

# ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

7. Oblicz pochodną wzdłuż wektora  $h = (3, -1)$  funkcji  $f(x, y) = x^4 + y^4 + 2xy + 1$  w punkcie  $x_0 = (1, 2)$ .

Dane wejściowe:

Funkcja:  $f(x, y) = x^4 + y^4 + 2xy + 1$ ,

Punkt:  $x_0 = (1, 2)$ ,

Wektor kierunkowy:  $h = (3, -1)$ .

Ogólny wzór kierunkowy gradientu:

$$\frac{\partial f}{\partial \mathbf{h}} = \nabla f \cdot \mathbf{h}$$

Wyznaczanie gradientu:

$$\nabla f = \left( \frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right)$$

Pochodne czastkowe:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 4x^3 + 2y,$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 4y^3 + 2x.$$

Obliczenie gradientu w punkcie  $x_0 = (1, 2)$  :

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_0} = 4(1)^3 + 2(2) = 4 + 4 = 8,$$

$$\left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_{x_0} = 4(2)^3 + 2(1) = 32 + 2 = 34.$$

$$\nabla f(x_0) = (8, 34)$$

Obliczenie pochodnej kierunkowej:

$$\frac{\partial f}{\partial \mathbf{h}} = \nabla f(x_0) \cdot \mathbf{h} = (8, 34) \cdot (3, -1)$$

Przeliczenie:

$$\begin{aligned} \nabla f(x_0) \cdot \mathbf{h} &= 8 \times 3 + 34 \times (-1) \\ &= 24 - 34 \\ &= -10 \end{aligned}$$

Pochodna kierunkowa wynosi $-10$
----------------------------------