

ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

1. Punkt materialny porusza się po trajektorii $\mathbf{r} = (t^3 - 3t)\mathbf{i} + 2(t - t^2)\mathbf{j}$. Policzyc wektor prędkości i przyspieszenia. Dla jakiego czasu t_1 styczna do trajektorii będzie równoległa do osi Y? Wskazówka: jaki znany wektor jest styczny do trajektorii ruchu?

Aby rozwiązać to zadanie, musimy znaleźć wektor prędkości i przyspieszenia, a następnie określić, dla jakiego czasu styczna do trajektorii jest równoległa do osi Y.

1. **Wektor prędkości ($v(t)$)**

Wektor prędkości to pochodna wektora położenia względem czasu:

$$\mathbf{r}(t) = (t^3 - 3t)\mathbf{i} + 2(t - t^2)\mathbf{j}$$

$$\mathbf{v}(t) = \frac{d}{dt}((t^3 - 3t)\mathbf{i} + 2(t - t^2)\mathbf{j})$$

$$\mathbf{v}(t) = (3t^2 - 3)\mathbf{i} + (2 - 4t)\mathbf{j}$$

2. **Wektor przyspieszenia ($a(t)$)**

Wektor przyspieszenia to pochodna wektora prędkości:

$$\mathbf{a}(t) = \frac{d}{dt}((3t^2 - 3)\mathbf{i} + (2 - 4t)\mathbf{j})$$

$$\mathbf{a}(t) = (6t)\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$$

3. **Równoległość do osi Y**

Wektor jest równoległy do osi Y, jeśli jego składowa w osi X wynosi zero:

$$3t^2 - 3 = 0$$

Rozwiązujemy równanie:

$$3t^2 - 3 = 0 \implies t^2 = 1 \implies t = \pm 1$$

Zatem dla $t = 1$ i $t = -1$ wektor prędkości jest równoległy do osi Y.

Podsumowując, wektor prędkości to $(3t^2 - 3)\mathbf{i} + (2 - 4t)\mathbf{j}$, wektor przyspieszenia to $6t\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$, a styczna do trajektorii jest równoległa do osi Y dla $t = 1$ i $t = -1$.