

ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

1. Gęstość prądu w przewodniku o kształcie walca o promieniu $R = 2 \text{ mm}$ jest jednakowa na całym przekroju przewodnika i równa $J = 2 \cdot 10^5 \text{ A/m}^2$. Ile wynosi natężenie prądu przepływającego przez zewnętrzną warstwę przewodnika w obszarze między odległościami radialnymi $R/2$ i R ? Załóżmy, że gęstość prądu przez powierzchnię przekroju zależy od odległości radialnej r zgodnie ze wzorem: $J = ar^2$, gdzie $a = 3 \cdot 10^{11} \text{ A/m}^4$ i r wyrażone jest w metrach. Ile wynosi obecnie natężenie prądu przepływającego przez tę samą zewnętrzną warstwę przewodnika?

Aby rozwiązać to zadanie, musimy najpierw obliczyć natężenie prądu dla obu sytuacji.

Dla jednorodnej gęstości prądu:

1. **Podane dane:** - $R = 2 \text{ mm} = 0.002 \text{ m}$ - $J = 2 \times 10^5 \text{ A/m}^2$
2. **Obliczamy natężenie prądu w zewnętrznej warstwie ($R/2$ do R):**

Całkowity przekrój to πR^2 . Obszar dla r od $R/2$ do R można obliczyć jako różnicę:

$$A = \pi R^2 - \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} \pi R^2$$

Natężenie prądu I :

$$I = J \cdot A = 2 \times 10^5 \cdot \frac{3}{4} \pi \cdot (0.002)^2$$

3. **Obliczamy wynik:**

$$I = 2 \times 10^5 \cdot \frac{3}{4} \pi \cdot 4 \times 10^{-6}$$
$$I = 1.5 \times 10^{-3} \text{ A}$$

Dla zmiennej gęstości prądu:

1. **Podane dane:** - $J = ar^2$ - $a = 3 \times 10^{11} \text{ A/m}^4$
2. **Obliczamy natężenie prądu dla $R/2$ do R :

$$I = \int_{R/2}^R J \cdot 2\pi r \, dr = \int_{R/2}^R ar^2 \cdot 2\pi r \, dr = 2\pi a \int_{R/2}^R r^3 \, dr$$

3. **Rozwiązujemy całkę:**

$$2\pi a \int_{R/2}^R r^3 \, dr = 2\pi a \left[\frac{r^4}{4} \right]_{R/2}^R$$
$$= 2\pi a \left(\frac{R^4}{4} - \frac{(R/2)^4}{4} \right)$$
$$= 2\pi a \left(\frac{R^4}{4} - \frac{R^4}{64} \right)$$
$$= 2\pi a \cdot \frac{15R^4}{64 \cdot 4}$$

4. **Obliczamy wynik:**

$$I = 2\pi \cdot 3 \times 10^{11} \cdot \frac{15 \cdot (0.002)^4}{256}$$

$$I \approx 0.011 \text{ A}$$

Ostateczne wyniki: - Natężenie prądu dla jednorodnej gęstości: $I \approx 1.5 \text{ mA}$ - Natężenie dla zmiennej gęstości: $I \approx 11 \text{ mA}$