

ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

7. Krążek o promieniu $R = 20\text{ cm}$ może się obracać się bez tarcia wokół poziomej osi przechodzącej przez jego środek. Moment bezwładności krążka względem tej osi wynosi $I = 0.4\text{ kg}\cdot\text{m}^2$. Na obwodzie krążka jest nawinięta nitka o znikomo małej masie, na końcu której podwieszono ciało o masie $m = 6\text{ kg}$. Początkowo układ utrzymywano w spoczynku, a potem pozwolono mu na ruch. W pewnej chwili energia kinetyczna ciała wyniosła $E_{KC} = 6\text{ J}$. Ile wynosi w tej chwili energia kinetyczna ruchu obrotowego krążka? Jaką drogę przebyło ciało?

““latex article amsmath

Dane wejściowe

$$\begin{aligned}R &= 0.2\text{ m}, \\I &= 0.4\text{ kg}\cdot\text{m}^2, \\m &= 6\text{ kg}, \\E_{KC} &= 6\text{ J}.\end{aligned}$$

Ogólny wzór

Energia kinetyczna ciała w ruchu obrotowym wyrażona jest wzorem:

$$E_{KO} = \frac{1}{2}I\omega^2, \quad (1)$$

gdzie E_{KO} to energia kinetyczna ruchu obrotowego, a ω to predkość katowa krążka.

Energia kinetyczna ciała podwieszonego wyrażona jest wzorem:

$$E_{KC} = \frac{1}{2}mv^2, \quad (2)$$

gdzie v to predkość liniowa ciała. Dla ciała poruszającego się z predkością v , predkość katowa krążka ω jest zdefiniowana jako:

$$\omega = \frac{v}{R}. \quad (3)$$

Przekształcenie wzoru

Wartości ω i v możemy powiązać, podstawiając równanie (3) do równania (1):

$$\begin{aligned}E_{KO} &= \frac{1}{2}I\left(\frac{v}{R}\right)^2 \\&= \frac{1}{2}I\frac{v^2}{R^2}.\end{aligned}$$

Z równości całkowitej energii kinetycznej układu:

$$E_{tot} = E_{KO} + E_{KC}, \quad (4)$$

uzyskujemy:

$$E_{KO} = E_{KC} = \frac{1}{2}mv^2. \quad (5)$$

Podstawienie danych

Stosując równania:

$$\begin{aligned}E_{KO} &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = 6\text{ J}, \\ \frac{1}{2}I\frac{v^2}{R^2} &= \frac{6}{R^2}\text{ J}.\end{aligned}$$

Przeliczenie krok po kroku

Z równań (5) i (6) wyznaczamy v :

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}I\frac{v^2}{R^2} &= 6 \\ v^2 &= \frac{6 \cdot R^2}{\frac{1}{2}I} \\ v^2 &= \frac{6 \cdot (0.2)^2}{0.2} \\ v^2 &= \frac{6 \cdot 0.04}{0.2} \\ v^2 &= 1.2 \\ v &= \sqrt{1.2} \\ v &\approx 1.095 \text{ m/s.}\end{aligned}$$

Długość przebytej drogi przez ciało:

$$\begin{aligned}s &= \frac{E_{KC}}{\frac{1}{2}m \cdot v} \\ s &= \frac{6}{\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 1.095} \\ s &\approx 2.0 \text{ m.}\end{aligned}$$

Wynik końcowy

Energia kinetyczna ruchu obrotowego krawężka, $E_{KO} \approx 6 \text{ J}$,
Droga przebyta przez ciało, **$s \approx 2.0 \text{ m}$** .