

# ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

3. Dane są wektory  $\mathbf{A}=[1,2,3]$ ,  $\mathbf{B}=[-2,-1,3]$ . Obliczyć ich sumę  $\mathbf{S}=\mathbf{A}+\mathbf{B}$ , różnicę  $\mathbf{R}=\mathbf{A}-\mathbf{B}$ , iloczyny skalarne  $c=\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}$  i  $d=\mathbf{B}\cdot\mathbf{A}$  oraz wektorowe  $\mathbf{W}=\mathbf{A}\times\mathbf{B}$  i  $\mathbf{V}=\mathbf{B}\times\mathbf{A}$ .

““latex article amsmath

**Dane wejściowe:**

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

## Obliczenia

### 1. Suma: $\mathbf{S} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$

Ogólny wzór:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ a_3 + b_3 \end{bmatrix}$$

Podstawienie danych:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Przeliczenie krok po kroku:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 + (-2) \\ 2 + (-1) \\ 3 + 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 6 \end{bmatrix}$$

### 2. Różnica: $\mathbf{R} = \mathbf{A} - \mathbf{B}$

Ogólny wzór:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 - b_1 \\ a_2 - b_2 \\ a_3 - b_3 \end{bmatrix}$$

Podstawienie danych:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Przeliczenie krok po kroku:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 - (-2) \\ 2 - (-1) \\ 3 - 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

### 3. Iloczyn skalarny: $c = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$

Ogólny wzór:

$$c = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

Podstawienie danych:

$$c = 1 \cdot (-2) + 2 \cdot (-1) + 3 \cdot 3$$

Przeliczenie krok po kroku:

$$c = -2 - 2 + 9 = 5$$

### 4. Iloczyn skalarny: $d = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$

Ponieważ iloczyn skalarny jest przemienny:

$$d = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} = c = 5$$

### 5. Iloczyn wektorowy: $\mathbf{W} = \mathbf{A} \times \mathbf{B}$

Ogólny wzór:

$$\mathbf{W} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

Przekształcenie wzoru:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{bmatrix}$$

Podstawienie danych:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 2 \cdot 3 - 3 \cdot (-1) \\ 3 \cdot (-2) - 1 \cdot 3 \\ 1 \cdot (-1) - 2 \cdot (-2) \end{bmatrix}$$

Przeliczenie krok po kroku:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 6 + 3 \\ -6 - 3 \\ -1 + 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ -9 \\ 3 \end{bmatrix}$$

### 6. Iloczyn wektorowy: $\mathbf{V} = \mathbf{B} \times \mathbf{A}$

Podstawienie danych:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} -1 \cdot 3 - 3 \cdot 2 \\ 3 \cdot 1 - (-2) \cdot 3 \\ -2 \cdot 2 - (-1) \cdot 1 \end{bmatrix}$$

Przeliczenie krok po kroku:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} -3 - 6 \\ 3 + 6 \\ -4 + 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 \\ 9 \\ -3 \end{bmatrix}$$

Wyniki końcowe:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 6 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad c = 5, \quad d = 5$$
$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 9 \\ -9 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{V} = \begin{bmatrix} -9 \\ 9 \\ -3 \end{bmatrix}$$