ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

3. Elektron porusza się wzdłuż osi x, a jego położenie jest dane wzorem $x = 16te^{-t}$ [m], gdzie t wyrażono w sekundach. W jakiej odległości od początku osi elektron znajduje się przez chwilę w bezruchu?

"latex article amsmath

Dane wejściowe

Położenie elektronu jest dane wzorem:

$$x(t) = 16te^{-t} [m]$$

Rozwiazanie

Szukamy momentu, w którym elektron jest w bezruchu. Oznacza to, że musimy znaleźć miejsce zerowe predkości, która jest pochodna położenia wzgledem czasu.

Krok 1: Pochodna funkcji

Pochodna funkcji x(t) wyznaczamy wzorem:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(16te^{-t})$$

Aby policzyć pochodna, używamy iloczynowego wzoru różniczkowania:

$$\frac{d}{dt}(u(t)v(t)) = u'(t)v(t) + u(t)v'(t)$$

Ustalmy:

$$u(t) = 16t, \quad v(t) = e^{-t}$$

Pochodne funkcji:

$$u'(t) = 16, \quad v'(t) = -e^{-t}$$

Zatem predkość wynosi:

$$v(t) = 16 \cdot e^{-t} + 16t \cdot (-e^{-t}) = 16e^{-t} - 16te^{-t}$$

$$v(t) = 16e^{-t}(1-t)$$

Krok 2: Wyznaczenie momentu zatrzymania

Aby elektron był w bezruchu, predkość musi być równa zero:

$$v(t) = 16e^{-t}(1-t) = 0$$

Ponieważ $(e^{-t}) \neq 0$ dla każdego t, mamy:

$$1 - t = 0$$

$$t = 1$$

Krok 3: Podstawienie wartości do wzoru

Podstawiamy t=1 do wzoru na położenie:

$$x(1) = 16 \cdot 1 \cdot e^{-1} = 16e^{-1}$$

Krok 4: Obliczenie wartości liczbowej

Zakładajac $e\approx 2.718$:

$$x(1) = 16 \cdot \frac{1}{2.718} \approx 5.88$$

Wynik końcowy

Elektron znajduje sie w odległości:

 $5.88\,\mathrm{m}$