

ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

1. Punkt materialny porusza się po trajektorii $\mathbf{r} = (t^3 - 3t)\mathbf{i} + 2(t - t^2)\mathbf{j}$. Policzyc wektor prędkości i przyspieszenia. Dla jakiego czasu t_1 styczna do trajektorii będzie równoległa do osi Y ? Wskazówka: jaki znany wektor jest styczny do trajektorii ruchu?

““latex article amsmath

Dane wejściowe

Trajektoria ruchu punktu materialnego jest opisana przez wektor:

$$\mathbf{r}(t) = (t^3 - 3t)\mathbf{i} + 2(t - t^2)\mathbf{j}$$

Rozwiązanie

Krok 1: Obliczenie wektora prędkości

Wektor prędkości jest pochodna wektora położenia względem czasu:

$$\mathbf{v}(t) = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

Wykonując pochodną każdego ze składników:

$$\frac{d}{dt}(t^3 - 3t) = 3t^2 - 3$$

$$\frac{d}{dt}(2(t - t^2)) = 2(1 - 2t) = 2 - 4t$$

Zatem wektor prędkości to:

$$\mathbf{v}(t) = (3t^2 - 3)\mathbf{i} + (2 - 4t)\mathbf{j}$$

Krok 2: Obliczenie wektora przyspieszenia

Wektor przyspieszenia jest pochodna wektora prędkości względem czasu:

$$\mathbf{a}(t) = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

Wykonując pochodną każdego ze składników:

$$\frac{d}{dt}(3t^2 - 3) = 6t$$

$$\frac{d}{dt}(2 - 4t) = -4$$

Zatem wektor przyspieszenia to:

$$\mathbf{a}(t) = 6t\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$$

Krok 3: Znalezienie czasu t_1 , dla którego styczna do trajektorii jest równoległa do osi Y

Styczna do trajektorii będzie równoległa do osi Y , gdy składowa wektora prędkości w kierunku osi X będzie równa zero:

$$3t_1^2 - 3 = 0$$

Rozwiązując to równanie:

$$3(t_1^2 - 1) = 0$$

$$t_1^2 = 1$$

$$t_1 = \pm 1$$

Wynik końcowy

Czas t_1 , dla którego styczna do trajektorii jest równoległa do osi Y to:

$$t_1 = 1 \quad \text{lub} \quad t_1 = -1$$