ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

16. Wyznacz wartość największą i najmniejszą osiąganą przez funkcję:
a) $f(x, y) = x^2y(4-x-y)$ na trójkącie o wierzchołkach $A(0, 0)$, $B(6, 0)$, $C(0, 6)$ b) $f(x, y, z) = x^2+2y^2+3z^2$ na kuli $x^2 + y^2 + z^2 \leqslant 100$.

"'latex article amsmath

Zadanie 16 - Maksymalizacja i minimalizacja funkcji

a) Funkcja $f(x, y) = x^2y(4-x-y)$ na trójkacie z wierzchołkami $A(0, 0)$, $B(6, 0)$, $C(0, 6)$

Dane wejściowe:

$$f(x, y) = x^2y(4 - x - y)$$

Wyznaczanie ekstremów wewnatrz trójkata:

1. Warunki brzegowe (granice trójkata):

$$\begin{aligned}
&\text{Brzeg 1: } y = 0 \quad \Rightarrow \quad f(x, 0) = 0,\\
&\text{Brzeg 2: } x = 0 \quad \Rightarrow \quad f(0, y) = 0,\\
&\text{Brzeg 3: } y = 6 - x \quad \Rightarrow \quad f(x, 6 - x) = x^2(6 - x)(4 - x - (6 - x)) = x^2(6 - x)(-2).
\end{aligned}$$

2. Wyznaczenie ekstremów w warunkach wewnetrznych:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f}{\partial x} &= 2xy(4 - x - y) - x^2y = y(8x - 3x^2 - 2xy),\\
\frac{\partial f}{\partial y} &= x^2(4 - x - y).
\end{aligned}$$

Rozwiazanie układu równań:

$$\begin{aligned}
y(8x - 3x^2 - 2xy) &= 0,\\
x^2(4 - x - y) &= 0.
\end{aligned}$$

3. Rozwiazania z brzegów i wnetrza:

- Wewnetrzne: $x = y = 0$
- Brzeg $y = 6 - x$: $f(x, 6 - x) = -2x^2(6 - x)$

4. Maksimum i minimum z analiza brzegów:

- $f(0, 0) = 0$, $f(6, 0) = 0$, $f(0, 6) = 0$.
- Wartości na $y = 6 - x$:

$$-2x^2(6 - x) = -2(x^2)(6 - x)$$

Maksimum i minimum znaleźć poprzez derivacje.
5. Poszukiwanie ekstremów na krawedzi $f(x) = 0$ dla każdego punktu brzegowego.

Wyniki końcowe:

$$\begin{aligned}
\text{Maksimum:} &\quad \text{– Obliczone jako 0,}\\
\text{Minimum:} &\quad \text{– Obliczone jako 0.}
\end{aligned}$$