

ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

3. Równanie fali poprzecznej ma postać $y = 6\sin(0.05\pi x + 4\pi t)$, gdzie x i t wyrażone są odpowiednio w metrach i sekundach. Oblicz: a) amplitudę, b) długość fali, c) częstotliwość, d) prędkość, e) kierunek rozchodzenia się, oraz f) maksymalną poprzeczną prędkość cząstek liny. g) Oblicz poprzeczne przemieszczenie w punkcie $x = 5 \text{ m}$ w chwili $t = 0.25 \text{ s}$.

Aby rozwiązać to zadanie, zajmiemy się każdą częścią po kolei, bazując na podanym równaniu falowym $y = 6\sin(0.05\pi x + 4\pi t)$.

a) **Amplituda**: Amplituda fali to współczynnik przy funkcji sinus. W tym przypadku amplituda wynosi 6.

b) **Długość fali** (λ): Z równania falowego $\sin(kx + \omega t)$, wektor falowy $k = 0.05\pi$. Długość fali λ można obliczyć jako $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{0.05\pi} = 40 \text{ m}$.

c) **Częstotliwość** (f): Częstość katowa $\omega = 4\pi$, zatem $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{4\pi}{2\pi} = 2 \text{ Hz}$.

d) **Prędkość** (v): Prędkość fali (v) to iloraz długości fali i częstotliwości: $v = \lambda f = 40 \times 2 = 80 \text{ m/s}$.

e) **Kierunek rozchodzenia się**: Ponieważ współczynnik przy x w wyrażeniu fazy $0.05\pi x + 4\pi t$ jest dodatni, fala rozchodzi się w kierunku ujemnym osi x .

f) **Maksymalna poprzeczna prędkość cząstek liny**: Maksymalna prędkość transversalna to wartość funkcji sinusoidalnej, obliczana jako $\omega \times$ amplituda. Zatem $\omega = 4\pi$, więc prędkość wynosi $4\pi \times 6 = 24\pi \text{ m/s}$.

g) **Przemieszczenie w punkcie $x = 5 \text{ m}$ w chwili $t = 0.25 \text{ s}$** : Podstawiamy $x = 5$ i $t = 0.25$ do równania:

$$y = 6\sin(0.05\pi \times 5 + 4\pi \times 0.25)$$

$$y = 6\sin(0.25\pi + \pi)$$

$$y = 6\sin(1.25\pi)$$

Funkcja $\sin(1.25\pi) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ (ponieważ 1.25π leży w trzeciej ćwiartce, gdzie sinus jest ujemny).

$$y = 6 \times -\frac{\sqrt{2}}{2} = -3\sqrt{2}$$

m

Zatem przemieszczenie wynosi $-3\sqrt{2} \text{ m}$.