

ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

1. Gęstość prądu w przewodniku o kształcie walca o promieniu $R = 2 \text{ mm}$ jest jednakowa na całym przekroju przewodnika i równa $J = 2 \cdot 10^5 \text{ A/m}^2$. Ile wynosi natężenie prądu przepływającego przez zewnętrzną warstwę przewodnika w obszarze między odległościami radialnymi $R/2$ i R ? Załóżmy, że gęstość prądu przez powierzchnię przekroju zależy od odległości radialnej r zgodnie ze wzorem: $J = ar^2$, gdzie $a = 3 \cdot 10^{11} \text{ A/m}^4$ i r wyrażone jest w metrach. Ile wynosi obecnie natężenie prądu przepływającego przez tę samą zewnętrzną warstwę przewodnika?

****Dane wejściowe:****

$$R = 2 \text{ mm} = 0,002 \text{ m}$$

$$J = 2 \times 10^5 \text{ A/m}^2$$

$$a = 3 \times 10^{11} \text{ A/m}^4$$

****Określone obszary:****

$$r_1 = \frac{R}{2} = 0,001 \text{ m}$$

$$r_2 = R = 0,002 \text{ m}$$

****Obliczenia:****

Przepływ prądu przez pierścień w obszarze od r_1 do r_2 można obliczyć jako:

$$I = \int_{r_1}^{r_2} J \cdot 2\pi r \, dr$$

Dla jednolitej gęstości prądu:

$$I_1 = J \cdot \int_{r_1}^{r_2} 2\pi r \, dr$$

Obliczamy całkę:

$$I_1 = 2\pi J \left[\frac{r^2}{2} \right]_{r_1}^{r_2} = \pi J (r_2^2 - r_1^2)$$

Podstawiamy wartości:

$$I_1 = \pi \times 2 \times 10^5 \times (0,002^2 - 0,001^2)$$

$$I_1 = \pi \times 2 \times 10^5 \times (4 \times 10^{-6} - 1 \times 10^{-6})$$

$$I_1 = \pi \times 2 \times 10^5 \times 3 \times 10^{-6}$$

$$I_1 = 600\pi \times 10^{-1} = 60\pi \text{ A}$$

Dla zmiennej gęstości prądu:

$$J(r) = ar^2$$

Przepływ prądu I_2 wynosi:

$$I_2 = \int_{r_1}^{r_2} ar^2 \cdot 2\pi r \, dr$$

$$I_2 = 2\pi a \int_{r_1}^{r_2} r^3 dr$$

Obliczamy całkę:

$$I_2 = 2\pi a \left[\frac{r^4}{4} \right]_{r_1}^{r_2} = \frac{\pi a}{2} (r_2^4 - r_1^4)$$

Podstawiamy wartości:

$$I_2 = \frac{\pi \times 3 \times 10^{11}}{2} \times (0,002^4 - 0,001^4)$$

$$I_2 = \frac{\pi \times 3 \times 10^{11}}{2} \times (16 \times 10^{-12} - 1 \times 10^{-12})$$

$$I_2 = \frac{3\pi \times 10^{11}}{2} \times 15 \times 10^{-12}$$

$$I_2 = \frac{45\pi}{2} \text{ A} = 22,5\pi \text{ A}$$

****Wynik:****

Dla stałej gęstości prądu:

$$\boxed{60\pi \text{ A}}$$

Dla zmiennej gęstości prądu:

$$\boxed{22,5\pi \text{ A}}$$