

ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

2. Ciało o masie $m = 1,5 \text{ kg}$ porusza się ruchem harmonicznym o okresie $T = 2 \text{ s}$ i amplitudzie $A = 4 \text{ cm}$. Obliczyć:
- prędkość ciała w połowie drogi między położeniem równowagi a maksymalnym wychyleniem,
 - maksymalną wartość siły sprężystości,
 - całkowitą energię mechaniczną ruchu.
 - czas po którym energia potencjalna ciała będzie równa energii kinetycznej przy warunkach początkowych: $X(t=0) = A$.

““latex article amsmath

Dane wejściowe

- Masa ciała: $m = 1.5 \text{ kg}$
- Okres: $T = 2 \text{ s}$
- Amplituda: $A = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}$

Rozwiązania

a) Prędkość ciała w połowie drogi między położeniem równowagi a maksymalnym wychyleniem

Ogólny wzór:

$$v(t) = A\omega \cos(\omega t)$$

Przy połowie amplitudy: $x = \frac{A}{2}$

Przekształcenie wzoru:

$$\cos(\omega t) = \frac{x}{A} = \frac{1}{2}$$

Podstawienie danych:

Najpierw obliczamy ω :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ rad/s}$$

Następnie obliczamy v :

$$v = A\omega \cdot \frac{1}{2} = 0.04 \times \pi \times \frac{1}{2}$$

Przeliczenie krok po kroku:

$$v = 0.02\pi \text{ m/s}$$

Wynik końcowy:

$$v = 0.02\pi \text{ m/s} \approx 0.0628 \text{ m/s}$$

b) Maksymalna wartość siły sprężystości

Ogólny wzór (Prawo Hooke'a):

$$F_{\max} = kA$$

Przekształcenie wzoru:

Obliczamy stałą sprężystości k z ω :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow k = m\omega^2$$

Podstawienie danych:

$$k = 1.5 \times \pi^2$$
$$F_{\max} = (1.5 \times \pi^2) \times 0.04$$

Przeliczenie krok po kroku:

$$F_{\max} = 0.06\pi^2 \text{ N}$$

Wynik końcowy:

$$F_{\max} = 0.06\pi^2 \text{ N} \approx 0.592 \text{ N}$$

c) Całkowita energia mechaniczna ruchu

Ogólny wzór:

$$E = \frac{1}{2}kA^2$$

Podstawienie danych:

$$E = \frac{1}{2} \times (1.5 \times \pi^2) \times (0.04)^2$$

Przeliczenie krok po kroku:

$$E = 0.0012\pi^2 \text{ J}$$

Wynik końcowy:

$$E = 0.0012\pi^2 \text{ J} \approx 0.012 \text{ J}$$

d) Czas po którym energia potencjalna ciała będzie równa energii kinetycznej

Równanie dla energii:

$$E_k = E_p$$

Ponieważ $E = E_k + E_p$, mamy:

$$E_k = E_p = \frac{E}{2}$$

Podstawienie danych do równania:

$$\sin^2(\omega t) = \frac{1}{2}$$

Kat:

$$\omega t = \frac{\pi}{4} \quad \Rightarrow \quad t = \frac{\pi}{4\omega}$$

Podstawienie danych:

$$t = \frac{\pi}{4\pi} = \frac{1}{4}$$

Wynik końcowy:

$$t = \frac{1}{4} \text{ s}$$