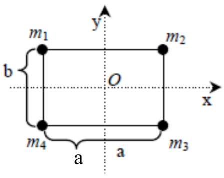
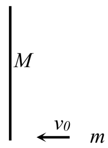
ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

10. Łyżwiarka kręcąc piruet z opuszczonymi rękami obraca się z prędkością kątową ω_0. Przy podniesieniu rąk do poziomu, jej moment bezwładności wzrasta do 3/2 momentu początkowego I_0. Jak i ile razy zmieni się jej energia kinetyczna?



Rys. 1



Rys. 2

"'latex article amsmath

Dane wejściowe:

$$\begin{aligned} \omega_0 &: \text{poczatkowa predkość katowa} \\ I_0 &: \text{poczatkowy moment bezwładności} \\ I = \frac{3}{2}I_0 &: \text{moment bezwładności po podniesieniu rak} \end{aligned}$$

Rozwiazanie:

Energia kinetyczna rotacji (E_k) jest określona wzorem:

$$E_k = \frac{1}{2}I\omega^2 \tag{1}$$

Korzystajac z zasady zachowania momentu pedu:

$$\begin{aligned} L_0 &= I_0\omega_0 = I\omega \\ \omega &= \frac{I_0}{I}\omega_0 \end{aligned}$$

Podstawiajac $I = \frac{3}{2}I_0$ do równania na nowa predkość katowa ω, otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{I_0}{\frac{3}{2}I_0}\omega_0 \\ &= \frac{2}{3}\omega_0 \end{aligned}$$

Obliczmy teraz nowa energie kinetyczna E_k':

$$\begin{aligned} E_k' &= \frac{1}{2}I\omega^2 \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}I_0\right)\left(\frac{2}{3}\omega_0\right)^2 \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}I_0\right)\left(\frac{4}{9}\omega_0^2\right) \\ &= \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{9}I_0\omega_0^2 \\ &= \frac{1}{3}\cdot I_0\omega_0^2 \end{aligned}$$

Porównajmy nowa energie kinetyczna z poczatkowa energia kinetyczna E_k:

$$E_k = \frac{1}{2}I_0\omega_0^2$$

Stad stosunek:

$$\begin{aligned}
\frac{E_k'}{E_k} &= \frac{\frac{1}{3}I_0\omega_0^2}{\frac{1}{2}I_0\omega_0^2} \\
&= \frac{1/3}{1/2} \\
&= \frac{2}{3}
\end{aligned}$$

Ostateczny wynik:

$$\boxed{\frac{2}{3}} \tag{2}$$

Energia kinetyczna łyżwiarki zmniejszyła sie do $\frac{2}{3}$ poczatkowej wartości.