

ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

6. Oblicz sumę szeregu liczbowego $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}n}{3^n}$.

Dane wejściowe:

$$a_n = \frac{(-1)^{n+1}n}{3^n}$$

Szukana suma szeregu: $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$

Ogólny wzór:

$$a_n = \frac{(-1)^{n+1}n}{3^n} = \frac{(-1)^{n+1}}{3}$$

Przekształcenie wzoru (jeśli potrzebne):

Szereg otrzymujemy: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3}$

Jest to szereg geometryczny o postaci: $\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1}$ z $|r| < 1$

Dla naszego szeregu: $a = \frac{1}{3}, \quad r = -1$

Jednak warunek $|r| < 1$ nie jest spełniony, więc szereg jest naprzemienny, a jego suma jest badana za pomocą szeregu

Zastosowanie kryterium Leibniza dla zbieżności szeregu naprzemiennego:

$$b_n = \left| \frac{1}{3} \right| = \frac{1}{3}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

Kryterium Leibniza: $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$ (niespełnione)

Wnioskujemy, że szereg jest rozbieżny.

Ostateczny wynik: **szereg jest rozbieżny.**