Sterowanie Procesami - projekt 2, zadanie 2.16

Kamil Foryszewski

4 czerwca 2017

Spis treści

1 Polecenie

Obiekt regulacji jest opisany transmitancją:

$$G(s) = \frac{K_0 e^{-T_0 s}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} = \frac{3.5 e^{-T_0 s}}{10.04 s^2 + 7.02 s + 1}$$

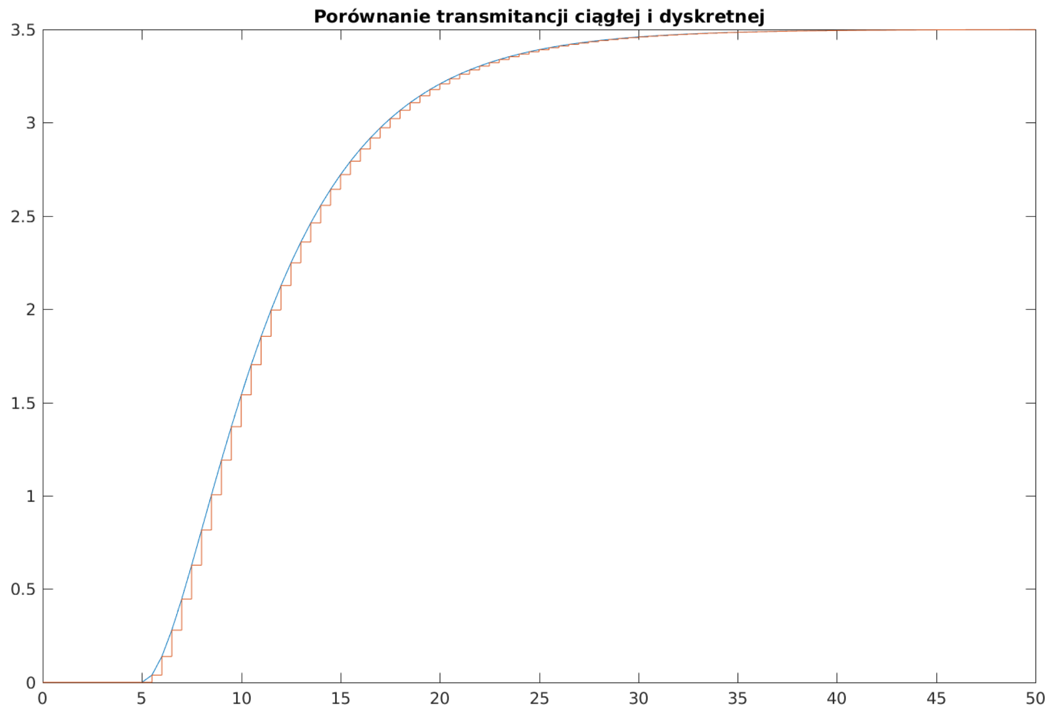
Gdzie: $K_0 = 3.5, T_0 = 5, T_1 = 2, T_2 = 5.02$

2 Transmitancja dyskretna

Wyznaczona transmitancja dyskretna ma następującą postać:

$$G(z) = z^{-10} \frac{0.0388 z + 0.0346}{z^2 - 1.684 z + 0.705}$$

Została wyznaczona przy pomocy polecenia *c2d* pakietu matlab.



Rysunek 1: Odpowiedź skokowa transmitancji ciągłej i dyskretnej

Odpowiedź skokowa obu transmitancji w przybliżeniu jest taka sama. Odpowiedzi skokowe obliczone jako granice transmitancji przy argumentach s dążącym do 0 i z dążącym do 1 są również bardzo zbliżone. Wzmocnienie statyczne transmitancji ciągłej $K_c = 5$, natomiast wzmocnienie statyczne transmitancji dyskretnej $K_d = 5.0572$

3 Równanie różnicowe

Korzystając z transmitancji możemy wyznaczyć równanie różnicowe opisujące obiekt w postaci:

$$y(k) = \sum_{i=1}^{n} b_i y(k-i) + \sum_{i=1}^{m} c_i u(k-1)$$

Należy zatem przekształcić transmitancję do następującej postaci:

$$G(z) = \frac{0.0388z^{-11} + 0.0346z^{-12}}{z - 1.684z^{-1} + 0.705z^{-2}} = \frac{Y(z)}{U(z)}$$

Po przekształceniu:

$$Y(z)(1 - 1.6840z^{-1} + 0.7050z^{-2}) = U(z)(0.0388z^{-11} + 0.0346z^{-12})$$

Skąd możemy bezpośrednio przejść do równania różnicowego:

$$y(k) = 1.684y(k-1) - 0.705y(k-2) + 0.0388u(k-11) + 0.0346u(k-12) \tag{1}$$

4 Dobór regulatora PID metodą Zieglera-Nicholsa

Transmitancja ciągłego regulatora PID wygląda następująco:

$$R(s) = k_r(1 = \frac{1}{T_i s} + T_d s) = K_p + K_i\frac{1}{s} + K_d s$$

Pierwszym etapem metody Zieglera-Nicholsa jest wyznaczenie wzmocnienia krytycznego K, dla którego sygnał wyjściowy utrzymuje się na poziomie oscylacji, wokół wartości zadanej, ze stałą amplitudą. Przy parametrach $K_i, K_d = 0$ stopniowo zwiększamy wartość parametru K_p aż do wystąpienia oscylacji niegasnących o stałej amplitudzie. Dla tak wyznaczonego wzmocnienia odczytujemy również okres oscylacji T_{osc}. Wyznaczone parametry wynoszą:

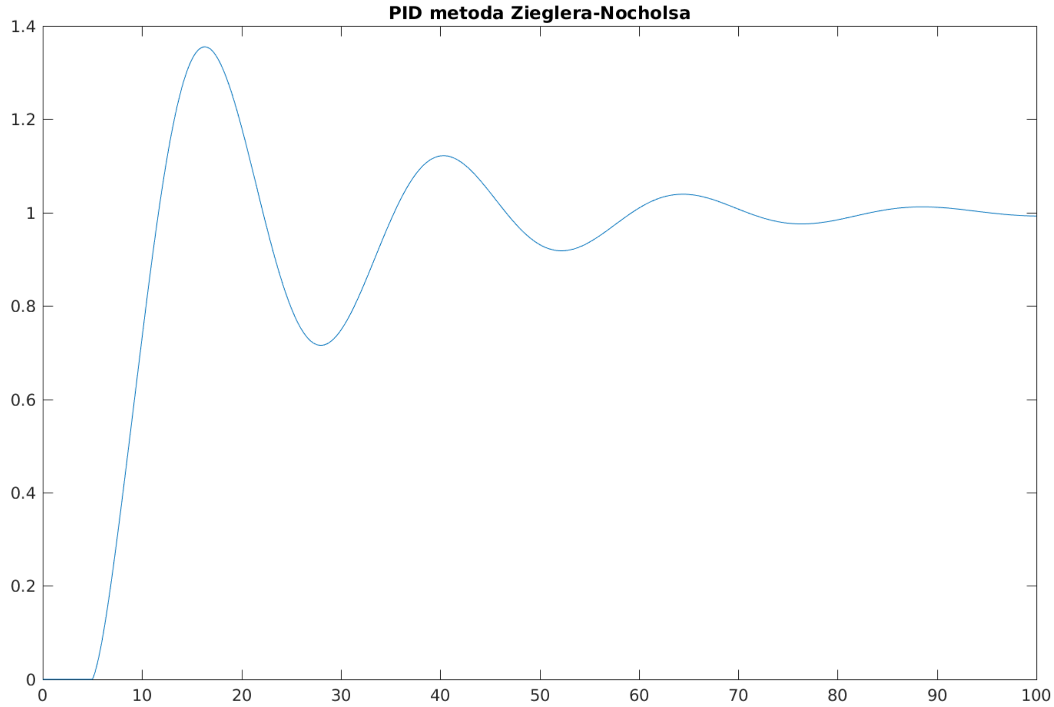
$K_{kr} = 0.6314$
$T_{osc} = 17$

Posiadając wzmocnienie krytyczne i okres oscylacji możemy obliczyć pozostałe parametry na podstawie tabelki: Wynoszą one :

Tablica 1: Tabela nastaw PID

	K_p	K_i	K_d
P	$0.5K_{kr}$		
PI	$0.45K_{kr}$	$\frac{1.2K_p}{T_{osc}}$	
PID	$0.6K_{kr}$	$\frac{2K_p}{T_{osc}}$	$\frac{8K_p}{T_{osc}}$

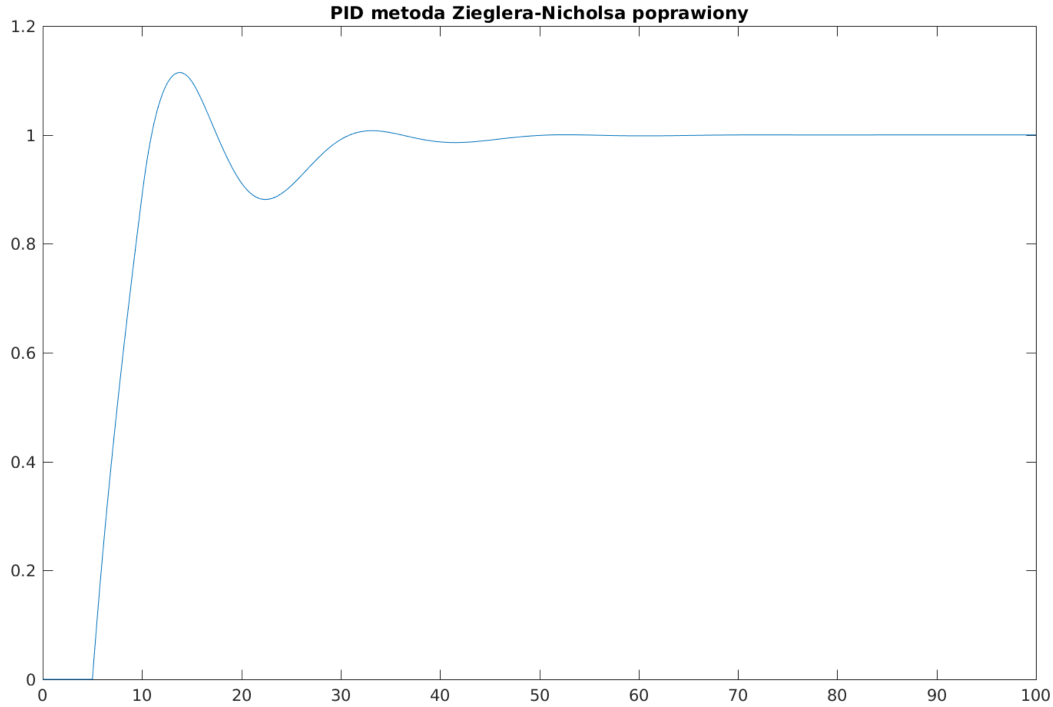
$K_p = 0.37884$
$K_i = 0.03714$
$K_d = 0.14856$



Rysunek 2: Odpowiedź układu na skok jednostkowy z wybranymi parametrami

Wyznaczone metodą Zieglera-Nicholsa parametry nie zapewniły dostatecznie dobrej regulacji, w celu poprawy zostało delikatnie zmniejszone wzmocnienie regulatora oraz kilkukrotnie zwiększono stałą różniczkowania, co zapewniło następujące rezultaty:

$K_p = 0.35$
$K_i = 0.035$
$K_d = 0.7$



Rysunek 3: Odpowiedź układu na skok jednostkowy z dostrojonymi parametrami

4.1 Dyskretny regulator PID

Transmitancja dyskretnego regulatora PID ma następującą postać:

$$R(z) = \frac{r_2 z^{-2} + r_1 z^{-1} + r_0}{1 - z^{-1}}$$

Korzystając z przekształcenia transformaty Z otrzymujemy następujące równanie:

$$R(z) = \frac{(K_p + K_d) + (K_i T_p - K_p - 2K_d)z^{-1} + K_d z^{-2}}{1 - z^{-1}}$$

Porównując z ogólną postacią transmitancji dyskretnej otrzymujemy wartości parametrów:

$r_2 = K_d$
$r_1 = K_i T_p - K_p - 2K_d$
$r_0 = K_p + K_d$

Co po podstawieniu wyznaczonych nastaw daje:

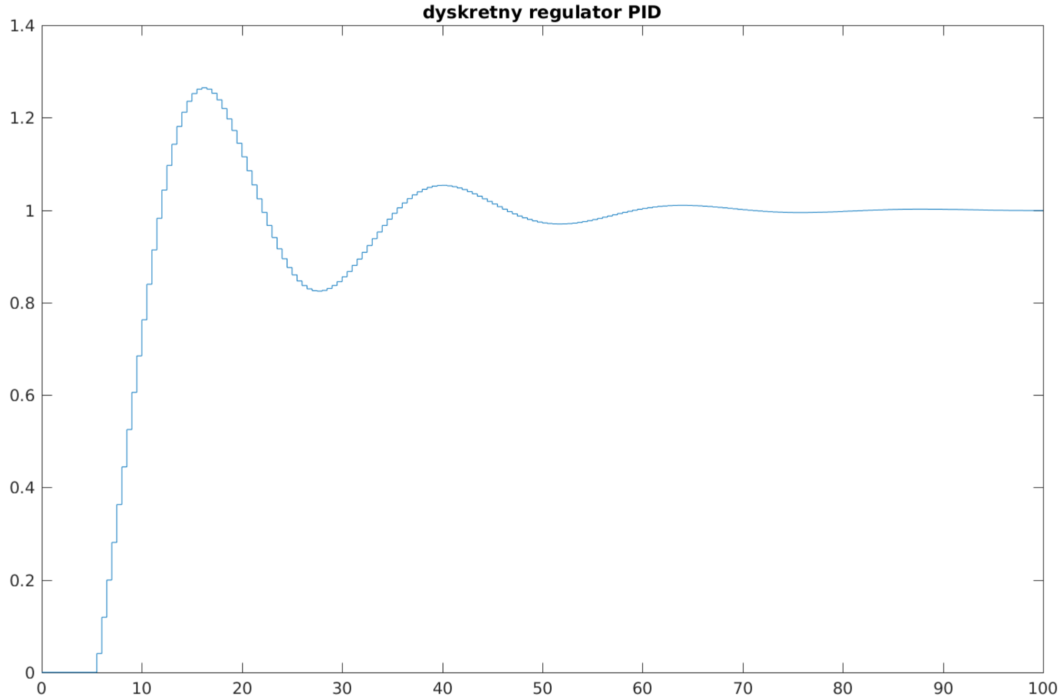
$r_2 = 0.14856$
$r_1 = -0.672246$
$r_0 = 0.5274$

Okres próbkowania T_p wynosi $0.5s$

5 Symulacja cyfrowego algorytmu PID oraz DMC

5.1 Symulacja dyskretnego algorytmu PID

Implementacja symulacji dyskretnego algorytmu PID znajduje się w pliku **PID.m**. Skrypt został wykorzystany w poprzednim podpunkcie.



Rysunek 4: Odpowiedź układu na skok jednostkowy w przypadku regulatora dyskretnego

5.2 Symulacja algorytmu DMC w wersji analitycznej

Rozwiązanie analityczne algorytmu regulacji DMC(Dynamic Matrix Control) ma następującą postać:

$$\Delta u = (M^T M + \lambda I)^{-}1 M^t (y^{zad} - y^k - M^p \Delta u^p)$$

Parametry algorytmu wyznaczamy z odpowiedzi skokowej rys: 1, skorzystamy w tym celu z równania 1 modelu wyznaczonego w podpunkcie 3. Z wartości odpowiedzi skokowej układu w poszczególnych chwilach czasu wyznaczamy macierz M oraz M^p. Wartość sygnału wyjściowego opisuje równanie:

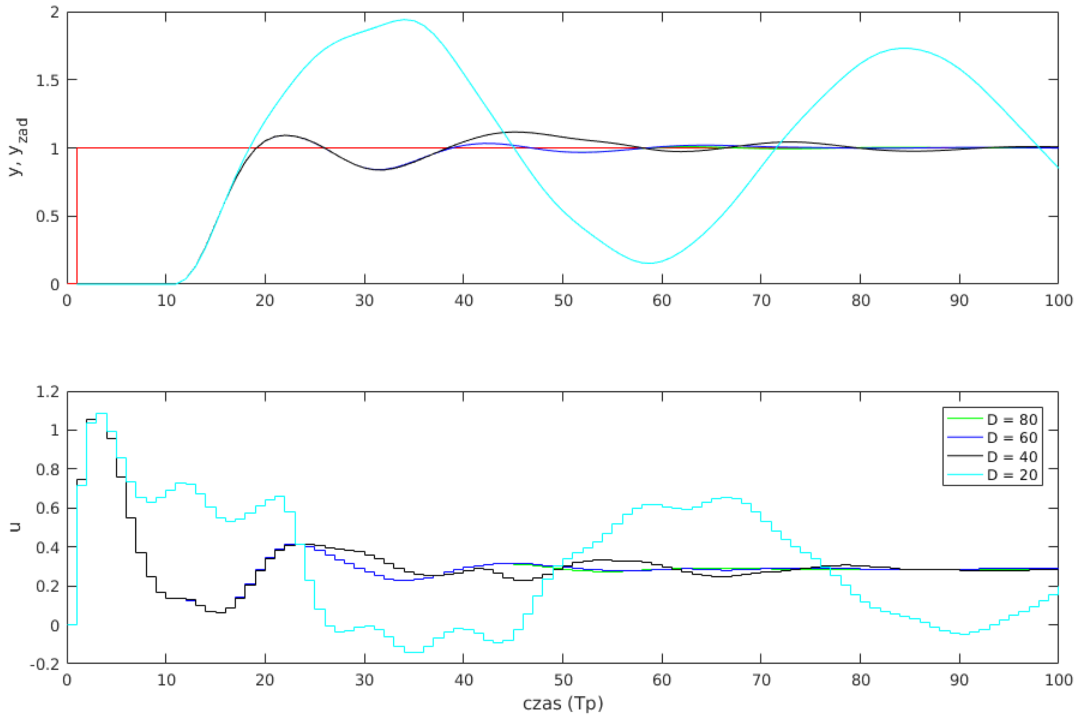
$$y = y^0 + M\Delta u = y^k + M^P \Delta u^P + M\Delta u$$

Skrypt pakietu matlab znajduje się w pliku **DMC.m**. Są w nim zdefiniowane niezbędne parametry algorytmu takie jak: horyzont predykcji, horyzont dynamiki, horyzont sterowania oraz wskaźnik jakości λ.

6 Dobór parametrów algorytmu DMC

6.1 Parametry początkowe

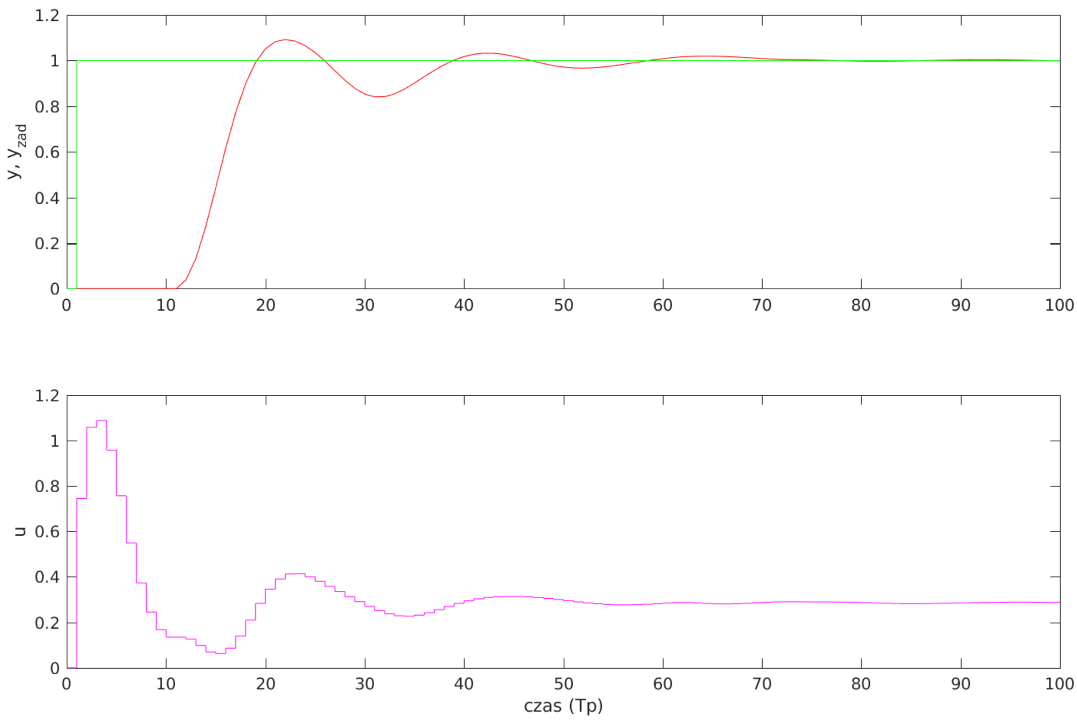
Horyzont dynamiki określamy na podstawie odpowiedzi skokowej rys: 1 i jest on numerem iteracji w której następuje ustalenie się sygnału odpowiedzi skokowej. W przypadku zadania jest to 40-sta sekunda symulacji czyli 80-ty krok symulacji, ponieważ okres próbkowania wynosi pół sekundy. Przyjmując taki horyzont predykcji otrzymujemy: $D = N = N_u = 80$ Jako wartość parametru λ przyjmujemy 1, aby nie wpływał on znacząco na symulację.



Rysunek 5: Sterowanie dla wyznaczonego horyzontu predykcji

6.2 Skracanie horyzontu predykcji

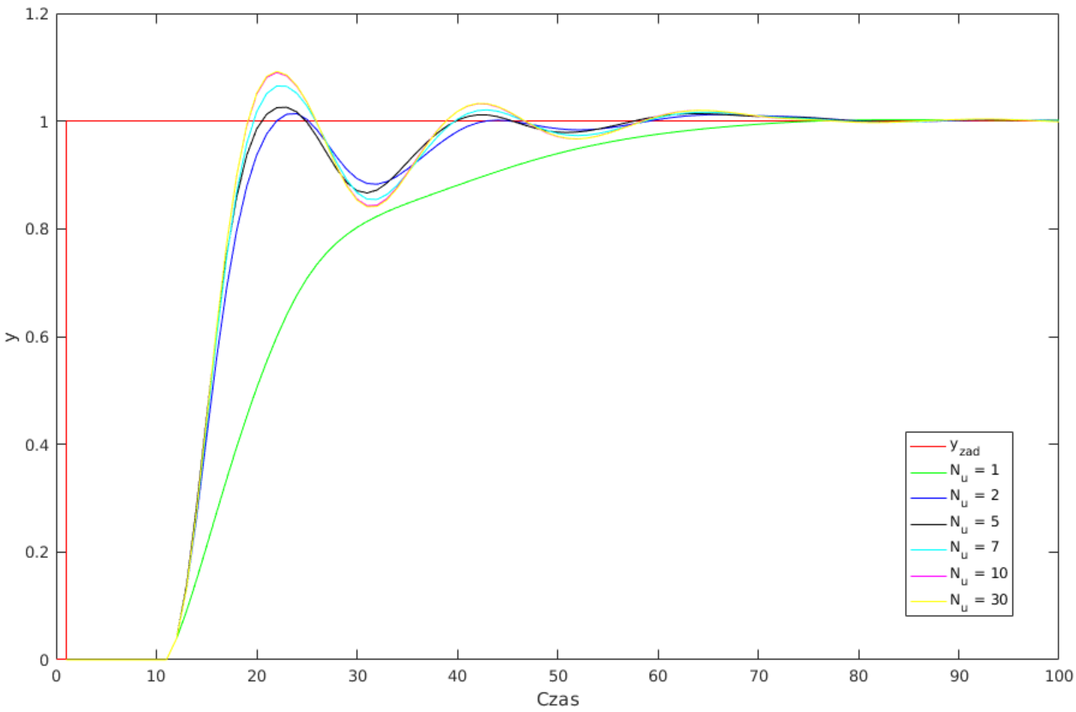
Najmniejsza wartość horyzontu predykcji dla której nie następuje pogorszenie regulacji wynosi 60. Poniżej wykres dla kilku wartości horyzontu predykcji.



Rysunek 6: Zmniejszony horyzont predykcji

6.3 Wpływ długości horyzontu sterowania

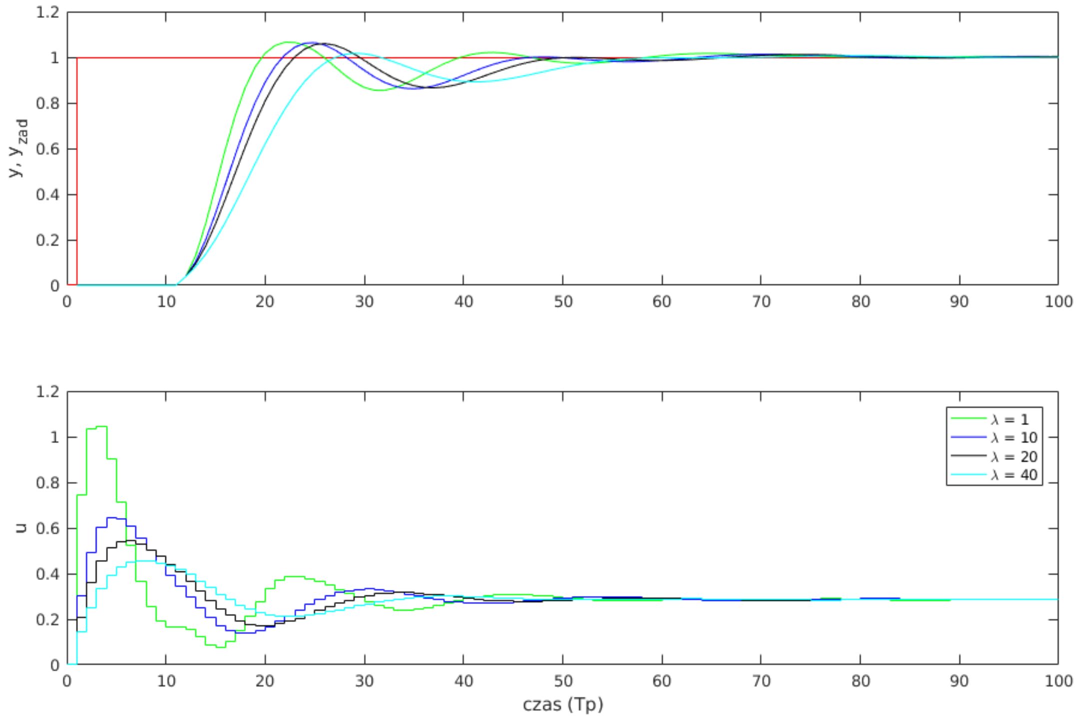
Symulując algorytm regulacji dla różnych wartości horyzontu sterowania, począwszy od wartości 1, i obserwując jakoś sterowania, wartość została określona jako 7, poniżej zeswatanie kilku symulacji o różnych wartościach współczynnika. Dla większych wartości nie następuje znaczna poprawa a wręcz pogorszenie, natomiast dla mniejszych wartości, czas regulacji zaczyna się wydłużać.



Rysunek 7: Zestawienie regulacji dla różnych wartości horyzontu sterowania

6.4 Parametr kary λ

Współczynnik λ jest wskaźnikiem jakości regulacji i pełni funkcję kary za przeregulowanie. Im większa jego wartość tym łagodniej będzie się zmieniał sygnał sterujący. Poniżej kilka wykresów dla różnych parametrów λ. Dla początkowej wartości równej 1, obserwujemy gwałtowny skok sterowania który może być niedopuszczalny w wielu rzeczywistych systemach regulacji. Wartość współczynnika która zapewnia stosunkowo łagodny przebieg sygnału sterującego oraz akceptowalny czas regulacji jest $\lambda = 10$



Rysunek 8: Wykres dla różnych wartości współczynnika kary

6.5 Parametry dostrojonego regulatora DMC

Ostatecznie wybrane nastawy regulatora DMC:

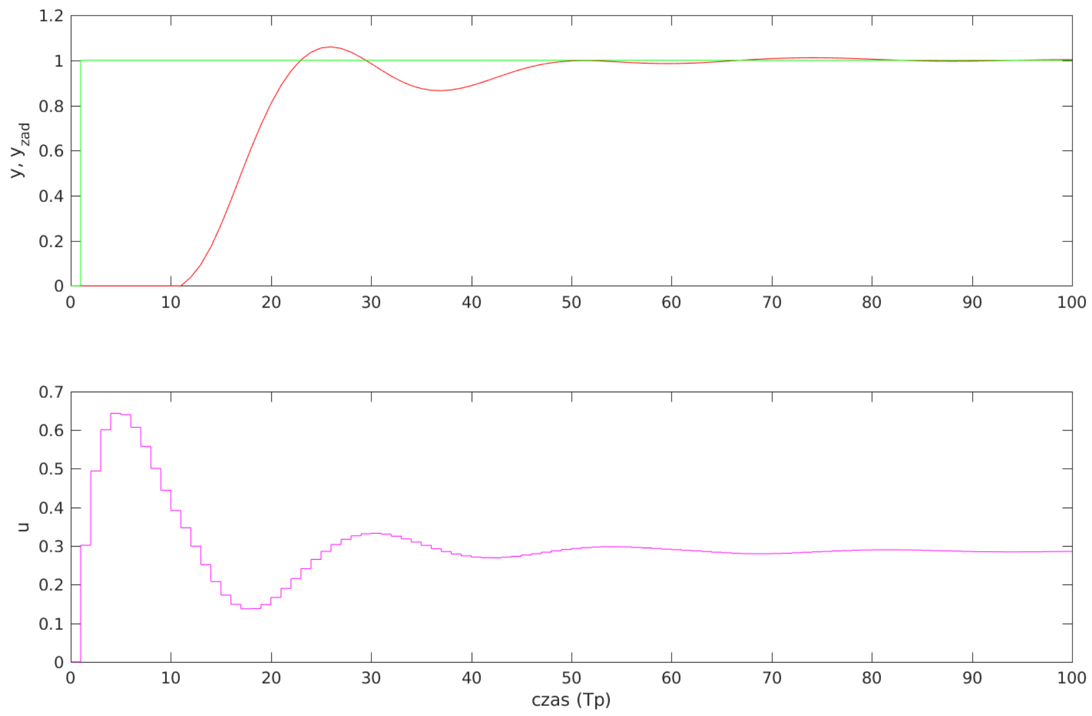
horyzont predykcji: $N = 60$

horyzont dynamiki: $D = 60$

horyzont sterowania: $N_u = 7$

wzkaźnik jakości: $\lambda = 10$

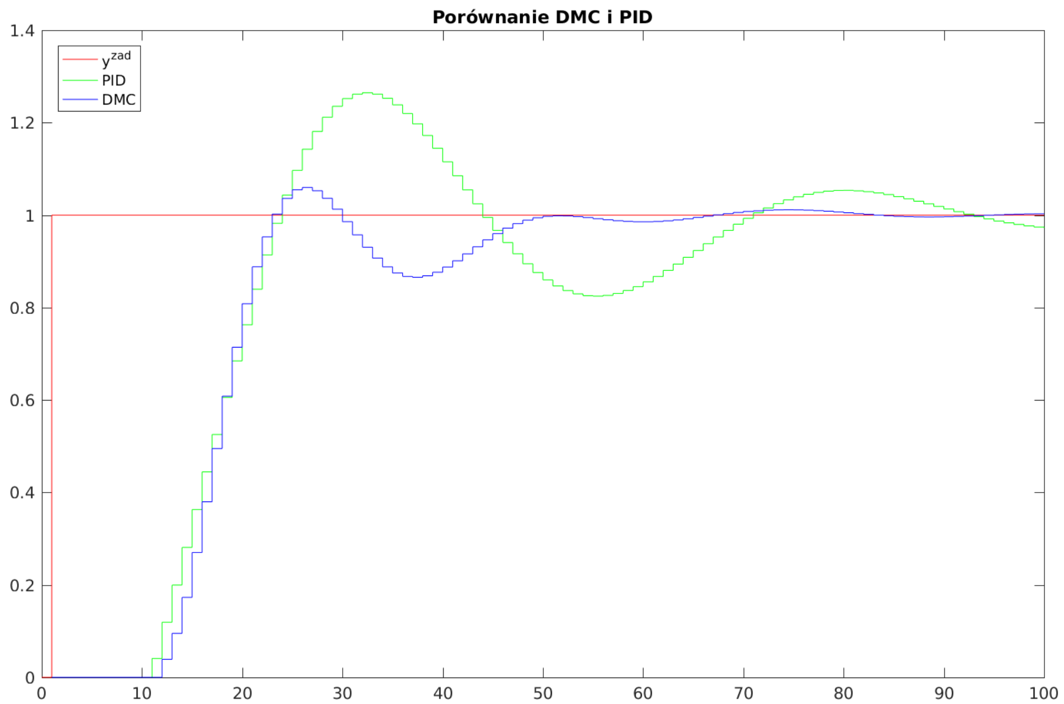
Programy wykorzystane do obliczeń fdmc.m, ddmc.m, oraz do generowania wykresów: DMCwykresy.m



Rysunek 9: Działanie dostrojonego regulatora DMC

7 Obszary stabilności

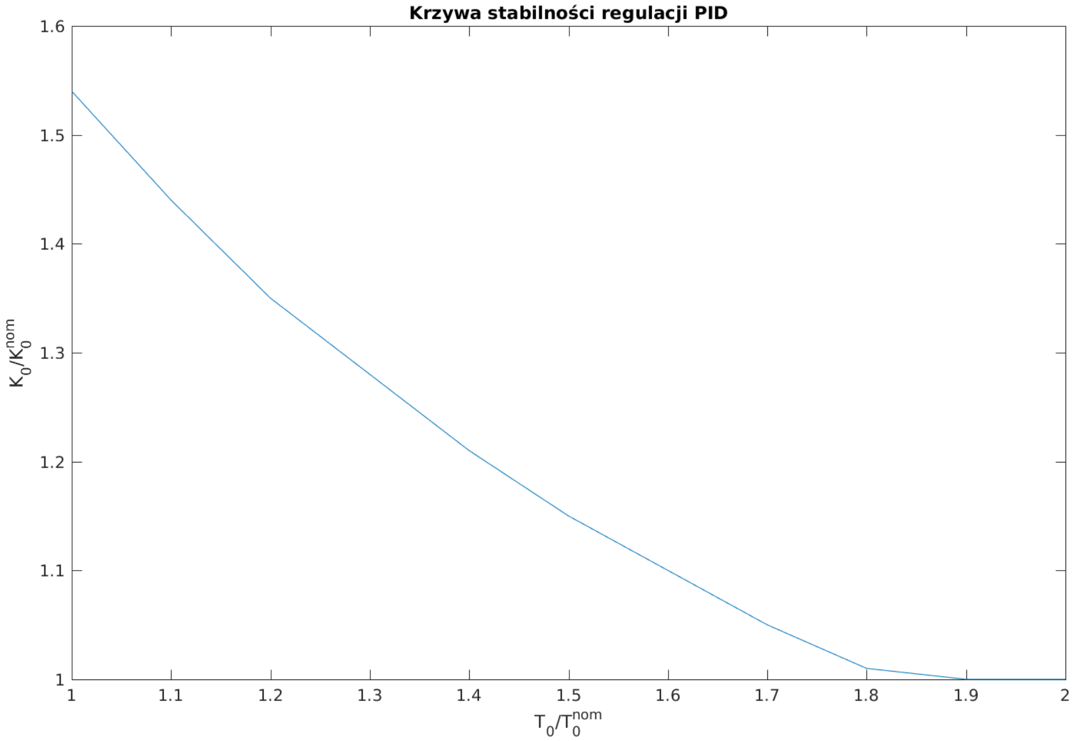
7.1 Porównanie algorytmów PID i DMC



Rysunek 10: Porównanie PID i DMC

Porównując odpowiedzi skokowe obu algorytmów sterowania zauważamy znacznie szybsze osiągnięcie wartości zadanej przez regulator DMC. Biorąc pod uwagę przeregulowanie jak i wartość sygnału sterującego, można z pewnością stwierdzić, że algorytm DMC jest bardziej optymalny dla tego obiektu.

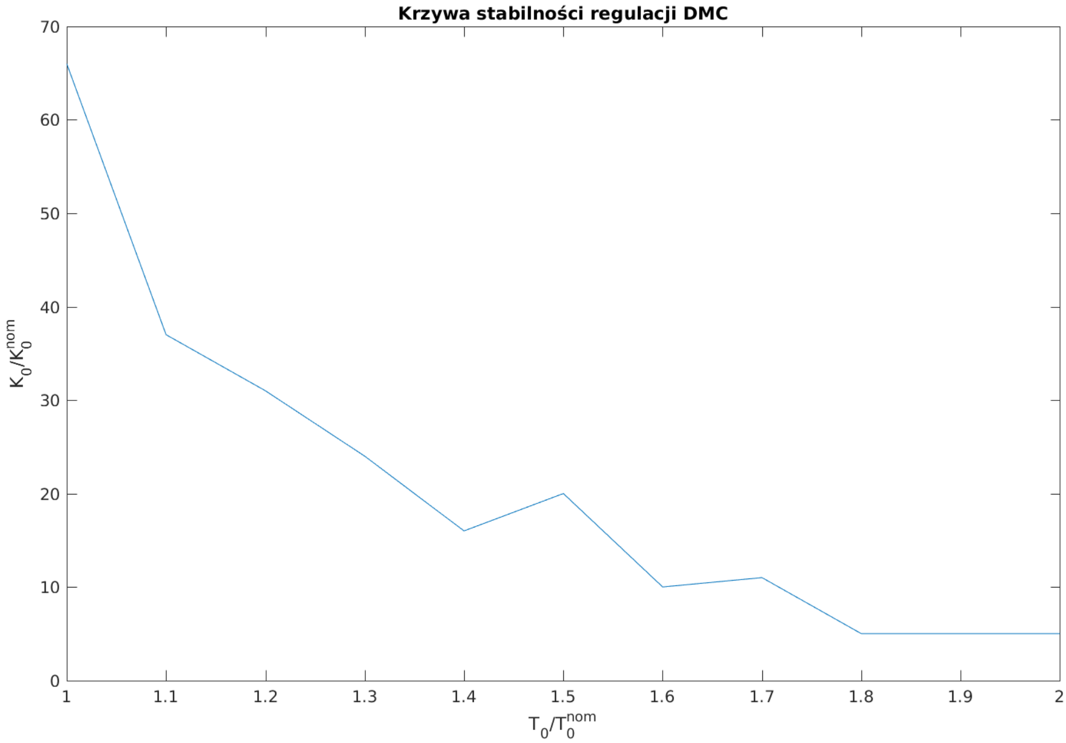
7.2 Stabilność cyfrowego redulatora PID



Rysunek 11: Obszary stabilności algorytmu PID dla różnych wartości wzmocnienia K i opóźnienia T

Wraz ze wzrostem opóźnienia, maleje maksymalne wzmocnienie dla którego układ nie wpada w oscylacje, możliwość zmian parametrów w stosunki do początkowej jest niewielka. Algorytm PID szybko ulega rozregulowaniu nawet dla niewielkich zmian parametrów.

7.3 Stabilność regulacji DMC



Rysunek 12: Obszary stabilności algorytmu DMC dla różnych wartości wzmocnienia K i opóźnienia T

Algorytm DMC jest zdecydowanie bardziej odporny na zmiany parametrów, przy małych zmianach opóźnienia możemy zwiększać wzmocnienie o rzędy wielkości, zachowując szybkość regulacji. Świadczy to o wysokiej stabilności regulacji DMC i sprawia że znajduje on szerokie zastosowanie w sytuacjach, gdzie mamy do czynienia z dynamicznymi zmianami parametrów obiektu. W porównaniu do algorytmu PID, wypada zdecydowanie lepiej.