

ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

6. Dana jest równia pochyła o wysokości 2 m i kącie nachylenia do poziomu 30° . Obliczyć końcowe prędkości ruchu postępowego oraz czasy, po jakich stoczą się po tej równi a) pierścień b) walec. Porównaj i uzasadnij wyniki.

Aby rozwiązać to zadanie, przeanalizujemy energie mechaniczne ciał toczących się po równi pochyłej, czyli pierścienia i walca.

Dane: - Wysokość równi (h) = 2 m - Kąt nachylenia (α) = 30°

Równia pochyła: Z wysokości możemy obliczyć długość równi (L):

$$L = \frac{h}{\sin \alpha} = \frac{2}{0.5} = 4 \text{ m}$$

Energia potencjalna i kinetyczna: Całkowita energia mechaniczna na początku (Tylko potencjalna, bo zaczynamy z zerowej prędkości):

$$E_p = mgh$$

Podczas ruchu energia potencjalna zamienia się na kinetyczną postępową i rotacyjną:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

Dla pierścienia i walca:

- **Pierścień:** Moment bezwładności $I = mr^2$, $\omega = \frac{v}{r}$

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mr^2 \left(\frac{v^2}{r^2} \right) = mv^2$$

- **Walec:** Moment bezwładności $I = \frac{1}{2}mr^2$, $\omega = \frac{v}{r}$

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{4}mv^2 = \frac{3}{4}mv^2$$

Końcowa prędkość:

Równanie energii dla obu przypadków:

1. **Pierścień:**

$$mgh = mv^2$$

$$v = \sqrt{gh} = \sqrt{9.81 \times 2} = \sqrt{19.62} \approx 4.43 \text{ m/s}$$

2. **Walec:**

$$mgh = \frac{3}{4}mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{4gh}{3}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 9.81 \cdot 2}{3}} = \sqrt{26.16} \approx 5.12 \text{ m/s}$$

Czas zjazdu:

Dla równi pochyłej, przyspieszenie (a):

$$a = g \cdot \sin \alpha = 9.81 \cdot 0.5 = 4.905 \text{ m/s}^2$$

Czas zjazdu (t):

$$L = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2L}{a}}$$

Dla pierścienia:

$$t = \sqrt{\frac{2 \times 4}{4.905}} \approx 1.27 \text{ s}$$

Dla walca:

Czas będzie taki sam, ponieważ równanie ruchu dotyczy prędkości postępowych startujących od stanu spoczynku.

Podsumowując:

- Prędkość pierścienia: $\approx 4.43 \text{ m/s}$ - Prędkość walca: $\approx 5.12 \text{ m/s}$ - Czas dla obu: $\approx 1.27 \text{ s}$

Walec osiąga większą prędkość niż pierścień z powodu mniejszego momentu bezwładności i większej części energii, która przeradza się w energię kinetyczną postępową.