt{1 - \sin^2 3}$
- 4)  $\frac{2 \cos^2 x - 1}{1 - 2 \sin^2 x}$

# 練習

2. 已知 $\tan x = 2$ ，求 $\frac{\sin x \cos x}{\sin^2 x - \cos^2 x}$ 的值。

# 小結

- 你這節課有何收穫---
- 通過本節課的學習，你最大的體會是---