ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

4. Winda porusza się ruchem opisanym równaniem: y(t) = e^{-t} ·(2t+1) [m].
a) Oblicz szybkość i przyspieszenie windy w chwili początkowej.
b) Określ jakim ruchem porusza się winda.
c) W którą stronę ona jedzie?
d) Po jakim czasie winda dojeżdża na maksymalną wysokość?

"'latex article amsmath

Dane wejściowe

Równanie opisujace ruch windy:

$$y(t) = e^{-t} \cdot (2t+1) \quad [\mathrm{m}]$$

a) Szybkość i przyspieszenie w chwili poczatkowej

Szybkość $v(t)$ to pochodna położenia $y(t)$ wzgledem czasu t:

$$v(t) = \frac{dy(t)}{dt}$$

Korzystajac z iloczynu, mamy:

$$\frac{d}{dt}[e^{-t}(2t+1)] = e^{-t} \cdot \frac{d}{dt}(2t+1) + (2t+1) \cdot \frac{d}{dt}(e^{-t})$$

Dla $\frac{d}{dt}(2t+1)$ mamy:

$$\frac{d}{dt}(2t+1) = 2$$

Dla $\frac{d}{dt}(e^{-t})$ mamy:

$$\frac{d}{dt}(e^{-t}) = -e^{-t}$$

Podstawiajac, otrzymujemy:

$$v(t) = e^{-t} \cdot 2 + (2t+1) \cdot (-e^{-t})$$

$$v(t) = 2e^{-t} - (2t+1)e^{-t}$$

$$v(t) = e^{-t}(2 - 2t - 1)$$

$$v(t) = e^{-t}(-2t+1)$$

Szybkość w chwili poczatkowej $t = 0$:

$$v(0) = e^{0}(-2 \cdot 0 + 1) = 1 \quad [\mathrm{m/s}]$$

Przyspieszenie $a(t)$ to pochodna szybkości $v(t)$ wzgledem czasu t:

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt}$$

Korzystajac z iloczynu, mamy:

$$\frac{d}{dt}[e^{-t}(-2t+1)] = e^{-t} \cdot \frac{d}{dt}(-2t+1) + (-2t+1) \cdot \frac{d}{dt}(e^{-t})$$

Dla $\frac{d}{dt}(-2t+1)$ mamy:

$$\frac{d}{dt}(-2t+1) = -2$$

Podstawiajac, otrzymujemy:

$$a(t) = e^{-t} \cdot (-2) + (-2t+1)(-e^{-t})$$

$$a(t) = -2e^{-t} + (2t-1)e^{-t}$$

$$a(t) = e^{-t}(2t-3)$$

Przyspieszenie w chwili poczatkowej $t = 0$:

$$a(0) = e^0(2 \cdot 0 - 3) = -3 \quad [\mathrm{m/s^2}]$$

b) Określenie ruchu windy

Na podstawie przyspieszenia $a(0) = -3\,\mathrm{m/s^2}$, winde przyspiesza w dół.

c) Kierunek ruchu

Na podstawie szybkości $v(0) = 1\,\mathrm{m/s}$, winde porusza sie w góre w chwili poczatkowej.

d) Maksymalna wysokość

Maksymalna wysokość osiagamy, gdy szybkość $v(t) = 0$.

$$e^{-t}(-2t+1) = 0$$

Skoro $e^{-t} \neq 0$, równanie sprowadza sie do:

$$-2t + 1 = 0$$

$$2t = 1$$

$$t = \frac{1}{2}$$

Maksymalna wysokość jest osiagnieta po czasie:

$$\boxed{\frac{1}{2}\,\mathrm{s}}$$