

# ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

10. Korzystając z prawa Gaussa i ze związku między  $E$  a  $V$  obliczyć (wyprowadzić wzór) pojemność kondensatora walcowego zbudowanego z dwóch współosiowych powierzchni walcowych o promieniach  $a$  i  $b$  oraz długości  $L$ .

Dane wejściowe:

Promień wewnętrzny  $a$

Promień zewnętrzny  $b$

Długość walca  $L$

1. Prawo Gaussa w postaci:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

2. Rozważmy powierzchnie walca jako powierzchnie Gaussowskie.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \cdot (2\pi r L) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

3. Stąd pole elektryczne  $E$  wynosi:

$$E \cdot (2\pi r L) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 r L}$$

4. Potencjał elektryczny  $V$  między powierzchniami walca wynosi:

$$V = - \int_a^b E dr = - \int_a^b \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 r L} dr$$

$$V = - \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} \int_a^b \frac{1}{r} dr$$

$$V = - \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} [\ln(r)]_a^b$$

$$V = - \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} (\ln(b) - \ln(a))$$

$$V = - \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

5. Zależność między pojemnością a napięciem:

$$C = \frac{Q}{V}$$

6. Podstawiając  $V$  z punktu 4 do wzoru na  $C$ :

$$C = \frac{Q}{- \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

Pojemność kondensatora walcowego wynosi:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$