

# Sterowanie Procesami - projekt I, zadanie 1.33

Kamil Foryszewski

22 kwietnia 2017

## Spis treści

|          |   |          |
|----------|---|----------|
| <b>1</b> | <b>Polecenie 1</b>  | <b>1</b> |
| 1.1      | Ciągły obiekt dynamiczny . . . . .                                | 1        |
| 1.2      | Transmitancja dyskretna . . . . .                                 | 1        |
| 1.3      | Zera i bieguny transmitancji . . . . .                            | 2        |
| 1.4      | Stabilność . . . . .  | 2        |
| <b>2</b> | <b>Reprezentacja modelu dyskretnego w przestrzeni stanów</b>      | <b>2</b> |
| 2.1      | Wyznaczanie parametrów modelu . . . . .                           | 2        |
| 2.2      | Reprezentacja graficzna modelu . . . . .                          | 3        |
| <b>3</b> | <b>Regulator ze sprzężaniem od stanu</b>                          | <b>4</b> |
| 3.1      | Trzy takie same bieguny rzeczywiste . . . . .                     | 4        |
| 3.2      | Maksymalny przyrost sterowania w zależności od biegunów . . . . . | 4        |
| 3.3      | Biegun dominujący . . . . .                                       | 5        |
| 3.4      | Struktura układu regulacji . . . . .                              | 6        |
| <b>4</b> | <b>Obserwator zredukowanego rzędu</b>                             | <b>7</b> |
| 4.1      | Ogólna struktura obserwatora zredukowanego rzędu . . . . .        | 7        |
| 4.2      | Wyznaczanie parametrów . . . . .                                  | 7        |
| 4.3      | Reprezentacja graficzna obiektu z obserwatorem . . . . .          | 8        |
| 4.4      | Obserwator wolny . . . . .  | 8        |
| 4.5      | Obserwator szybki . . . . .                                       | 9        |

## 1 Polecenie 1

### 1.1 Ciągły obiekt dynamiczny

Dany jest ciągły obiekt dynamiczny o transmitancji:

$$G(s) = \frac{2s^2 + 22s + 48}{s^3 + 8s^2 - 65s - 504} = \frac{2(s+8)(s+3)}{(s+7)(s-8)(s+9)}$$

### 1.2 Transmitancja dyskretna

Wyznaczona transmitancja dyskretna ma następującą postać:

$$G(z) = \frac{0.2539z^2 - 0.3048s + 0.0858}{z^3 - 3.1287z^2 - 2.2119z - 0.4493}$$

Została wyznaczona przy pomocy polecenia `c2d` pakietu matlab.

$$Gs = tf([2 \quad 22 \quad 48], [1 \quad 8 \quad -65 \quad -504])$$

Na początku został utworzony model transmitancji ciągłej wykorzystany później do wyznaczenia transmitancji dyskretnej.

$$Gz = c2d(Gs, 0.1, 'zoh')$$

Gdzie 0.1 to okres próbkowania, 'zoh' oznacza ekstrapolator zerowego rzędu.

### 1.3 Zera i bieguny transmitancji

Dla transmitancji ciągłej zera i bieguny odczytujemy bezpośrednio ze wzoru:  
Zera:

$$s_0^1 = -8$$

$$s_0^2 = 3$$

Bieguny:

$$s_b^1 = -7$$

$$s_b^2 = 8$$

$$s_b^3 = -9$$

Dla transmitancji dyskretnej zera i bieguny zostały wyznaczone funkcją *roots* pakietu matlab:  
Zera:

$$z_0^1 = 0.7502$$

$$z_0^2 = 0.4502$$

Bieguny:

$$z_b^1 = 2.2255$$

$$z_b^2 = 0.4966$$

$$z_b^3 = 0.4066$$

### 1.4 Stabilność

Na podstawie wartości biegunów transmitancji ciągłej, możemy stwierdzić że układ jest niestabilny. Wynika to z dodatniej wartości jednego z biegunów, co nie jest zgodne z warunkiem stabilności asymptotycznej. Podobnie dla transmitancji dyskretnej, odległość od początku układu współrzędnych na płaszczyźnie zespolonej powinna być mniejsza niż 1. Warunku tego nie spełnia jeden z biegunów.

## 2 Reprezentacja modelu dyskretnego w przestrzeni stanów

### 2.1 Wyznaczanie parametrów modelu

Do określenia modelu w przestrzeni stanu na podstawie transmitancji wykorzystano funkcję *tf2ss*:

$$A = \begin{bmatrix} 3.1287 & -2.2119 & 0.4493 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0.2539 & -0.3048 & 0.0858 \end{bmatrix} \quad D = 0$$

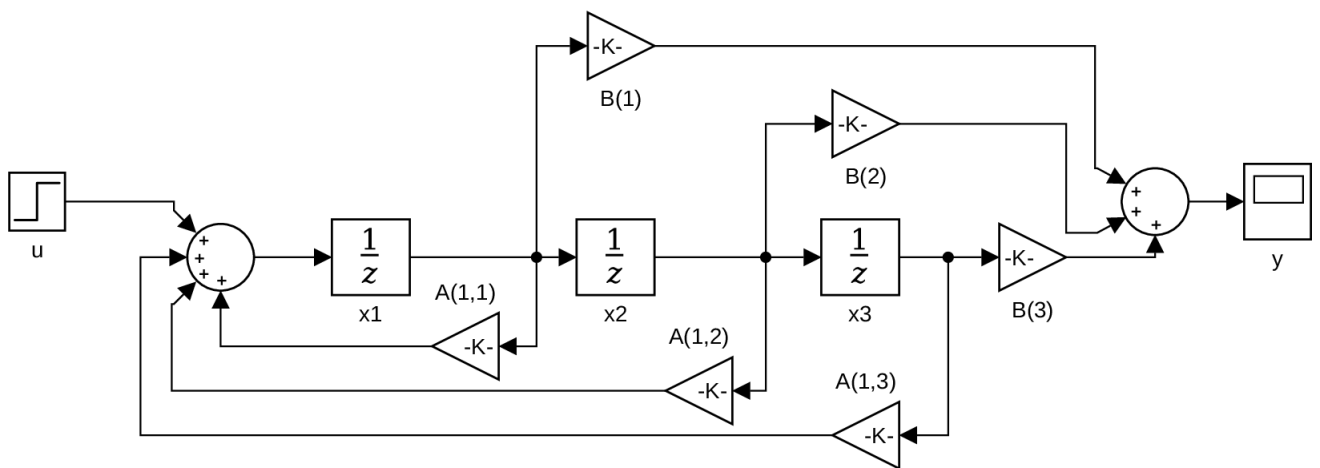
Stosując drugą metodę bezpośrednią:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 3.1287 & 1 & 0 \\ -2.2119 & 0 & 1 \\ 0.4493 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0.2539 \\ -0.3048 \\ 0.0858 \end{bmatrix} \quad C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad D_1 = 0$$

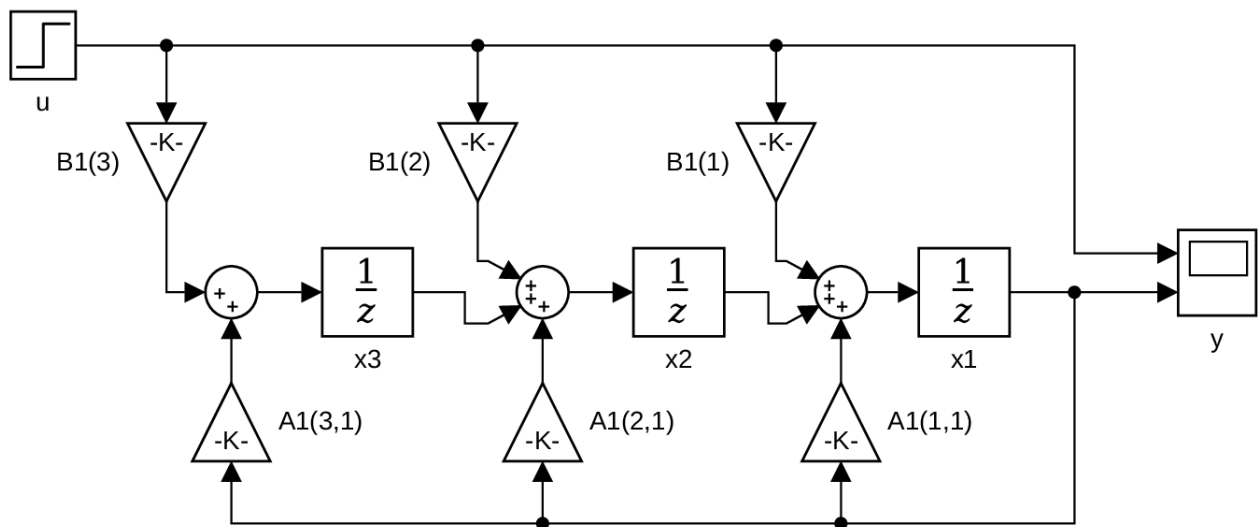
Równania stanu dla metody II mają postać:

$$\begin{aligned} x_1(k+1) &= 3.1287x_1(k) + x_2(k) + 0.2539u(k) \\ x_2(k+1) &= -2.2119x_1(k) + x_3(k) - 0.3048u(k) \\ x_3(k+1) &= 3.1287x_1(k) + 0.0858u(k) \\ y(k) &= x_1(k) \end{aligned}$$

## 2.2 Reprezentacja graficzna modelu



Rysunek 1: Reprezentacja graficzna modelu wariant I metody bezpośredniej



Rysunek 2: Reprezentacja graficzna modelu wariant II metody bezpośredniej

### 3 Regulator ze sprzężaniem od stanu

Zadaniem regulatora ze sprzężeniem od stanu jest sprowadzenie procesu od stanu początkowego do stanu zerowego. Należy więc wyznaczyć wektor  $K$  który zgodnie z prawem regulacji:  $u(k) = -Kx(k)$  zapewni dobrą jakość regulacji.

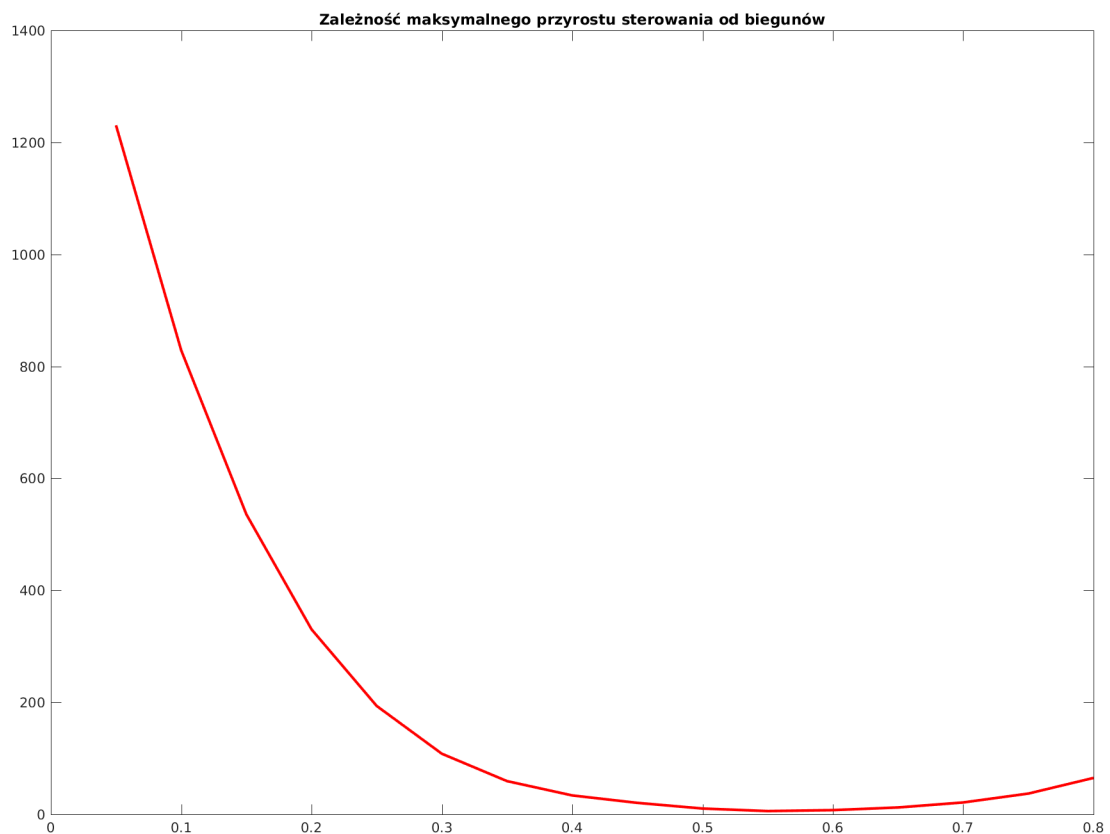
#### 3.1 Trzy takie same bieguny rzeczywiste

W celu ustalenia najlepszego punktu ulokowania wykonam symulacje w zakresie od 0.05 do 0.8 co 0.05.

Wektor  $K$  wyznaczmy za pomocą polecenia `acker` pakietu `matlab`

$$K = \text{acker}(A_1, B_1, p)$$

#### 3.2 Maksymalny przyrost sterowania w zależności od biegunów

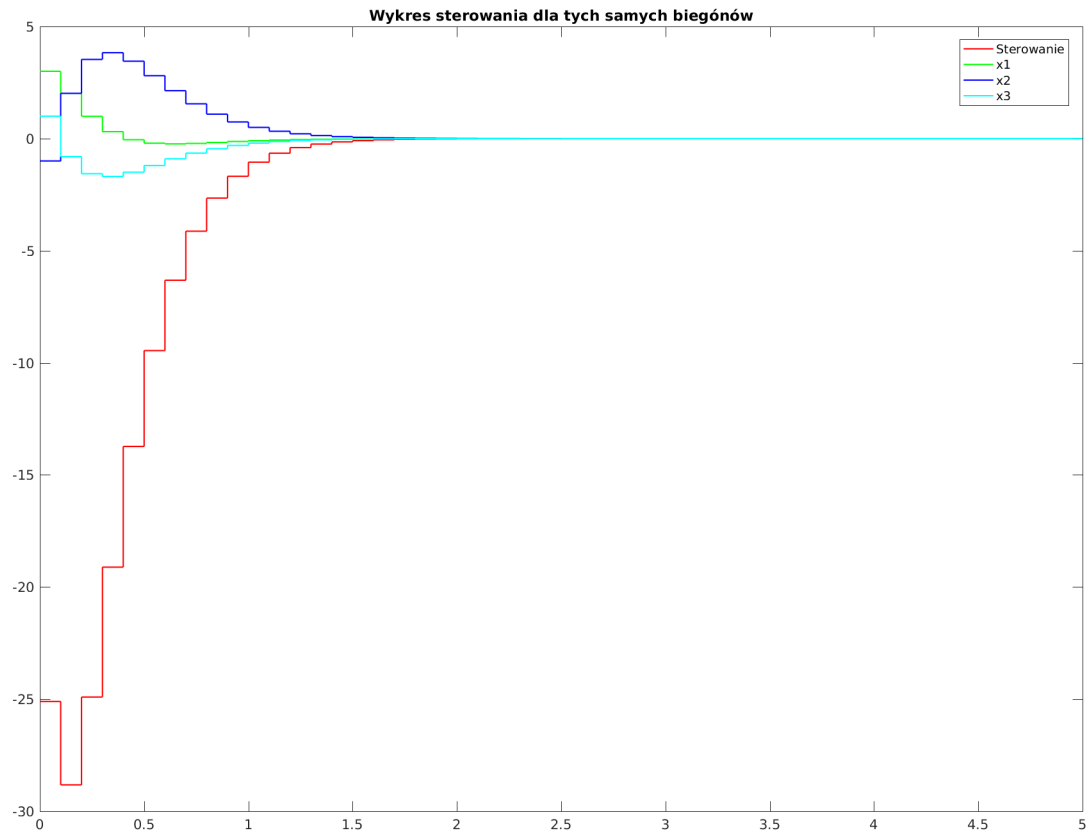


Rysunek 3: Wykres zależności maksymalnego przyrostu sterowania od wartości biegunów

Stosując jako wskaźnik jakości minimalny przyrost sterowania możemy odczytać z wykresu lokalizację biegunów, wtedy :

$$p = [0.55 \quad 0.55 \quad 0.55]$$

Co Potwierdza poniższy wykres symulacji. Regulator w którym czasie i bez sokoków sterowania sprowadza układ do stanu końcowego.



Rysunek 4: Wykres symulacji obiektu dla najlepszego wyboru takich samych biegónów

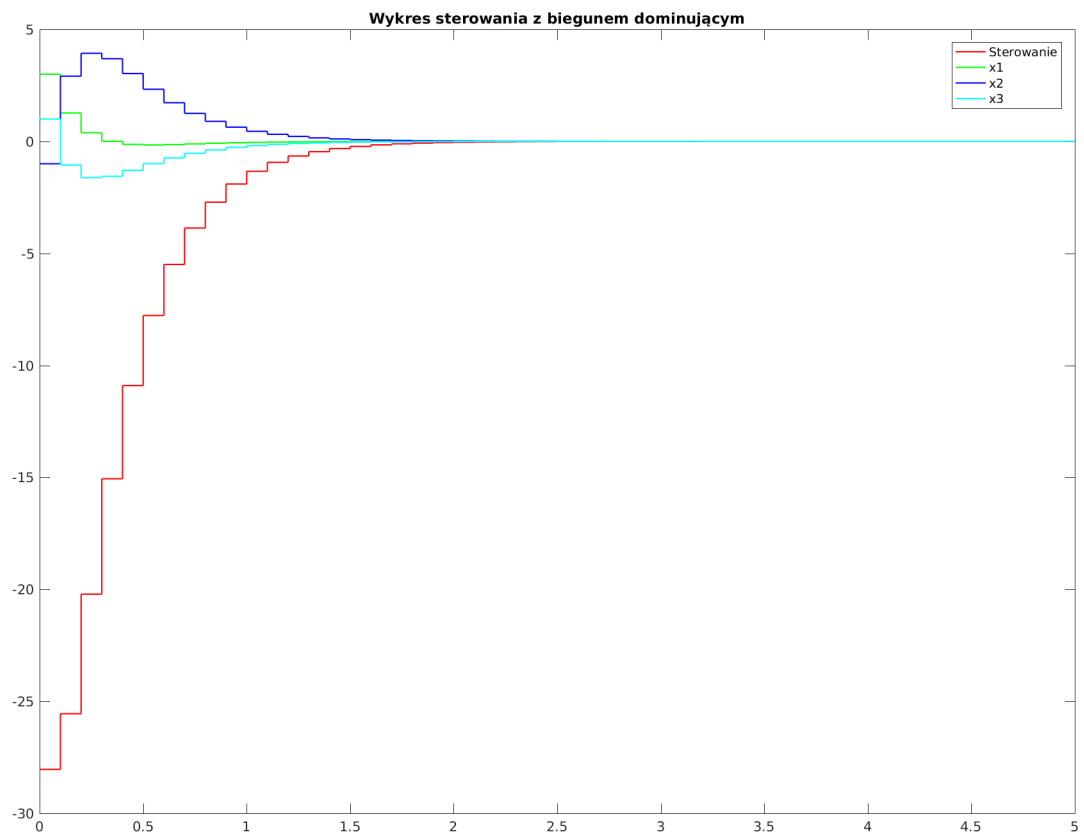
Wektor  $K$  wynosi dla takiego umiejscowienia:

$$K = \begin{bmatrix} 17,344 & 10,505 & 10,225 \end{bmatrix}$$

### 3.3 Biegun dominujący

Kolejnym etapem jest takie dobranie biegónów, aby jeden z nich był dominujący, a pozostałe miały jak najmniejsze znaczenie na układ regulacji. Nadal wybieramy spośród prawej połowy koła jednostkowego. Szybkość regulacji zależy od odległości od środka układu. W przypadku biegunu dominującego należy ulokować dwa bieguny blisko środka układu oraz jeden dominujący znacznie dalej. Zostało przeprowadzonych kilka symulacji spełniających powyższe założenia. Oto najlepsza z nich:

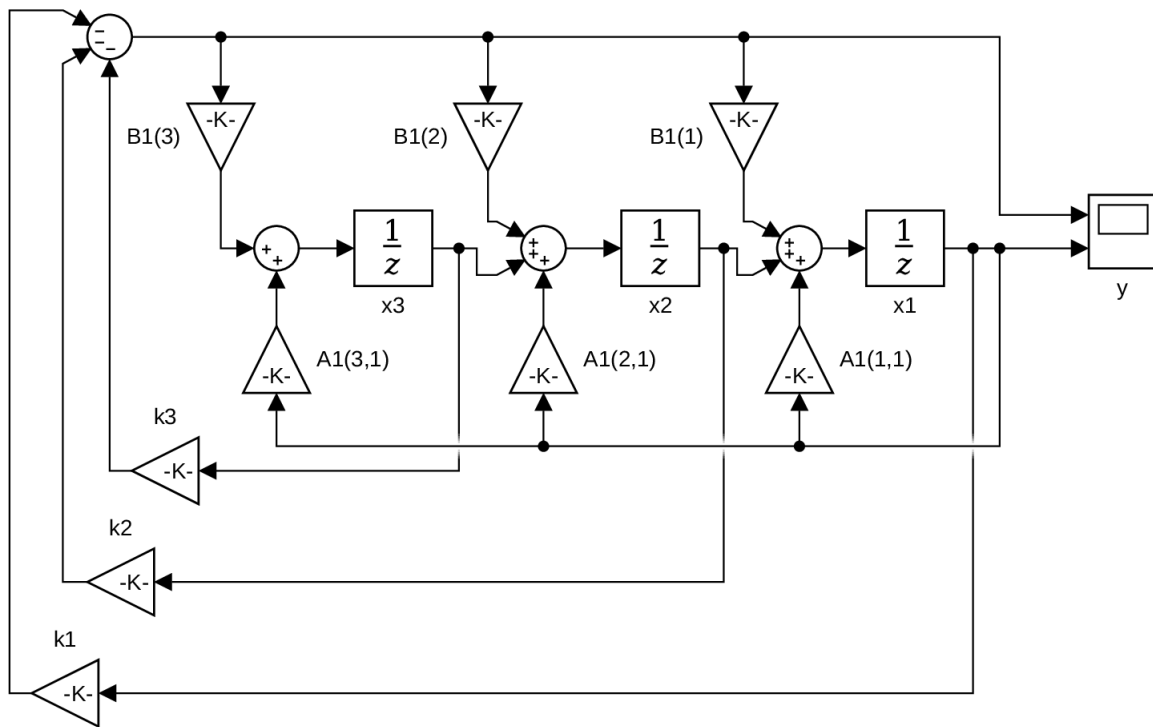
$$p = [0.4 \quad 0.4 \quad 0.7]$$



Rysunek 5: Wykres symulacji obiektu dla najlepszego wyboru biegunu dominującego

### 3.4 Struktura układu regulacji

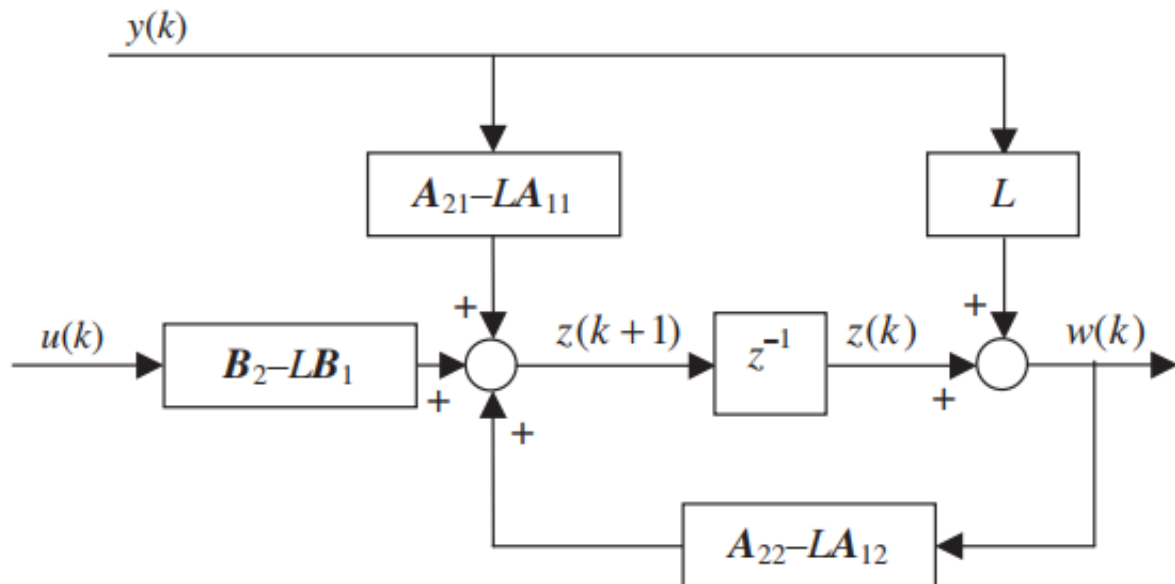
Symulacje zostały przeprowadzone na obiekcie ze sprzężeniem od stanu którego reprezentacja graficzna przedstawiona jest poniżej.



Rysunek 6: Struktura obiektu z regulatorem

## 4 Obserwator zredukowanego rzędu

### 4.1 Ogólna struktura obserwatora zredukowanego rzędu



Rysunek 7: Ogólna struktura obserwatora zredukowanego rzędu

### 4.2 Wyznaczanie parametrów

Wektor  $L$  oblicza się porównując współczynniki przy odpowiednich potęgach zmiennej  $z$  wielomianu charakterystycznego. Wektor  $L$  można wyznaczyć korzystając z polecenia pakietu matlab. Szukaną

wielkość  $L$  znajduje się następująco:

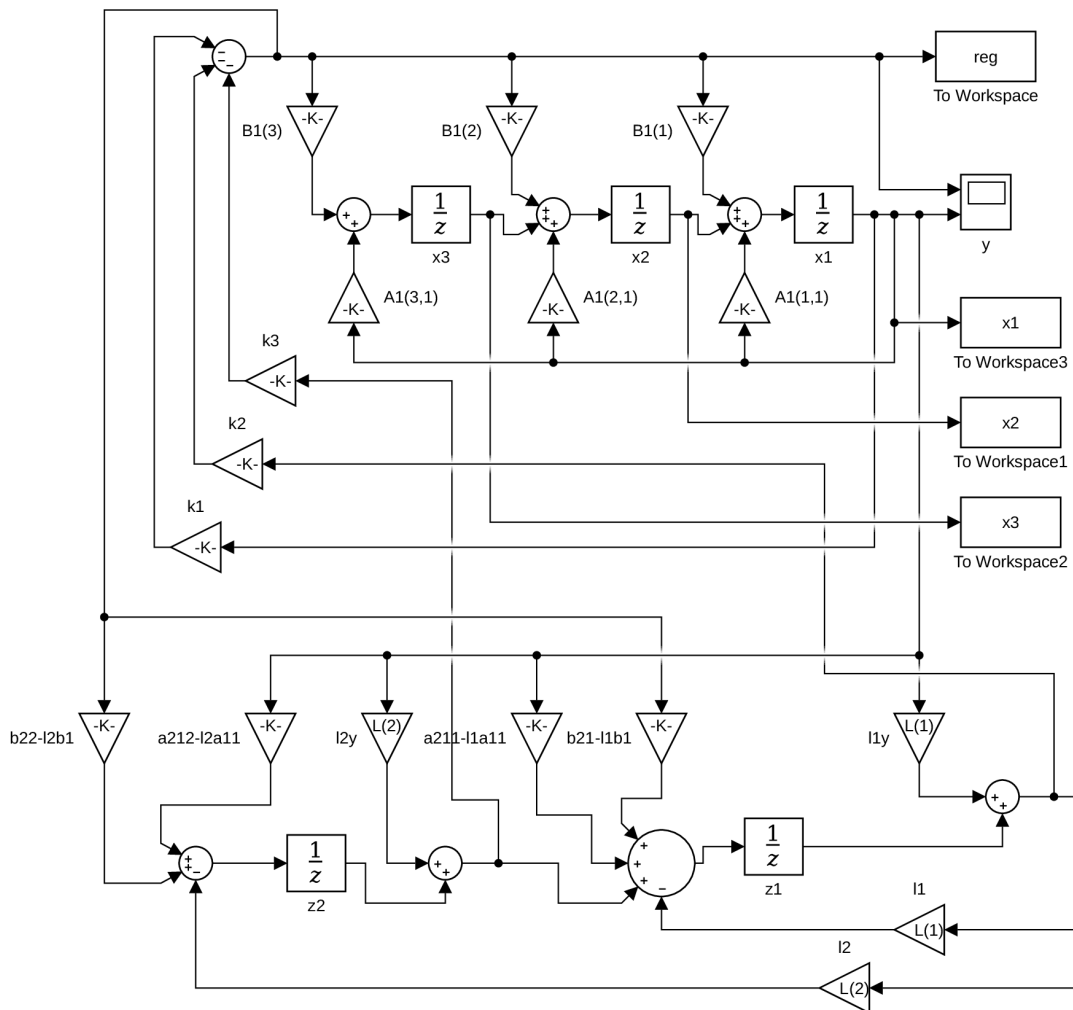
$$L = acker(A'_{22}, A'_{12}, [z_{o2} \ z_{o3}])$$

Równanie Obserwatora zredukowanego rzędu ma następującą postać:

$$z(k+1) = (A_{22} - LA_{12}(z(k) + Ly(k)) + (A_{21} - LA_{11})y(k) + (B_2 - LB_1)u(k)$$

### 4.3 Reprezentacja graficzna obiektu z obserwatorem

Na podstawie równania obserwatora został zrealizowany model w Symulinku zawierający obiekt, regulator i obserwator zredukowanego rzędu. Schemat układu znajduje się poniżej:



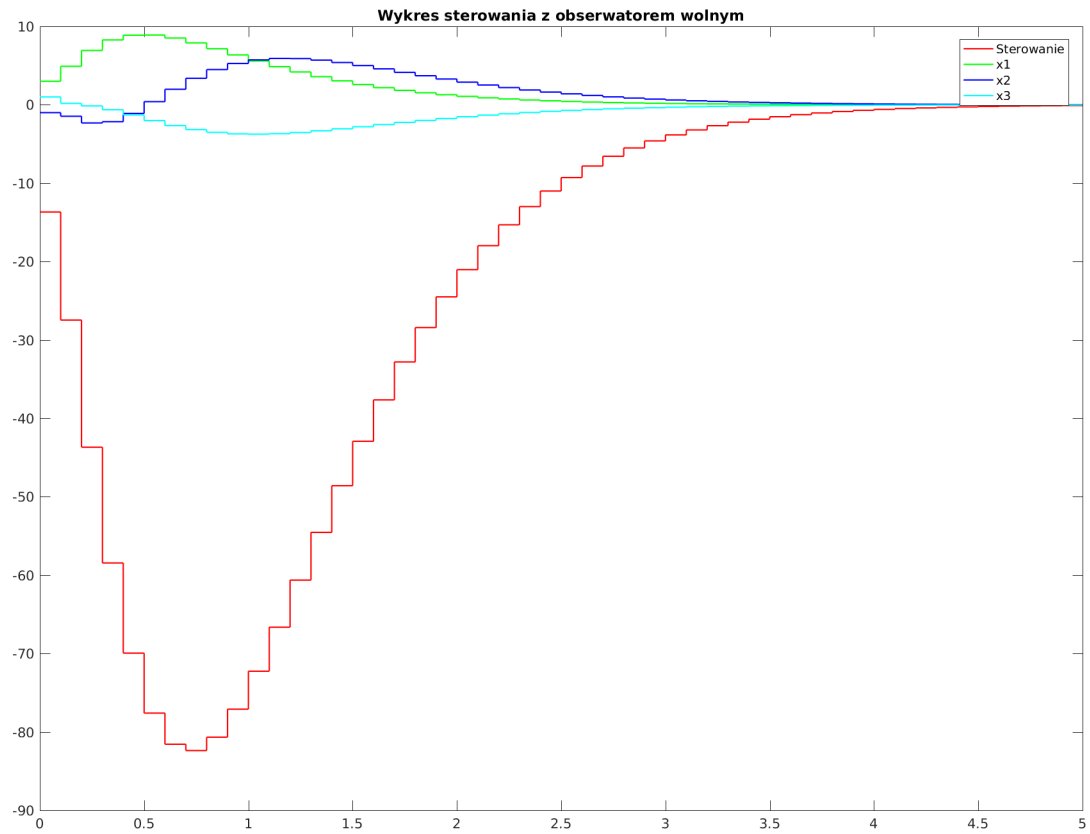
Rysunek 8: Struktura obiektu z regulatorem i obserwatorem zredukowanego rzędu

### 4.4 Obserwator wolny

W pierwszym podpunkcie bieguny obserwatora zostały ulokowane tak, aby regulacja następowała wolno. Najlepszy rezultat z symulowanych wystąpił dla wektora:

$$p = [0.8 \ 0.8]$$



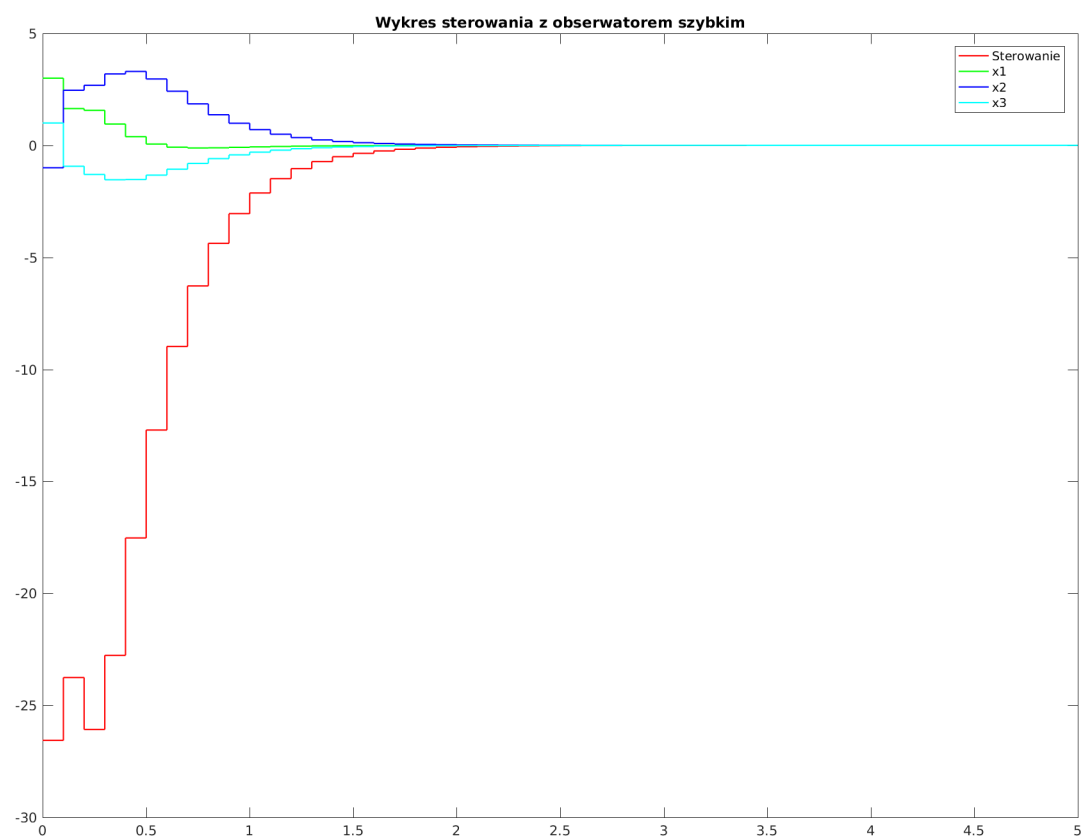


Rysunek 9: Symulacja modelu z obserwatorem wolnym

#### 4.5 Obserwator szybki

W kolejnym podpunkcie należało tak ulokować bieguny obserwatora, aby regulacja następowała szybko. Dodatkowym wskaźnikiem jakości podczas obserwacji była umiarkowana wartość sygnału sterującego. Najlepszy rezultat z symulowanych wystąpił dla wektora:

$$p = [0.3 \quad 0.3]$$



Rysunek 10: Symulacja modelu z obserwatorem szybkim