

ROZWIĄZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

6. Siła $\mathbf{F} = 2\mathbf{i} - \mathbf{k}$ jest przyłożona do pewnego ciała w punkcie $P(4, 2, 1)$ powoduje jego obrót wokół punktu $R(1, -1, 1)$.
- Oblicz wektor ramienia działającej siły.
 - Oblicz jaki kąt tworzy wektor siły z ramieniem siły.
 - Oblicz wartość momentu siły działającej na ciało.

Aby rozwiązać to zadanie, musimy skorzystać z definicji momentu siły i kilku wzorów wektorowych. Siła $\mathbf{F} = 2\mathbf{i} - \mathbf{k}$ jest przyłożona w punkcie $P(4, 2, 1)$, a ciałem obracającym się wokół punktu $R(1, -1, 1)$.

****a)** Oblicz wektor ramienia działającej siły.

Wektor ramienia to wektor od punktu obrotu R do punktu przyłożenia siły P .

$$\mathbf{r} = \overrightarrow{RP} = (4 - 1)\mathbf{i} + (2 + 1)\mathbf{j} + (1 - 1)\mathbf{k} = 3\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$$

****b)** Oblicz kąt, jaki tworzy wektor siły z ramieniem siły.

Korzystamy z wzoru na kąt między wektorami:

$$\cos \theta = \frac{\mathbf{F} \cdot \mathbf{r}}{|\mathbf{F}| |\mathbf{r}|}$$

Najpierw obliczamy iloczyn skalarny i długości wektorów:

$$\mathbf{F} \cdot \mathbf{r} = (2\mathbf{i} - \mathbf{k}) \cdot (3\mathbf{i} + 3\mathbf{j}) = 6$$

$$|\mathbf{F}| = \sqrt{2^2 + 0^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$$

$$|\mathbf{r}| = \sqrt{3^2 + 3^2 + 0^2} = 3\sqrt{2}$$

Podstawiamy do wzoru:

$$\cos \theta = \frac{6}{\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{10}}$$

Stąd kąt $\theta = \arccos\left(\frac{2}{\sqrt{10}}\right)$.

****c)** Oblicz wartość momentu siły działającej na ciało.

Moment siły to iloczyn wektorowy wektorów \mathbf{r} i \mathbf{F} :

$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$

$$\mathbf{M} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 3 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{M} = (\mathbf{i}(3 \cdot (-1) - 0) - \mathbf{j}(3 \cdot (-1) - 0) + \mathbf{k}(3 \cdot 0 - 3 \cdot 2))$$

$$\mathbf{M} = (-3\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 6\mathbf{k})$$

Wartość momentu siły:

$$|\mathbf{M}| = \sqrt{(-3)^2 + 3^2 + (-6)^2} = \sqrt{9 + 9 + 36} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$$

To kończy rozwiązywanie zadania.