

ROZWIĄZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

9. Jednorodna belka o długości l i masie M może swobodnie obracać się wokół poziomej osi przechodzącej przez jeden z jej końców. W drugi koniec belki uderza kula o masie m mająca poziomą prędkość v_0 (Rys. 2). Kula grzęźnie w belce. Oblicz prędkość kątową belki tuż po uderzeniu kuli. Oblicz o jaki maksymalny kąt obróci się belka.

To zadanie dotyczy zderzenia kuli z belką i obliczenia prędkości katowej belki oraz maksymalnego kąta wychylenia. Oto skrócona wersja rozwiązania:

1. **Zachowanie momentu pędu:** Moment pędu przed zderzeniem jest równy momentowi po zderzeniu.

$$L_{\text{przed}} = m \cdot v_0 \cdot l$$

Moment pędu po uderzeniu (belka + kula):

$$L_{\text{po}} = I \cdot \omega$$

Gdzie I jest momentem bezwładności systemu (belka + kula), a ω to prędkość katowa. Moment bezwładności belki zawieszanej na jednym końcu to:

$$I = \frac{1}{3} M l^2 + m l^2$$

Równanie zachowania momentu pędu:

$$m \cdot v_0 \cdot l = \left(\frac{1}{3} M l^2 + m l^2 \right) \omega$$

Rozwiązując równanie dla ω :

$$\omega = \frac{m \cdot v_0 \cdot l}{\frac{1}{3} M l^2 + m l^2}$$

2. **Maksymalny kąt wychylenia:** Zachowanie energii mechanicznej pozwala obliczyć maksymalny kąt wychylenia. Energia kinetyczna po uderzeniu zamienia się na potencjalną, gdy belka osiągnie maksymalny kąt θ .

Energia kinetyczna po uderzeniu:

$$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Energia potencjalna na szczycie:

$$E_p = (M + m) g l (1 - \cos \theta)$$

Zachowanie energii:

$$\frac{1}{2} I \omega^2 = (m + M) g l (1 - \cos \theta)$$

Rozwiązując równanie dla θ , mamy:

$$\cos \theta = 1 - \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{m \cdot v_0 \cdot l}{\frac{1}{3} M l^2 + m l^2} \right)^2 \left(\frac{1}{3} M l^2 + m l^2 \right)}{(M + m) g l}$$

W ten sposób można obliczyć ω i θ .