

ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

4. Oblicz moment bezwładności cienkiego jednorodnego pręta o masie m i długości l względem osi centralnej (przechodzącej przez jego środek). Korzystając z twierdzenia Steinera oblicz moment bezwładności względem osi przechodzącej przez koniec pręta.

****Obliczenie momentu bezwładności cienkiego, jednorodnego pręta:****

Aby obliczyć moment bezwładności pręta względem jego osi centralnej (przechodzącej przez środek), używamy wzoru:

$$I_{\text{środek}} = \frac{1}{12}ml^2$$

gdzie: - m to masa pręta, - l to długość pręta.

****Stosowanie twierdzenia Steinera (twierdzenie o osi równoległej):****

Twierdzenie Steinera mówi, że moment bezwładności względem osi równoległej do osi środkowej i przesuniętej o odległość d jest równy:

$$I = I_{\text{środek}} + md^2$$

Dla osi przechodzącej przez koniec pręta, $d = \frac{l}{2}$.

Zatem:

$$I_{\text{koniec}} = \frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2$$

$$I_{\text{koniec}} = \frac{1}{12}ml^2 + m\frac{l^2}{4}$$

$$I_{\text{koniec}} = \frac{1}{12}ml^2 + \frac{3}{12}ml^2$$

$$I_{\text{koniec}} = \frac{4}{12}ml^2$$

$$I_{\text{koniec}} = \frac{1}{3}ml^2$$

Wiec moment bezwładności pręta względem osi przechodzącej przez jego koniec wynosi:

$$I_{\text{koniec}} = \frac{1}{3}ml^2$$