

ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

3. Masa m jest przyczepiona do dwóch sprężyn o stałych sprężystości k_1 i k_2 (patrz rysunki). W obu przypadkach zostaje ona wychylona z położenia równowagi i puszczona; porusza się bez tarcia. Pokazać, że wykonuje ona ruch harmoniczny prosty o okresach odpowiednio $T_A = 2\pi\sqrt{\frac{m(k_1+k_2)}{k_1k_2}}$ i $T_B = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}}$.



Aby rozwiązać to zadanie, użyjemy zasad dynamiki ruchu harmonicznego prostego oraz praw Hooke'a dla sprężyn.

Przypadek A

Dla przypadku A, masa m jest przymocowana do dwóch sprężyn następująco: jedna z lewej strony o stałej sprężystości k_1 , a druga z prawej o stałej k_2 .

Całkowita siła przywracająca działająca na masę, gdy jest ona wychylona o x , jest dana wzorem:

$$F = -k_1x - k_2x = -(k_1 + k_2)x$$

Z równania ruchu harmonicznego prostego:

$$F = ma = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

Podstawiając:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -(k_1 + k_2)x$$

Równanie różniczkowe ma postać:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \left(\frac{k_1 + k_2}{m} \right) x = 0$$

Okres T oscylacji w ruchu harmonicznym prostym wynosi:

$$T_A = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$$

Przypadek B

Dla przypadku B, masa m jest przymocowana między dwiema sprężynami szeregowo: jedna o stałej sprężystości k_1 , a druga o stałej k_2 . Efektywna stała sprężystości dla sprężyn w szeregu jest dana wzorem:

$$\frac{1}{k_{ef}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

Stąd:

$$k_{ef} = \frac{k_1k_2}{k_1 + k_2}$$

Zastosowując równanie ruchu harmonicznego prostego:

$$T_B = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_{ef}}}$$

Podstawiając k_{ef} :

$$T_B = 2\pi\sqrt{\frac{m(k_1 + k_2)}{k_1k_2}}$$

Rozwiązując oba przypadki, pokazaliśmy, że masa m wykonuje ruch harmoniczny prosty o okresach T_A i T_B , zgodnie z zadaniem.