

ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

8. Obliczyć wektor prędkości i przyspieszenia dla wektora wodzącego $\mathbf{r} = r \cos(\omega t + \varphi_0) \mathbf{i} + r \sin(\omega t + \varphi_0) \mathbf{j}$, gdzie r , ω , φ_0 są stałe. Wykazać za pomocą odpowiednich obliczeń jaki to jest ruch.

Aby obliczyć wektor prędkości i przyspieszenia dla danego wektora wodzącego \mathbf{r} , będziemy korzystać z pochodnych względem czasu.

Dany wektor:

$$\mathbf{r} = r \cos(\omega t + \varphi_0) \mathbf{i} + r \sin(\omega t + \varphi_0) \mathbf{j}$$

1. **Wektor prędkości \mathbf{v} :

Wektor prędkości jest pochodną wektora \mathbf{r} względem czasu t :

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

$$\frac{d}{dt} [r \cos(\omega t + \varphi_0)] = -r\omega \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$\frac{d}{dt} [r \sin(\omega t + \varphi_0)] = r\omega \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Zatem:

$$\mathbf{v} = -r\omega \sin(\omega t + \varphi_0) \mathbf{i} + r\omega \cos(\omega t + \varphi_0) \mathbf{j}$$

2. **Wektor przyspieszenia \mathbf{a} :

Wektor przyspieszenia jest pochodną wektora prędkości \mathbf{v} względem czasu t :

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

$$\frac{d}{dt} [-r\omega \sin(\omega t + \varphi_0)] = -r\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$\frac{d}{dt} [r\omega \cos(\omega t + \varphi_0)] = -r\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0)$$

Zatem:

$$\mathbf{a} = -r\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0) \mathbf{i} - r\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0) \mathbf{j}$$

3. **Rodzaj ruchu:

Obliczone wektory wskazują, że prędkość i przyspieszenie mają stałą wielkość, ale zmieniają kierunki, co jest charakterystyczne dla ruchu po okręgu z jednostajną prędkością kątową ω . Dlatego jest to ruch jednostajny po okręgu o promieniu r i prędkości katowej ω .