

Przykład.

Dana jest funkcja: $Z = 3a^2b + \cos(ac)$.

Obliczyć pochodne po każdej zmiennej.

a) Po zmiennej a:

$$\frac{\delta Z}{\delta a} = (3a^2b + \cos(ac))' = 6ab - c\sin(ac)$$

Skąd się wynik?

Różniczkujemy po zmiennej a:

$$\frac{\delta}{\delta a}(3a^2b) + \frac{\delta}{\delta a}(\cos(ac))$$

Liczmy pierwszą część:

$$\frac{\delta}{\delta a}(3a^2b) = 6ab \text{ na podstawie wzoru: } (a^n)' = na^{n-1}$$

Liczmy drugą część:

$$\frac{\delta}{\delta a}(\cos(ac)) = -c\sin(ac) \text{ na podstawie wzoru } [f(g(x))]' = f'(g(x))g'(x) \\ \text{oraz } \cos(x)' = -\sin(x)$$

Więc uzyskujemy:

$$\frac{\delta Z}{\delta a} = (3a^2b + \cos(ac))' = 6ab - c\sin(ac)$$

b) Po zmiennej b:

$$\frac{\delta Z}{\delta b} = (3a^2b + \cos(ac))' = 3a^2$$

Skąd wynik?

Różniczkujemy po zmiennej b:

$$\frac{\delta}{\delta b}(3a^2b) + \frac{\delta}{\delta b}(\cos(ac))$$

Liczmy pierwszą część:

$$\frac{\delta}{\delta b}(3a^2b) = 3a^2 \text{ na podstawie wzoru } x' = 1$$

Liczmy drugą część:

$$\frac{\delta}{\delta b}(\cos(ac)) = 0 \text{ na podstawie wzoru } c' = 0 \text{ (b nie wystąpiło w tej części)}$$

Więc uzyskujemy:

$$\frac{\delta}{\delta b}(3a^2b) + \frac{\delta}{\delta b}(\cos(ac)) = 3a^2 + 0 = 3a^2$$

c) Po zmiennej c :

$$\frac{\delta Z}{\delta c} = (3a^2b + \cos(ac))' = -\sin(ac)$$

Skąd wynik?

Różniczkujemy po zmiennej b :

$$\frac{\delta}{\delta c} (3a^2b) + \frac{\delta}{\delta c} (\cos(ac))$$

Liczmy pierwszą część:

$$\frac{\delta}{\delta c} (3a^2b) = 0 \text{ na podstawie wzoru } c' = 0 \text{ (} c \text{ nie występuje w tej części)}$$

Liczmy drugą część:

$$\frac{\delta}{\delta c} (\cos(ac)) = -\sin(ac) \text{ na podstawie wzoru } [f(g(x))]' = f'(g(x))g'(x) \\ \text{oraz } \cos(x)' = -\sin(x)$$

Więc uzyskujemy:

$$\frac{\delta}{\delta c} (3a^2b) + \frac{\delta}{\delta c} (\cos(ac)) = 0 - \sin(ac) = -\sin(ac)$$

Opracowano dn. 24.10.2017

Bartłomiej Osak