

ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

3. Równanie fali poprzecznej ma postać $y = 6\sin(0.05\pi x + 4\pi t)$, gdzie x i t wyrażone są odpowiednio w metrach i sekundach. Oblicz: a) amplitudę, b) długość fali, c) częstotliwość, d) prędkość, e) kierunek rozchodzenia się, oraz f) maksymalną poprzeczną prędkość cząstek liny. g) Oblicz poprzeczne przemieszczenie w punkcie $x = 5 \text{ m}$ w chwili $t = 0.25 \text{ s}$.

““latex article amsmath

Dane wejściowe

Równanie fali poprzecznej:

$$y = 6 \sin(0.05\pi x + 4\pi t)$$

Rozwiązanie

a) Amplituda

Amplituda A jest wartością współczynnika przed funkcją sinus:

$$A = 6 \text{ m}$$

b) Długość fali

Długość fali λ jest dana wzorem:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

gdzie $k = 0.05\pi$.

Podstawiając, mamy:

$$0.05\pi = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Przekształcając, otrzymujemy:

$$\lambda = \frac{2\pi}{0.05\pi} = \frac{2}{0.05} = 40 \text{ m}$$

c) Częstotliwość

Częstotliwość f jest dana wzorem:

$$\omega = 2\pi f$$

gdzie $\omega = 4\pi$.

$$4\pi = 2\pi f$$

Przekształcając, otrzymujemy:

$$f = \frac{4\pi}{2\pi} = 2 \text{ Hz}$$

d) Prędkość fali

Prędkość fali v jest dana wzorem:

$$v = \lambda \cdot f$$

Podstawiając wartości:

$$v = 40 \text{ m} \cdot 2 \text{ Hz} = 80 \text{ m/s}$$

e) Kierunek rozchodzenia się

Znak przy kx w równaniu $y = A \sin(kx + \omega t)$ oznacza kierunek rozchodzenia się fali. Ponieważ mamy $+\omega t$, fala rozchodzi się w kierunku ujemnym osi x .

f) Maksymalna poprzeczna predkość cząstek liny

Maksymalna poprzeczna predkość cząstek liny v_{\max} jest dana wzorem:

$$v_{\max} = A \cdot \omega$$

Podstawiając wartości:

$$v_{\max} = 6 \cdot 4\pi = 24\pi \text{ m/s}$$

g) Przesunięcie w punkcie $x = 5 \text{ m}$ i w czasie $t = 0.25 \text{ s}$

Podstawiając $x = 5 \text{ m}$ i $t = 0.25 \text{ s}$ do równania fali:

$$y = 6 \sin(0.05\pi \cdot 5 + 4\pi \cdot 0.25)$$

Obliczmy:

$$y = 6 \sin(0.25\pi + \pi) = 6 \sin(1.25\pi)$$

Ponieważ $\sin(1.25\pi) = -\sin(0.25\pi)$, i $\sin(0.25\pi) = \sin(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, mamy:

$$y = 6 \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -3\sqrt{2} \text{ m}$$

Wynik końcowy: $y = -3\sqrt{2} \text{ m}$