

ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

4. Zależna od czasu siła działając na ciało o masie $m = 4$ kg powoduje jego przesunięcie o $x = 2t - 3t^2 + t^3$ (x w metrach, t w sekundach). Wyznaczyć pracę siły zewnętrznej w ciągu pierwszych trzech sekund.

Aby wyznaczyć pracę siły zewnętrznej działającej na ciało, należy obliczyć siłę w funkcji czasu i zintegrować jej wartość po przemieszczeniu.

Mamy dane równanie przemieszczenia:

$$x(t) = 2t - 3t^2 + t^3$$

Krok 1: Obliczenie predkości i przyspieszenia

Predkość jest pochodna przemieszczenia względem czasu:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = 2 - 6t + 3t^2$$

Przyspieszenie jest pochodna predkości względem czasu:

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = -6 + 6t$$

Krok 2: Wyznaczenie siły

Możemy użyć drugiej zasady dynamiki Newtona:

$$F(t) = m \cdot a(t) = 4 \cdot (-6 + 6t) = -24 + 24t$$

Krok 3: Obliczenie pracy

Praca wykonana przez siłę to całka z siły po przemieszczeniu:

$$W = \int F(t) \cdot v(t) dt$$
$$W = \int_0^3 (-24 + 24t) \cdot (2 - 6t + 3t^2) dt$$

Rozwiń i policz całkę:

$$W = \int_0^3 [-48 + 144t - 72t^2 - 48t + 144t^2 - 72t^3] dt$$
$$W = \int_0^3 (-96 + 72t^2 - 72t^3) dt$$

Obliczając całkę, otrzymujemy:

$$W = \left[-96t + \frac{72}{3}t^3 - \frac{72}{4}t^4 \right]_0^3$$
$$W = [-96t + 24t^3 - 18t^4]_0^3$$

Podstawiając granice całkowania:

$$W = (-96 \cdot 3 + 24 \cdot 27 - 18 \cdot 81) - (0)$$
$$W = (-288 + 648 - 1458)$$
$$W = -1098 \text{ J}$$

Praca wykonana przez siłę wynosi -1098 J. Negatywna wartość oznacza, że siła działa w kierunku przeciwnym do przemieszczenia.