8. Obliczyć wektor prędkości i przyspieszenia dla wektora wodzącego **r** = r cos(ωt+φ_0) **i** + r sin(ωt+φ_0) **j**, gdzie r, ω, φ_0 są stałe. Wykazać za pomocą odpowiednich obliczeń jaki to jest ruch.

"'latex article amsmath amssymb

Dane wejściowe

Dany jest wektor wodzacy:

$$\mathbf{r}(t) = r\cos(\omega t + \varphi_0)\mathbf{i} + r\sin(\omega t + \varphi_0)\mathbf{j}$$

gdzie r, ω, φ_0 sa stałymi.

Wektor predkości

Aby znaleźć wektor predkości $\mathbf{v}(t)$, obliczamy pochodna wektora $\mathbf{r}(t)$ wzgledem czasu t:

$$\mathbf{v}(t) = \frac{d\mathbf{r}(t)}{dt}$$

Obliczanie pochodnej:

$$\frac{d}{dt}[r\cos(\omega t + \varphi_0)] = -r\omega\sin(\omega t + \varphi_0)$$
$$\frac{d}{dt}[r\sin(\omega t + \varphi_0)] = r\omega\cos(\omega t + \varphi_0)$$

Podstawiajac, otrzymujemy wektor predkości:

$$\mathbf{v}(t) = -r\omega\sin(\omega t + \varphi_0)\mathbf{i} + r\omega\cos(\omega t + \varphi_0)\mathbf{j}$$

Wektor przyspieszenia

Aby znaleźć wektor przyspieszenia $\mathbf{a}(t)$, obliczamy pochodna wektora $\mathbf{v}(t)$ wzgledem czasu t:

$$\mathbf{a}(t) = \frac{d\mathbf{v}(t)}{dt}$$

Obliczanie pochodnej:

$$\frac{d}{dt}[-r\omega\sin(\omega t + \varphi_0)] = -r\omega^2\cos(\omega t + \varphi_0)$$
$$\frac{d}{dt}[r\omega\cos(\omega t + \varphi_0)] = -r\omega^2\sin(\omega t + \varphi_0)$$

Podstawiajac, otrzymujemy wektor przyspieszenia:

$$\mathbf{a}(t) = -r\omega^2\cos(\omega t + \varphi_0)\mathbf{i} - r\omega^2\sin(\omega t + \varphi_0)\mathbf{j}$$

Wynik końcowy

Wektor predkości:

$$\mathbf{v}(t) = -r\omega \sin(\omega t + \varphi_0)\mathbf{i} + r\omega \cos(\omega t + \varphi_0)\mathbf{j}$$

Wektor przyspieszenia:

$$\mathbf{a}(t) = -r\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0)\mathbf{i} - r\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0)\mathbf{j}$$

Wynika stad, że ruch jest **ruchem jednostajnym po okregu** o promieniu r z predkościa katowa ω.