

ROZWIĄZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

4. Proton przyspieszany jest w cyklotronie o średnicy równej 0,5 m napięciem 10 kV. Indukcja pola magnetycznego wynosi 1 T. Oblicz:
- wartość końcowej energii (nierelatywistycznej) jaka uzyska proton,
 - ile razy proton przejdzie między duantami,
 - ile okrążeń cyklotronu on wykona,
 - częstotliwość zmian przyspieszającego pola elektrycznego,
 - czas pobytu protonu w cyklotronie.

““latex article amsmath amssymb

Dane wejściowe

- Średnica cyklotronu $d = 0,5 \text{ m}$
- Napięcie przyspieszające $U = 10 \text{ kV} = 10 \times 10^3 \text{ V}$
- Indukcja pola magnetycznego $B = 1 \text{ T}$
- Ładunek protonu $q = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$
- Masa protonu $m = 1,673 \times 10^{-27} \text{ kg}$
- Promień cyklotronu $r = \frac{d}{2} = 0,25 \text{ m}$

Rozwiązanie

a) Wartość końcowej energii (nierelatywistycznej) protonu

Wzór:

$$E_k = qU \cdot n \quad (1)$$

Przekształcenie:

Nie wymaga.

Podstawienie:

$$E_k = (1,602 \times 10^{-19} \text{ C}) \cdot (10 \times 10^3 \text{ V}) \cdot n \quad (2)$$

Obliczenia:

Zakładamy pełne nasycenie energii, więc:

$$qU = \frac{1}{2}mv^2 \quad (3)$$

Przekształcenie:

$$v = \frac{qBr}{m} \quad (4)$$

Podstawiając wartość v do równania energii:

$$\frac{1}{2}m \left(\frac{qBr}{m} \right)^2 = qU \quad (5)$$

Rozwiązując dla B , otrzymujemy:

$$v = \frac{qU}{qBr} = \frac{2qU}{m} \quad (6)$$

Podstawiając wartości:

$$E_k = qU = 1,602 \times 10^{-19} \cdot 10 \times 10^3 \quad (7)$$

Wynik końcowy:

$$E_k = 1,602 \times 10^{-15} \text{ J} \quad (8)$$

b) Ile razy proton przejdzie między duantami

Wzór:

$$n = \frac{E_k}{qU} \quad (9)$$

Podstawienie:

$$n = \frac{1,602 \times 10^{-15} \text{ J}}{1,602 \times 10^{-19} \text{ C} \cdot 10 \times 10^3 \text{ V}} \quad (10)$$

Obliczenia:

$$n = 10^3 \quad (11)$$

Wynik końcowy:

$$\boxed{n = 10^3} \quad (12)$$

c) Liczba okrażeń cyklotronu

Każde przejście przez duanty to półokrażenie, zatem:

$$N = \frac{n}{2} = \frac{10^3}{2} \quad (13)$$

Wynik końcowy:

$$\boxed{N = 500} \quad (14)$$

d) Czesotliwość zmian przyspieszającego pola elektrycznego

Wzór:

$$f = \frac{qB}{2\pi m} \quad (15)$$

Podstawienie:

$$f = \frac{1,602 \times 10^{-19} \cdot 1}{2\pi \cdot 1,673 \times 10^{-27}} \quad (16)$$

Obliczenia:

$$f \approx 15,24 \text{ MHz} \quad (17)$$

Wynik końcowy:

$$\boxed{f \approx 15,24 \text{ MHz}} \quad (18)$$

e) Czas pobytu protonu w cyklotronie

Wzór:

$$T = \frac{n}{f} \quad (19)$$

Podstawienie:

$$T = \frac{10^3}{15,24 \times 10^6} \quad (20)$$

Obliczenia:

$$T \approx 65,6 \mu\text{s} \quad (21)$$

Wynik końcowy:

$$\boxed{T \approx 65,6 \mu\text{s}} \quad (22)$$