

ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

10. Korzystając z prawa Gaussa i ze związku między E a V obliczyć (wyprowadzić wzór) pojemność kondensatora walcowego zbudowanego z dwóch współosiowych powierzchni walcowych o promieniach a i b oraz długości L .

Aby wyprowadzić wzór na pojemność kondensatora walcowego, należy skorzystać z prawa Gaussa i relacji między natężeniem pola elektrycznego E a potencjałem elektrycznym V .

Krok 1: Zastosowanie prawa Gaussa

Prawo Gaussa w formie dla pola elektrycznego mówi, że całkowity strumień pola elektrycznego przez zamkniętą powierzchnię jest równy ładunkowi wewnątrz tej powierzchni podzielonemu przez przenikalność elektryczną próżni ε_0 .

Dla kondensatora walcowego: - Wybieramy walcową powierzchnię Gaussa o promieniu r i długości L , gdzie $a < r < b$. - Strumień pola elektrycznego $\Phi = E \cdot 2\pi rL$.

Jeśli Q jest ładunkiem na jednostkę długości kondensatora, to:

$$E \cdot 2\pi rL = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 rL}$$

Krok 2: Obliczenie różnicy potencjałów

Różnica potencjałów V między powierzchnią o promieniu b i a jest równa:

$$V = - \int_a^b E dr = - \int_a^b \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 r} dr$$

Rozwiązujemy całkę:

$$V = - \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0} [\ln r]_a^b = - \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0} (\ln b - \ln a)$$

$$V = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{b}{a}$$

Krok 3: Wyznaczenie pojemności

Pojemność C jest określona jako stosunek Q/V :

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln \frac{b}{a}}$$

To jest ostateczny wzór na pojemność kondensatora walcowego:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln \frac{b}{a}}$$