

8. Dwie poziome tarcze wirują wokół pionowej osi przechodzącej przez ich środek. Momenty bezwładności tarcz wynoszą I_1, I_2 , a ich prędkości kątowe ω_1, ω_2 . Po upadku tarczy górnej na dolną obie tarcze (w wyniku działania sił tarcia) obracają się dalej jak jedno ciało. Obliczyć:
- prędkość kątową tarcz połączeniu,
 - pracę wykonaną przez siły tarcia.

““latex article amsmath

Rozwiązanie:

Dane:

I_1 = moment bezwładności pierwszej tarczy

I_2 = moment bezwładności drugiej tarczy

ω_1 = prędkość kątowa pierwszej tarczy

ω_2 = prędkość kątowa drugiej tarczy

a) Prędkość kątowa tarcz po połączeniu:

Z zasady zachowania momentu pędu:

$$I_1\omega_1 + I_2\omega_2 = (I_1 + I_2)\omega \quad (1)$$

Przekształcając wzór do postaci ogólnej:

$$\omega = \frac{I_1\omega_1 + I_2\omega_2}{I_1 + I_2} \quad (2)$$

Podstawiamy dane i obliczamy:

$$\omega = \frac{I_1\omega_1 + I_2\omega_2}{I_1 + I_2}$$

Prędkość kątowa po połączeniu:

$$\boxed{\omega}$$

b) Praca wykonana przez siły tarcia:

Początkowa energia kinetyczna:

$$E_i = \frac{1}{2}I_1\omega_1^2 + \frac{1}{2}I_2\omega_2^2 \quad (3)$$

Końcowa energia kinetyczna:

$$E_f = \frac{1}{2}(I_1 + I_2)\omega^2 \quad (4)$$

Praca wykonana przez siły tarcia:

$$W = E_i - E_f \quad (5)$$

Podstawianie danych i obliczenia:

$$\begin{aligned} E_i &= \frac{1}{2}I_1\omega_1^2 + \frac{1}{2}I_2\omega_2^2 \\ E_f &= \frac{1}{2}(I_1 + I_2) \left(\frac{I_1\omega_1 + I_2\omega_2}{I_1 + I_2} \right)^2 \\ W &= E_i - E_f \end{aligned}$$

Praca wykonana przez siły tarcia:

$$\boxed{W}$$