

ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

5. Identyczne kule o masach M umieszczone są w wierzchołkach trójkąta równobocznego o boku a . Obliczyć wypadkową siłę grawitacji jaka działa na kulę o masie m umieszczoną w środku trójkąta i w środku jednego z jego boków.

To zadanie wymaga obliczenia siły grawitacyjnej działającej na kulę o masie m , umieszczoną zarówno w środku trójkąta równobocznego, jak i w środku jednego z jego boków. Rozwiążemy to w dwóch etapach:

****1. Siła grawitacyjna w środku trójkąta:****

Dla równości krawędzi, zdefiniujmy długość boku trójkąta jako a . Środek trójkąta równobocznego znajduje się w odległości $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ od każdego wierzchołka (jest to wysokość trójkąta podzielona na trzy równe części).

Siła grawitacji pomiędzy kulami o masach M i m w odległości r to:

$$F = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2}$$

Gdzie G to stała grawitacyjna.

Wypadkowa siła działająca na kulę w środku trójkąta będzie zerowa, ponieważ siły od trzech kul w wierzchołkach będą się symetrycznie równoważyć.

****2. Siła grawitacyjna w środku jednego z boków:****

Środek boku trójkąta równobocznego znajduje się w odległości $\frac{a}{2}$ od dwóch sąsiednich wierzchołków i w odległości $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ od przeciwnego wierzchołka.

Sumujemy siły działające z dwóch bliższych wierzchołków i jednego dalszego:

- Siła od każdej z dwóch bliższych kul:

$$F_1 = \frac{G \cdot M \cdot m}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{4G \cdot M \cdot m}{a^2}$$

- Składowe tych sił w kierunku środka boku są przeciwne i się znoszą, składowe prostopadłe się sumują.

- Siła od kuli w przeciwnym wierzchołku:

$$F_2 = \frac{G \cdot M \cdot m}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{4G \cdot M \cdot m}{3a^2}$$

Wypadkowa siła to wektorowa suma sił prostopadłych do odcinka, więc wynosi:

$$F_w = 2 \times F_1 \cdot \cos(60^\circ) + F_2 = \frac{4G \cdot M \cdot m}{a^2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{4G \cdot M \cdot m}{3a^2} = \frac{2G \cdot M \cdot m}{a^2} + \frac{4G \cdot M \cdot m}{3a^2}$$

Po uproszczeniu:

$$F_w = \frac{10G \cdot M \cdot m}{3a^2}$$

To jest wypadkowa siła działająca na kulę o masie m umieszczoną w środku boku trójkąta równobocznego.