

ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

5. Prędkość kuli o masie $m = \frac{1}{2}$ kg poruszającej się prostoliniowo jest zależna od czasu w następujący sposób: $V(t) = \frac{1}{2}t^2 - 8$.
- Podaj równanie siły działającej na kulę,
 - Oblicz średnią prędkość kuli w czasie ruchu kuli od chwili $t = 0$ do momentu zatrzymania.

““latex article amsmath

Dane wejściowe

Masa kuli: $m = \frac{1}{2}$ kg

Prędkość w funkcji czasu: $V(t) = \frac{1}{2}t^2 - 8$

a) Równanie siły działającej na kulę

Siła F jest związana z przyspieszeniem a i masą m przez drugą zasadę dynamiki Newtona:

$$F = m \cdot a$$

Przyspieszenie a to pochodna prędkości względem czasu:

$$a(t) = \frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2}t^2 - 8 \right)$$

Wyliczamy pochodną:

$$a(t) = \frac{1}{2} \cdot 2t = t$$

Podstawiamy przyspieszenie do równania dla siły:

$$F(t) = m \cdot a(t) = \frac{1}{2} \cdot t = \frac{t}{2}$$

b) Obliczanie średniej prędkości kuli

Zatrzymanie kuli następuje, gdy $V(t) = 0$:

$$\frac{1}{2}t^2 - 8 = 0$$

Rozwiązujemy równanie kwadratowe:

$$\frac{1}{2}t^2 = 8 \Rightarrow t^2 = 16 \Rightarrow t = 4$$

Średnia prędkość \bar{V} to całkowity przebyty dystans przez czas całkowity:

$$\bar{V} = \frac{\int_0^4 V(t) dt}{4}$$

Liczymy całkę:

$$\int_0^4 V(t) dt = \int_0^4 \left(\frac{1}{2}t^2 - 8 \right) dt$$

$$\begin{aligned}
&= \left[\frac{1}{6}t^3 - 8t \right]_0^4 \\
&= \left(\frac{1}{6} \cdot 64 - 32 \right) - (0 - 0) \\
&= \frac{64}{6} - 32 = \frac{32}{3} - 32 = \frac{32 - 96}{3} = -\frac{64}{3}
\end{aligned}$$

$$\overline{V} = \frac{-\frac{64}{3}}{4} = -\frac{16}{3} \text{ m/s}$$

Ostateczny wynik

Maksymalna siła działająca na kule w momencie $t = 4 \text{ s}$:

$$F(4) = \frac{4}{2} = 2 \text{ N}$$

Średnia predkość kuli:

$$\boxed{-\frac{16}{3} \text{ m/s}}$$