

# ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

22. Oblicz pochodne cząstkowe  $z'_u$  i  $z'_v$  funkcji złożonej  $z = x^2y - xy^2$ , gdzie  $x = u + v$ ,  $y = u - v$ .

““latex Dane wejściowe:

$$z = x^2y - xy^2, \quad x = u + v, \quad y = u - v$$

Obliczamy pochodne cząstkowe  $z_u$  i  $z_v$ .

## Pochodna cząstkowa

$z_u$  :

Zaczynamy od ogólnej formuły pochodnej złożonej:

$$z_u = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial u}$$

Obliczamy poszczególne pochodne:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}(x^2y - xy^2) = 2xy - y^2$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}(x^2y - xy^2) = x^2 - 2xy$$

$$\frac{\partial x}{\partial u} = \frac{\partial}{\partial u}(u + v) = 1$$

$$\frac{\partial y}{\partial u} = \frac{\partial}{\partial u}(u - v) = 1$$

Podstawiamy do wzoru:

$$z_u = (2xy - y^2) \cdot 1 + (x^2 - 2xy) \cdot 1$$

$$z_u = 2xy - y^2 + x^2 - 2xy$$

$$z_u = x^2 - y^2$$

## Pochodna cząstkowa

$z_v$  :

Pochodna cząstkowa  $z_v$  jest zdefiniowana jako:

$$z_v = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial v} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial v}$$

Obliczamy poszczególne pochodne:

$$\frac{\partial x}{\partial v} = \frac{\partial}{\partial v}(u + v) = 1$$

$$\frac{\partial y}{\partial v} = \frac{\partial}{\partial v}(u - v) = -1$$

Podstawiamy do wzoru:

$$z_v = (2xy - y^2) \cdot 1 + (x^2 - 2xy) \cdot (-1)$$

$$z_v = 2xy - y^2 - x^2 + 2xy$$

$$z_v = 4xy - y^2 - x^2$$

Ostateczne wyniki:

$$z_u = x^2 - y^2, \quad z_v = 4xy - y^2 - x^2$$