

# ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

2. W kartezjańskim układzie współrzędnych dane są dwa wektory  $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$  oraz  $\mathbf{b} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ , gdzie  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{k}$  są wersorami osi tego układu. Znaleźć:
- długość każdego wektora,
  - iloczyn skalarny  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ ,
  - kąt zawarty między nimi,
  - sumę i różnicę wektorów:  $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ ,  $\mathbf{a} - \mathbf{b}$ ,

““latex Dane wejściowe:

$$\mathbf{a} = 3\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$$

$$\mathbf{b} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} + 3\mathbf{k}$$

a) Długość każdego wektora:

Długość wektora  $\mathbf{a}$  wyrażona jest wzorem:

$$\|\mathbf{a}\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

Podstawiamy dane:

$$\|\mathbf{a}\| = \sqrt{3^2 + 3^2 + (-3)^2} = \sqrt{9 + 9 + 9} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

Wektora  $\mathbf{b}$ :

$$\|\mathbf{b}\| = \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}$$

Podstawiamy dane:

$$\|\mathbf{b}\| = \sqrt{2^2 + 1^2 + 3^2} = \sqrt{4 + 1 + 9} = \sqrt{14}$$

b) Iloczyn skalarny  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ :

Wzór na iloczyn skalarny:

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

Podstawiamy dane:

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 3 \cdot 2 + 3 \cdot 1 + (-3) \cdot 3 = 6 + 3 - 9 = 0$$

c) Kąt między wektorami:

Wzór na kąt:

$$\cos \theta = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{\|\mathbf{a}\| \|\mathbf{b}\|}$$

Podstawiamy dane:

$$\cos \theta = \frac{0}{3\sqrt{3} \cdot \sqrt{14}} = 0$$

Kąt  $\theta$ :

$$\theta = \arccos(0) = \frac{\pi}{2} \text{ radianów}$$

d) Suma i różnica wektorów:

Suma:

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = (a_x + b_x)\mathbf{i} + (a_y + b_y)\mathbf{j} + (a_z + b_z)\mathbf{k}$$

Podstawiamy dane:

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = (3 + 2)\mathbf{i} + (3 + 1)\mathbf{j} + (-3 + 3)\mathbf{k} = 5\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 0\mathbf{k}$$

Różnica:

$$\mathbf{a} - \mathbf{b} = (a_x - b_x)\mathbf{i} + (a_y - b_y)\mathbf{j} + (a_z - b_z)\mathbf{k}$$

Podstawiamy dane:

$$\mathbf{a} - \mathbf{b} = (3 - 2)\mathbf{i} + (3 - 1)\mathbf{j} + (-3 - 3)\mathbf{k} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 6\mathbf{k}$$

**Wyniki końcowe:**

Długość **a**:  $3\sqrt{3}$

Długość **b**:  $\sqrt{14}$

Iloczyn skalarny **a · b**: **0**

Kat:  $\frac{\pi}{2}$

Suma: **5i + 4j**

Różnica: **i + 2j - 6k** “