

ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

1. Dwa swobodne ładunki punktowe $+q$ i $+4q$ znajdują się w odległości L . Trzeci ładunek umieszczony jest tak, że cały układ znajduje się w stanie równowagi. Obliczyć położenie, wartość i znak trzeciego ładunku. Czy równowaga jest trwała?

““latex article amsmath

Dane wejściowe

- Dwa ładunki punktowe: $q_1 = +q$ oraz $q_2 = +4q$
- Odległość między ładunkami: L
- Trzeci ładunek q_3 umieszczony w odległości x od q_1 i $(L - x)$ od q_2

Równowaga sił

Aby układ znajdował się w równowadze, siła działająca na trzeci ładunek musi być równa zero:

$$F_{13} + F_{23} = 0 \quad (1)$$

Siła elektrostatyczna

Siła elektrostatyczna między dwoma ładunkami jest opisana wzorem Coulomba:

$$F = k \frac{|q_1 \cdot q_2|}{r^2} \quad (2)$$

Siły działające na trzeci ładunek

Siła pomiędzy q_1 a q_3 :

$$F_{13} = k \frac{|q \cdot q_3|}{x^2} \quad (3)$$

Siła pomiędzy q_2 a q_3 :

$$F_{23} = k \frac{|4q \cdot q_3|}{(L - x)^2} \quad (4)$$

Ustalenie wartości i znaku ładunku q_3

Z warunku równowagi:

$$k \frac{|q \cdot q_3|}{x^2} = k \frac{|4q \cdot q_3|}{(L - x)^2} \quad (5)$$

Uproszczając, obie strony dzielimy przez $k|q_3|$, zakładając $q_3 \neq 0$:

$$\frac{1}{x^2} = \frac{4}{(L - x)^2} \quad (6)$$

Przekształcanie wzoru:

$$(L - x)^2 = 4x^2 \quad (7)$$

Rozwijamy:

$$L^2 - 2Lx + x^2 = 4x^2 \quad (8)$$

Zbierzmy wszystko:

$$L^2 - 2Lx + x^2 - 4x^2 = 0 \quad (9)$$

$$L^2 - 2Lx - 3x^2 = 0 \quad (10)$$

Równanie kwadratowe w formie: $ax^2 + bx + c = 0$

$$3x^2 + 2Lx - L^2 = 0 \quad (11)$$

Rozwiązujemy za pomocą wzoru kwadratowego:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (12)$$

Podstawiamy $a = 3$, $b = 2L$, $c = -L^2$:

$$x = \frac{-2L \pm \sqrt{(2L)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-L^2)}}{2 \cdot 3} \quad (13)$$

$$x = \frac{-2L \pm \sqrt{4L^2 + 12L^2}}{6} \quad (14)$$

$$x = \frac{-2L \pm \sqrt{16L^2}}{6} \quad (15)$$

$$x = \frac{-2L \pm 4L}{6} \quad (16)$$

Dostajemy dwa rozwiązania:

$$x_1 = \frac{2L}{6} = \frac{L}{3} \quad (17)$$

$$x_2 = \frac{-6L}{6} = -L \quad (18)$$

Odległość nie może być ujemna, zatem $x = \frac{L}{3}$.

Znaczenie ładunku

Aby siły się równoważyły, q_3 musi być ujemny, ponieważ q_1 i q_2 są dodatnie.

Wynik końcowy

Położenie trzeciego ładunku:

$$x = \frac{L}{3} \quad (19)$$

Znak ładunku q_3 : ujemny.

Wartość ładunku q_3 nie jest wyznaczona, ale aby siły się równoważyły q_3 musi być ujemny.

Równowaga nie jest trwała, ponieważ nie jest możliwa przy realnych warunkach dla ładunków elektrostatycznych.