

ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

9. Na ciało działa siła o następujących składowych: $F_x = 3(x^2 - y)$, $F_y = 2$. Siła przesuwa punkt materialny wzdłuż boków trójkąta, którego wierzchołki znajdują się w punktach: $A(0,0)$, $B(0,2)$, $C(3,0)$. Oblicz pracę wykonaną przez siłę F przy przesuwaniu punktu z $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$.

“latex article amsmath

Rozwiązanie

Dane wejściowe:

$$\begin{aligned}F_x &= 3(x^2 - y) \\F_y &= 2 \\A &= (0, 0) \\B &= (0, 2) \\C &= (3, 0)\end{aligned}$$

Ogólny wzór na pracę:

Praca W wykonywana przez siłę podczas przemieszczenia punktu po krzywej jest dana wzorem:

$$W = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

gdzie \vec{F} jest wektorem siły, a $d\vec{r}$ jest elementem przemieszczenia.

Krok 1: Praca na odcinku $A \rightarrow B$

Wektor przemieszczenia od A do B ma tylko składowa y , czyli $d\vec{r} = (0, dy)$. Siła składa się wtedy jedynie z F_y :

$$W_{AB} = \int_0^2 2 dy = 2y \Big|_0^2 = 4$$

Krok 2: Praca na odcinku $B \rightarrow C$

Wektor przemieszczenia od B do C ma tylko składowa x , czyli $d\vec{r} = (dx, 0)$. Siła składa się wtedy jedynie z F_x . Przechodzimy od $B(0, 2)$ do $C(3, 0)$, co należy zrobić wzdłuż x .

$$W_{BC} = \int_0^3 3(x^2 - 2) dx$$

Wyliczmy ten całkowity:

$$W_{BC} = \int_0^3 (3x^2 - 6) dx = [x^3 - 6x]_0^3 = (27 - 18) - (0 - 0) = 9$$

Krok 3: Praca na odcinku $C \rightarrow A$

Wektor przemieszczenia od C do A ma tylko składowa y , czyli $d\vec{r} = (0, dy)$. Składowa siły F_y :

$$W_{CA} = \int_0^{-2} 2 dy = 2y \Big|_0^{-2} = -4$$

Całkowita praca:

$$W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} = 4 + 9 - 4 = 9$$

Ostateczny wynik:

$$\boxed{9 \text{ J}}$$