

ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

1. Generator drgań wywołujących falę mechaniczną rozchodzącą się z prędkością $V = 300 \text{ m/s}$, wykonuje drgania opisane równaniem $y(t) = 0.004 \sin(600\pi t)$. Podaj równanie fali, okres oraz wychylenie z położenia równowagi punktu będącego w odległości $x = 0.75 \text{ m}$. od źródła drgań, po czasie $t = 0.01 \text{ s}$.

Aby rozwiązać to zadanie, należy skorzystać z równania fali i danych podanych w treści.

1. Równanie fali Równanie drgań zostało podane jako:

$$y(t) = 0,004 \sin(600\pi t)$$

Fala rozchodzi się z prędkością $V = 300 \text{ m/s}$.

Ogólne równanie fali jest postaci:

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \phi)$$

gdzie: - A to amplituda, - k to liczba falowa, - ω to pulsacja, - ϕ to faza początkowa (zakładamy, że $\phi = 0$ w tym przypadku).

2. Wyznaczanie okresu Pulsacja $\omega = 600\pi$, a więc:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{600\pi} = \frac{1}{300} \text{ s}$$

3. Wyznaczanie liczby falowej Liczba falowa k jest związana z długością fali λ :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

A długość fali λ można wyznaczyć z prędkości:

$$\lambda = \frac{V}{f} = V \cdot T = 300 \cdot \frac{1}{300} = 1 \text{ m}$$

$$k = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$$

4. Równanie fali Podstawiając wartości do równania fali:

$$y(x, t) = 0,004 \sin(2\pi x - 600\pi t)$$

5. Wychylenie w punkcie $x = 0.75 \text{ m}$ po czasie $t = 0.01 \text{ s}$ Podstawiamy $x = 0.75 \text{ m}$ i $t = 0.01 \text{ s}$ do równania:

$$y(0.75, 0.01) = 0,004 \sin(2\pi \cdot 0.75 - 600\pi \cdot 0.01)$$

Obliczmy argument sinusa:

$$2\pi \cdot 0.75 - 600\pi \cdot 0.01 = 1.5\pi - 6\pi = -4.5\pi$$

Ponieważ sinus jest funkcją okresową, możemy wykorzystać właściwość $\sin(x + 2k\pi) = \sin(x)$, więc:

$$\sin(-4.5\pi) = \sin(-\pi/2) = -1$$

Zatem:

$$y(0.75, 0.01) = 0,004 \cdot (-1) = -0.004 \text{ m}$$

Podsumowanie:

- Równanie fali:

$$y(x, t) = 0,004 \sin(2\pi x - 600\pi t)$$

- Okres:

$$T = \frac{1}{300} \text{ s}$$

- Wychylenie punktu: -0.004 m

To kończy rozwiązanie zadania.