

# ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

4. Dane są wektory  $\mathbf{A} = (3, y, z)$ ;  $\mathbf{B} = (1, 3, -2)$  oraz  $\mathbf{C} = (2, -4, 1)$ .
- Obliczyć  $y$  i  $z$  tak, by wektor  $\mathbf{A}$  był prostopadły do wektorów  $\mathbf{B}$  oraz  $\mathbf{C}$ .
  - Obliczyć jaki kąt tworzą wektory  $\mathbf{B}$  i  $\mathbf{C}$ ?

To zadanie można rozwiązać w następujący sposób:

a) Aby wektor  $A$  był prostopadły do wektorów  $B$  i  $C$ , jego iloczyny skalarne z tymi wektorami muszą wynosić zero.

Iloczyn skalarny wektorów  $A$  i  $B$ :

$$3 \cdot 1 + y \cdot 3 + z \cdot (-2) = 0$$

$$3 + 3y - 2z = 0$$

$$3y - 2z = -3 \quad (1)$$

Iloczyn skalarny wektorów  $A$  i  $C$ :

$$3 \cdot 2 + y \cdot (-4) + z \cdot 1 = 0$$

$$6 - 4y + z = 0$$

$$-4y + z = -6 \quad (2)$$

Rozwiąż układ równań (1) i (2):

$$\begin{cases} 3y - 2z = -3 \\ -4y + z = -6 \end{cases}$$

Z drugiego równania wyznacz  $z$ :

$$z = 4y - 6$$

Podstaw do pierwszego równania:

$$3y - 2(4y - 6) = -3$$

$$3y - 8y + 12 = -3$$

$$-5y = -15$$

$$y = 3$$

Podstaw  $y = 3$  do wzoru na  $z$ :

$$z = 4 \cdot 3 - 6 = 12 - 6 = 6$$

Wartości  $y = 3$  oraz  $z = 6$ .

b) Aby obliczyć kąt między wektorami  $B$  i  $C$ , używamy wzoru na cosinus kąta:

$$\cos \theta = \frac{B \cdot C}{|B||C|}$$

Iloczyn skalarny wektorów  $B$  i  $C$ :

$$B \cdot C = 1 \cdot 2 + 3 \cdot (-4) + (-2) \cdot 1 = 2 - 12 - 2 = -12$$

Długość wektorów:

$$|B| = \sqrt{1^2 + 3^2 + (-2)^2} = \sqrt{1 + 9 + 4} = \sqrt{14}$$

$$|C| = \sqrt{2^2 + (-4)^2 + 1^2} = \sqrt{4 + 16 + 1} = \sqrt{21}$$

Podstaw wartości do wzoru na cosinus:

$$\cos \theta = \frac{-12}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{21}}$$

Oblicz:

$$\cos \theta = \frac{-12}{\sqrt{294}}$$

Aby znaleźć kat  $\theta$ , oblicz arccosinus tego wyniku:

$$\theta = \arccos\left(\frac{-12}{\sqrt{294}}\right)$$

Możesz użyć kalkulatora, aby znaleźć dokładna wartość kata  $\theta$ .