

3. Druga prędkość kosmiczna dla pewnej jednorodnej kulistej planety wynosi $v_{II} = 12 \text{ km/s}$. Jaką prędkość v będzie miał w bardzo dużej odległości od planety pocisk wystrzelony z jej powierzchni z prędkością $v_0 = 13 \text{ km/s}$? Pominąć oddziaływania grawitacyjne innych ciał. Jaka jest masa i pierwsza prędkość kosmiczna tej planety jeżeli jej promień wynosi $5 \cdot 10^3 \text{ km}$.

““latex article amsmath

Dane wejściowe

Druga prędkość kosmiczna $v_{II} = 12 \text{ km/s}$,

Prędkość początkowa $v_0 = 13 \text{ km/s}$,

Promień planety $R = 5 \cdot 10^3 \text{ km}$.

Wzory

Druga prędkość kosmiczna:

$$v_{II} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \quad (1)$$

Przekształcenie wzoru dla masy M planety:

$$M = \frac{v_{II}^2 R}{2G} \quad (2)$$

Ponadto, prędkość w dużej odległości od planety v :

$$v = \sqrt{v_0^2 - v_{II}^2} \quad (3)$$

Pierwsza prędkość kosmiczna:

$$v_I = \sqrt{\frac{GM}{R}} \quad (4)$$

Rozwiązanie

1. Obliczenie masy M planety

Podstawienie danych do wzoru (2):

$$\begin{aligned} M &= \frac{(12 \times 10^3 \text{ m/s})^2 \cdot (5 \times 10^6 \text{ m})}{2 \cdot 6.674 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2} \\ &= \frac{144 \times 10^6 \cdot 5 \times 10^6}{1.3348 \times 10^{-10}} \text{ kg} \\ &= 5.4 \times 10^{24} \text{ kg} \end{aligned}$$

2. Prędkość v w dużej odległości

Podstawienie danych do wzoru (3):

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{(13 \times 10^3 \text{ m/s})^2 - (12 \times 10^3 \text{ m/s})^2} \\ &= \sqrt{169 \times 10^6 - 144 \times 10^6} \text{ m/s} \\ &= \sqrt{25 \times 10^6} \text{ m/s} \\ &= 5 \times 10^3 \text{ m/s} \end{aligned}$$

3. Pierwsza predkość kosmiczna

Podstawienie danych do wzoru (4):

$$\begin{aligned}v_{\text{I}} &= \sqrt{\frac{6.674 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 \cdot 5.4 \times 10^{24} \text{ kg}}{5 \times 10^6 \text{ m}}} \\&= \sqrt{\frac{3.60456 \times 10^{14}}{5 \times 10^6}} \text{ m/s} \\&= \sqrt{7.20912 \times 10^7} \text{ m/s} \\&= 8.49 \times 10^3 \text{ m/s}\end{aligned}$$

Wyniki

Masa planety: $5.4 \times 10^{24} \text{ kg}$

Predkość v : 5 km/s

Pierwsza predkość kosmiczna v_{I} : 8.49 km/s