

ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

7. Dana jest kula o promieniu R , wykonana z dielektryka i naładowana dodatnio z gęstością objętościową ładunku ρ . Korzystając z prawa Gaussa:
- Obliczyć jaka jest wewnątrz kuli zależność natężenia pola elektrycznego $E(r)$ od odległości od środka kuli,
 - Obliczyć zależność $E(r)$ na zewnątrz kuli,
 - Narysować wykres $E(r)$.
 - Co się zmieni, jeśli kula będzie z przewodnika?

““latex article amsmath amssymb

Dane wejściowe:

- Promień kuli: R
- Gęstość ładunku: ρ

Rozwiązanie

a) Zależność $E(r)$ wewnątrz kuli ($r < R$):

Zastosujemy prawo Gaussa:

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{Q_{\text{wew}}}{\varepsilon_0} \quad (1)$$

Gdzie Q_{wew} to ładunek wewnątrz powierzchni Gaussa, co wyrażamy jako:

$$Q_{\text{wew}} = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 \quad (2)$$

Prawo Gaussa daje zatem:

$$E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{\rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3}{\varepsilon_0} \quad (3)$$

Rozwiązujemy dla $E(r)$:

$$E(r) = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0} \quad (4)$$

b) Zależność $E(r)$ na zewnątrz kuli ($r \geq R$):

Całkowity ładunek kuli:

$$Q_{\text{całk}} = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \quad (5)$$

Prawo Gaussa poza kula:

$$E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q_{\text{całk}}}{\varepsilon_0} \quad (6)$$

Podstawiamy $Q_{\text{całk}}$:

$$E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{\rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3}{\varepsilon_0} \quad (7)$$

Rozwiązujemy dla $E(r)$:

$$E(r) = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2} \quad (8)$$

c) Wykres $E(r)$:

Należy narysować wykres na podstawie powyższych wzorów. Wewnątrz kuli $E(r)$ jest liniowe względem r , a na zewnątrz maleje jak $1/r^2$.

d) Kula przewodząca:

Dla kuli przewodzącej, wszelki ładunek znajduje się na powierzchni. Wewnątrz kuli, $E(r) = 0$. Na zewnątrz kuli, $E(r)$ jest taki sam jak dla dielektryka poza kula.

Wynik: **Dla** $r < R$: $E(r) = 0$

Dla $r \geq R$: $E(r) = \frac{Q_{\text{całk}}}{4\pi\epsilon_0 r^2}$