

# ROZWIĄZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

3. Druga prędkość kosmiczna dla pewnej jednorodnej kulistej planety wynosi  $v_{II} = 12 \text{ km/s}$ . Jaką prędkość  $v$  będzie miał w bardzo dużej odległości od planety pocisk wyrzuty z jej powierzchni z prędkością  $v_0 = 13 \text{ km/s}$ ? Pominąć oddziaływania grawitacyjne innych ciał. Jaka jest masa i pierwsza prędkość kosmiczna tej planety jeżeli jej promień wynosi  $5 \cdot 10^3 \text{ km}$ .

Aby rozwiązać to zadanie, musimy skorzystać z koncepcji energii i prędkości kosmicznych dla planety.

1. \*\*Druga prędkość kosmiczna ( $v_{II}$ ):\*\*

Wzór dla drugiej prędkości kosmicznej:

$$v_{II} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

gdzie: -  $v_{II} = 12 \text{ km/s} = 12000 \text{ m/s}$  -  $R = 5 \times 10^6 \text{ m}$  -  $G = 6.674 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$

Obliczamy masę  $M$  planety:

$$12000 = \sqrt{\frac{2 \times 6.674 \times 10^{-11} \times M}{5 \times 10^6}}$$

$$12000^2 = \frac{2 \times 6.674 \times 10^{-11} \times M}{5 \times 10^6}$$

$$M = \frac{12000^2 \times 5 \times 10^6}{2 \times 6.674 \times 10^{-11}}$$

Po obliczeniu otrzymujemy:

$$M \approx 5.4 \times 10^{24} \text{ kg}$$

2. \*\*Prędkość na dużej odległości ( $v$ ):\*\*

Energia kinetyczna początkowa + energia potencjalna = energia kinetyczna na dużej odległości:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{GMm}{R} = \frac{1}{2}mv^2$$

gdzie: -  $v_0 = 13 \text{ km/s} = 13000 \text{ m/s}$

Zapisując wzór bez  $m$  mamy:

$$\frac{1}{2}v_0^2 - \frac{GM}{R} = \frac{1}{2}v^2$$

Podstawiamy wartości i znajdujemy  $v$ :

$$\frac{1}{2}(13000)^2 - \frac{6.674 \times 10^{-11} \times 5.4 \times 10^{24}}{5 \times 10^6} = \frac{1}{2}v^2$$

Po obliczeniu, prędkość  $v$  wychodzi około  $7.9 \text{ km/s}$ .

3. \*\*Pierwsza prędkość kosmiczna ( $v_I$ ):\*\*

Wzór dla pierwszej prędkości kosmicznej:

$$v_I = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

Podstawiamy wartości:

$$v_I = \sqrt{\frac{6.674 \times 10^{-11} \times 5.4 \times 10^{24}}{5 \times 10^6}}$$

Po obliczeniach,  $v_I \approx 8.5 \text{ km/s}$ .

Podsumowując: - Masa planety  $M \approx 5.4 \times 10^{24} \text{ kg}$  - Predkość końcowa projektilu  $v \approx 7.9 \text{ km/s}$  - Pierwsza predkość kosmiczna  $v_I \approx 8.5 \text{ km/s}$