

ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

9. Na ciało działa siła o następujących składowych: $F_x = 3(x^2 - y)$, $F_y = 2$. Siła przesuwa punkt materialny wzdłuż boków trójkąta, którego wierzchołki znajdują się w punktach: $A(0,0)$, $B(0,2)$, $C(3,0)$. Oblicz pracę wykonaną przez siłę F przy przesuwaniu punktu z $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$.

Aby obliczyć pracę wykonaną przez siłę \mathbf{F} przy przesuwaniu punktu wzdłuż boków trójkąta $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$, można wykorzystać wzór na pracę:

$$W = \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$$

Gdzie $d\mathbf{s}$ to różniczkowy wektor przesunięcia.

1. **Odcinek $A \rightarrow B$:

- Współrzędne: $A(0,0)$ do $B(0,2)$. - Ruch wzdłuż osi y , więc $dx = 0$, $dy = 2$. - Siła: $F_x = 3(x^2 - y)$, $F_y = 2$. - Praca:

$$W_1 = \int_0^2 (3(0)^2 - y) \cdot 0 \, dy + 2 \, dy = \int_0^2 2 \, dy = 4$$

2. **Odcinek $B \rightarrow C$:

- Współrzędne: $B(0,2)$ do $C(3,0)$. - Parametr t dla prostoliniowego ruchu: $x = 3t$, $y = 2 - 2t$, gdzie t zmienia się od 0 do 1. - $dx = 3 \, dt$, $dy = -2 \, dt$. - Praca:

$$F_x = 3((3t)^2 - (2 - 2t)) = 27t^2 + 4t - 2$$

$$W_2 = \int_0^1 (27t^2 + 4t - 2) \cdot 3 \, dt + 2 \cdot (-2) \, dt$$

$$= \int_0^1 (81t^2 + 12t - 6) \, dt - 4 \, dt$$

$$= \int_0^1 (81t^2 + 12t - 10) \, dt$$

$$= [27t^3 + 6t^2 - 10t]_0^1 = 27 + 6 - 10 = 23$$

3. **Odcinek $C \rightarrow A$:

- Współrzędne: $C(3,0)$ do $A(0,0)$. - Ruch jest wzdłuż osi x , więc $dy = 0$. - $F_x = 3(x^2 - 0) = 3x^2$, $F_y = 2$. - Praca:

$$W_3 = \int_3^0 3x^2 \, dx = - \int_0^3 3x^2 \, dx$$

$$= - [x^3]_0^3 = -27$$

Kombinując poszczególne prace, mamy:

$$W = W_1 + W_2 + W_3 = 4 + 23 - 27 = 0$$

Tak więc łączna praca wykonana przez siłę \mathbf{F} przy przesuwaniu wzdłuż całego trójkąta jest równa zero.