

4. Potencjał elektryczny pewnego pola wynosi $V(x, y) = (7 \text{ V/m}^2)x^2 - (6 \text{ V/m}^3)y^3$. Jakie jest natężenie pola \mathbf{E} w punkcie $\mathbf{r} = (3 \text{ m}, 5 \text{ m})$? Wyznaczyć wartość, kierunek i zwrot \mathbf{E} .

““latex article amsmath

Rozwiązanie

Dane wejściowe

Potencjał elektryczny pola:

$$V(x, y) = (7 \text{ V/m}^2)x^2 - (6 \text{ V/m}^3)y^3$$

Punkt, w którym szukamy natężenia pola \mathbf{E} :

$$\mathbf{r} = (3 \text{ m}, 5 \text{ m})$$

Ogólny wzór

Natężenie pola elektrycznego \mathbf{E} jest dane jako gradient potencjału ze znakiem minus:

$$\mathbf{E} = -\nabla V$$

Gradient V w układzie kartezjańskim to:

$$\nabla V = \left(\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y} \right)$$

Przekształcenie wzoru

Aby znaleźć \mathbf{E} , obliczamy pochodne czastkowe:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \left((7 \text{ V/m}^2)x^2 - (6 \text{ V/m}^3)y^3 \right) = 14 \text{ V/m}^2 \cdot x \\ \frac{\partial V}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left((7 \text{ V/m}^2)x^2 - (6 \text{ V/m}^3)y^3 \right) = -18 \text{ V/m}^3 \cdot y^2 \end{aligned}$$

Podstawienie danych

Podstawiamy wartości $x = 3 \text{ m}$ i $y = 5 \text{ m}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial x} &= 14 \text{ V/m}^2 \cdot 3 \text{ m} = 42 \text{ V/m} \\ \frac{\partial V}{\partial y} &= -18 \text{ V/m}^3 \cdot (5 \text{ m})^2 = -450 \text{ V/m} \end{aligned}$$

Przeliczenie krok po kroku

Natężenie pola elektrycznego:

$$\mathbf{E} = -\nabla V = (-42 \text{ V/m}, 450 \text{ V/m})$$

Wynik końcowy

Zatem natężenie pola elektrycznego \mathbf{E} to:

$$\boxed{(-42 \text{ V/m}, 450 \text{ V/m})}$$