

ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

6. Punkt materialny o masie m porusza się po trajektorii opisanej równaniami:

$$X(t) = X_0 \sin(\omega t) \text{ oraz } Y(t) = Y_0 \cos(\omega t).$$

- a) Oblicz składowe wektora przyspieszenia w tym ruchu,
- b) Oblicz wartość siły poruszającej to ciało po 2 sekundzie.

Dane:

$$X(t) = X_0 \sin(\omega t),$$

$$Y(t) = Y_0 \cos(\omega t).$$

a) **Oblicz składowe wektora przyspieszenia w tym ruchu.**

$$\text{Ogólny wzór na przyspieszenie } \vec{a}(t) = \frac{d^2 \vec{r}(t)}{dt^2}$$

$$\text{Równanie położenia: } \vec{r}(t) = \begin{bmatrix} X(t) \\ Y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_0 \sin(\omega t) \\ Y_0 \cos(\omega t) \end{bmatrix}$$

Wzory na pochodne:

Pierwsza pochodna:

$$\frac{dX(t)}{dt} = X_0 \omega \cos(\omega t),$$

$$\frac{dY(t)}{dt} = -Y_0 \omega \sin(\omega t).$$

Druga pochodna:

$$\frac{d^2 X(t)}{dt^2} = -X_0 \omega^2 \sin(\omega t),$$

$$\frac{d^2 Y(t)}{dt^2} = -Y_0 \omega^2 \cos(\omega t).$$

$$\text{Składowe wektora przyspieszenia: } \vec{a}(t) = \begin{bmatrix} -X_0 \omega^2 \sin(\omega t) \\ -Y_0 \omega^2 \cos(\omega t) \end{bmatrix}$$

b) **Oblicz wartość siły poruszającej to ciało po 2 sekundzie.**

$$\text{Wzór na siłę: } \vec{F}(t) = m \vec{a}(t)$$

$$t = 2 \text{ sekundy}$$

Podstawienie do wzoru na przyspieszenie:

$$a_x(2) = -X_0 \omega^2 \sin(2\omega),$$

$$a_y(2) = -Y_0 \omega^2 \cos(2\omega).$$

Siła w czasie $t = 2$:

$$\vec{F}(2) = m \cdot \begin{bmatrix} -X_0 \omega^2 \sin(2\omega) \\ -Y_0 \omega^2 \cos(2\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -m X_0 \omega^2 \sin(2\omega) \\ -m Y_0 \omega^2 \cos(2\omega) \end{bmatrix}$$

$$|\vec{F}(2)| = \sqrt{(-m X_0 \omega^2 \sin(2\omega))^2 + (-m Y_0 \omega^2 \cos(2\omega))^2}$$

$$= m \omega^2 \sqrt{(X_0 \sin(2\omega))^2 + (Y_0 \cos(2\omega))^2}$$

Ostateczny wynik:

$$|\vec{F}(2)| = m \omega^2 \sqrt{(X_0 \sin(2\omega))^2 + (Y_0 \cos(2\omega))^2}$$