

ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

6. Dana jest równia pochyła o wysokości 2 m i kącie nachylenia do poziomu 30° . Obliczyć końcowe prędkości ruchu postępowego oraz czasy, po jakich stoczą się po tej równi a) pierścień b) walec. Porównaj i uzasadnij wyniki.

Dane wejściowe:

Wysokość równi : $h = 2 \text{ m}$

Kąt nachylenia : $\theta = 30^\circ$

Przyspieszenie ziemskie : $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

1. **Równia pochyła: pierścień**

Energia potencjalna na szczycie równi:

$$E_{\text{pot}} = mgh$$

Energia kinetyczna na dole równi składa się z energii kinetycznej postępowej i rotacyjnej:

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

Moment bezwładności pierścienia: $I = mr^2$. Ponadto $\omega = \frac{v}{r}$.

Z równania energii:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}(mr^2)\left(\frac{v}{r}\right)^2$$

Uproszczenie równania:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mv^2 = mv^2$$

Prędkość końcowa pierścienia:

$$v = \sqrt{gh}$$

Podstawienie danych:

$$v = \sqrt{9.81 \cdot 2}$$

Obliczenie:

$$v \approx \sqrt{19.62} \approx 4.43 \text{ m/s}$$

2. **Równia pochyła: walec**

Moment bezwładności walca: $I = \frac{1}{2}mr^2$. Znow $\omega = \frac{v}{r}$.

Równanie energii kinetycznej:

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mr^2\right)\left(\frac{v}{r}\right)^2$$

Uproszczenie równania:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{4}mv^2$$

$$mgh = \frac{3}{4}mv^2$$

Predkość końcowa walca:

$$v = \sqrt{\frac{4gh}{3}}$$

Podstawienie danych:

$$v = \sqrt{\frac{4 \cdot 9.81 \cdot 2}{3}}$$

Obliczenie:

$$v \approx \sqrt{26.16} \approx 5.11 \text{ m/s}$$

****Porównanie i uzasadnienie wyników:****

Końcowa predkość walca jest większa niż pierścienia, co wynika z różnicy w rozkładzie energii pomiędzy ruch postępowy a rotacyjny, związanej z momentem bezwładności.