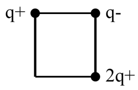
ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

3. Obliczyć a) natężenie E i b) potencjał V pola elektrycznego w środku kwadratu o boku a.



"'latex article amsmath

Dane wejściowe

Mamy cztery ładunki umieszczone w rogach kwadratu o boku a:

- ładunek q w lewym górnym rogu - ładunek $-q$ w prawym górnym rogu - ładunek q w lewym dolnym rogu - ładunek $2q$ w prawym dolnym rogu

a) Nateženie pola elektrycznego E w środku kwadratu

Środek kwadratu znajduje sie w równej odległości $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ od każdego wierzchołka.

Ogólny wzór

Nateženie pola elektrycznego E od pojedynczego ładunku Q w odległości r wynosi:

$$E = \frac{k \cdot Q}{r^2}$$

gdzie k jest stała elektrostatyczna ($k \approx 8.99 \times 10^9\,\mathrm{Nm^2/C^2}$).

Nateženie pola od wszystkich ładunków

Obliczamy nateženie E w środku kwadratu, sumujac wkłady od każdego ładunku: - Nateženie od ładunków q i $-q$ znosza sie wzajemnie (bo maja równe wartości i przeciwny zwrot). - Nateženie od ładunku $2q$ ma wartość dwukrotnie wieksza, ale kierunek w prawo-dół.

Najpierw dla q:

$$E_q = \frac{k \cdot q}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2} = \frac{2kq}{a^2}$$

Dla $2q$:

$$E_{2q} = \frac{k \cdot 2q}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2} = \frac{4kq}{a^2}$$

Wektorowo w przypadku $2q$:

$$E_{2q} = \left\langle \frac{4kq}{a^2\sqrt{2}}, \frac{4kq}{a^2\sqrt{2}} \right\rangle = \left\langle \frac{2\sqrt{2}kq}{a^2}, \frac{2\sqrt{2}kq}{a^2} \right\rangle$$

Suma złożona tylko z wkładu $2q$:

$$E = \left\langle \frac{2\sqrt{2}kq}{a^2}, \frac{2\sqrt{2}kq}{a^2} \right\rangle$$

Moduł nateženia wynosi:

$$E = \sqrt{\left(\frac{2\sqrt{2}kq}{a^2}\right)^2 + \left(\frac{2\sqrt{2}kq}{a^2}\right)^2} = \sqrt{\frac{8k^2q^2}{a^4} + \frac{8k^2q^2}{a^4}} = \sqrt{\frac{16k^2q^2}{a^4}} = \frac{4kq}{a^2}$$

Ostatecznie:

$$\boxed{E = \frac{4kq}{a^2}}$$

b) Potencjał V pola elektrycznego w środku kwadratu

Ogólny wzór

Potencjał elektryczny V od ładunku Q w odległości r jest dany wzorem:

$$V = \frac{k \cdot Q}{r}$$

Sumujemy potencjały od wszystkich ładunków w środku kwadratu:

$$V = V_q + V_{-q} + V_q + V_{2q} = \frac{kq}{\frac{\sqrt{2}}{2}a} - \frac{kq}{\frac{\sqrt{2}}{2}a} + \frac{kq}{\frac{\sqrt{2}}{2}a} + \frac{2kq}{\frac{\sqrt{2}}{2}a}$$

$$V = \frac{2kq}{a\sqrt{2}} + \frac{2kq}{a\sqrt{2}} = \frac{4kq}{a\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}kq}{a}$$

Ostatecznie:

$$\boxed{V = \frac{2\sqrt{2}kq}{a}}$$