

# ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

4. Potencjał elektryczny pewnego pola wynosi  $V(x, y) = (7 \text{ V/m}^2)x^2 - (6 \text{ V/m}^3)y^3$ . Jakie jest natężenie pola  $\mathbf{E}$  w punkcie  $\mathbf{r} = (3 \text{ m}, 5 \text{ m})$ ? Wyznaczyć wartość, kierunek i zwrot  $\mathbf{E}$ .

Aby znaleźć natężenie pola elektrycznego  $\mathbf{E}$  dla potencjału  $V(x, y) = (7 \text{ V/m}^2)x^2 - (6 \text{ V/m}^3)y^3$ , należy obliczyć gradient potencjału:

$$\mathbf{E} = -\nabla V$$

Gradient to wektor z pochodnymi czastkowymi:

$$\nabla V = \left( \frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y} \right)$$

Obliczmy więc pochodne:

1. Pochodna względem  $x$ :

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( (7 \text{ V/m}^2)x^2 - (6 \text{ V/m}^3)y^3 \right) = 2 \times 7 \text{ V/m}^2 \cdot x = 14 \text{ V/m}^2 \cdot x$$

2. Pochodna względem  $y$ :

$$\frac{\partial V}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( (7 \text{ V/m}^2)x^2 - (6 \text{ V/m}^3)y^3 \right) = -3 \times 6 \text{ V/m}^3 \cdot y^2 = -18 \text{ V/m}^3 \cdot y^2$$

Podstawiamy te pochodne do wzoru:

$$\mathbf{E} = - \left( 14 \text{ V/m}^2 \cdot x, -18 \text{ V/m}^3 \cdot y^2 \right)$$

Czyli:

$$\mathbf{E} = (-14x, 18y^2)$$

Teraz obliczamy wartości  $\mathbf{E}$  w punkcie  $(3 \text{ m}, 5 \text{ m})$ :

$$E_x = -14 \cdot 3 = -42 \text{ V/m}$$

$$E_y = 18 \cdot (5)^2 = 18 \cdot 25 = 450 \text{ V/m}$$

Natężenie pola elektrycznego  $\mathbf{E}$  w punkcie  $(3 \text{ m}, 5 \text{ m})$  wynosi:

$$\mathbf{E} = (-42 \text{ V/m}, 450 \text{ V/m})$$

Moduł tego wektora:

$$|\mathbf{E}| = \sqrt{(-42)^2 + 450^2} = \sqrt{1764 + 202500} = \sqrt{204264} \approx 451.95 \text{ V/m}$$

Wektor  $\mathbf{E}$  jest skierowany w stronę  $(-42, 450)$  i ma moduł około  $451.95 \text{ V/m}$ .