ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

5. Identyczne kule o masach *M* umieszczone są w wierzchołkach trójkąta równobocznego o boku *a*. Obliczyć wypadkową siłę grawitacji jaka działa na kulę o masie *m* umieszczoną w środku trójkąta i w środku jednego z jego boków.

article amsmath geometry a4paper, margin=1in

Dane wejściowe:

- Masa kul w wierzchołkach, M,
- Masa kuli w środku, m,
- Długość boku trójkata, a.

1. Ogólny wzór na siłe grawitacji:

Siła grawitacji pomiedzy dwoma masami m_1 i m_2 oddalonymi o odległość r jest dana wzorem:

$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

gdzie G to stała grawitacji.

2. Przekształcenie wzoru:

Ponieważ kule o masie M sa w wierzchołkach trójkata równobocznego, potrzebujemy wyznaczyć odległość r, która jest odległościa od środka do każdego wierzchołka. Środek trójkata równobocznego jest jednocześnie środkiem okregu opisanego, a odległość od środka do wierzchołka dla trójkata równobocznego wynosi:

$$r = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

3. Podstawienie danych:

Siła na kule m w środku od każdej z kul M w wierzchołkach wynosi:

$$F_g = G \frac{Mm}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = G \frac{Mm}{\frac{a^2 \cdot 3}{9}} = G \frac{9Mm}{3a^2} = G \frac{3Mm}{a^2}$$

4. Równoległy składnik wypadkowy:

Każda z kul M działa z równa siła, wiec musimy uwzglednić, że kulki działaja w symetryczny sposób. Siły sa skierowane wzgledem osi wyznaczajacej środek trójkata:

Całkowita siła grawitacji przez symetrie wynosi wiec:

$$F_{total} = 3 \times F_g = 3 \times G \frac{3Mm}{a^2} = 9G \frac{Mm}{a^2}$$

5. Wynik końcowy:

$$F_{total} = 9G \frac{Mm}{a^2}$$