

ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

4. Ciało o masie m zawieszone na sprężynie wykonuje drgania harmoniczne nietłumione. W chwili $t = 0$ wychylenie wynosi x_1 . Maksymalna prędkość ciała w czasie ruchu wynosi v_m , maksymalne przyspieszenie a_m .
Obliczyć:
a) okres drgań
b) amplitudę drgań
c) współczynnik sprężystości sprężyny.

Dane wejściowe:

Niech: - x_1 = wychylenie w chwili $t = 0$ - v_m = maksymalna predkość - a_m = maksymalne przyspieszenie - m = masa ciała

Rozwiązanie:

a) Okres drgań

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

gdzie ω to częstotliwość kołowa,

$$\omega = \frac{v_m}{A}$$

A (amplituda) można wyrazić z maksymalnego przyspieszenia:

$$a_m = \omega^2 A \implies A = \frac{a_m}{\omega^2}$$

Podstawiamy A do wyrażenia na ω :

$$\omega = \frac{v_m}{\frac{a_m}{\omega^2}} = \frac{v_m \cdot \omega^2}{a_m}$$
$$\omega^3 = \frac{v_m \cdot \omega^2}{a_m} \implies \omega = \sqrt{\frac{a_m}{v_m}}$$

Podstawiamy do ω i znajdujemy T :

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{a_m}{v_m}}} = 2\pi \sqrt{\frac{v_m}{a_m}}$$

b) Amplituda drgań

Amplituda A zostaje wyrażona jako:

$$A = \frac{v_m}{\omega} = \frac{v_m}{\sqrt{\frac{a_m}{v_m}}}$$

$$A = v_m \cdot \sqrt{\frac{v_m}{a_m}}$$

c) Współczynnik sprężystości sprężyny k

Wyrażenie na ω w funkcji k :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Z $\omega = \sqrt{\frac{a_m}{v_m}}$ mamy

$$\sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{a_m}{v_m}}$$

$$\frac{k}{m} = \frac{a_m}{v_m}$$

Podstawiamy i znajdujemy k :

$$k = m \cdot \frac{a_m}{v_m}$$

****Wyniki końcowe:****

- Okres drgań:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{v_m}{a_m}}$$

- Amplituda drgań:

$$A = v_m \cdot \sqrt{\frac{v_m}{a_m}}$$

- Współczynnik sprężystości sprężyny:

$$k = m \cdot \frac{a_m}{v_m}$$