

# ROZWIAZANIE WYGENEROWANE PRZEZ CHAT GPT

4. Zależna od czasu siła działając na ciało o masie  $m = 4$  kg powoduje jego przesunięcie o  $x = 2t - 3t^2 + t^3$  ( $x$  w metrach,  $t$  w sekundach). Wyznaczyć pracę siły zewnętrznej w ciągu pierwszych trzech sekund.

““latex article amsmath

## Dane wejściowe

$$\begin{aligned}m &= 4 \text{ kg} \\x(t) &= 2t - 3t^2 + t^3 \\t &\in [0, 3] \text{ s}\end{aligned}$$

## Ogólny wzór na pracę

Praca  $W$  wykonywana przez siłę jest dana wzorem:

$$W = \int F dx$$

Z wzoru II zasady dynamiki Newtona mamy:

$$F = m \cdot a$$

Przyspieszenie  $a$  to druga pochodna przemieszczenia  $x(t)$  po czasie:

$$a(t) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

## Przekształcenie wzoru

Równanie przemieszczenia:

$$x(t) = 2t - 3t^2 + t^3$$

Pierwsza pochodna (predkość):

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = 2 - 6t + 3t^2$$

Druga pochodna (przyspieszenie):

$$a(t) = \frac{d^2x}{dt^2} = -6 + 6t$$

Podstawiamy przyspieszenie do wzoru na siłę:

$$F(t) = m \cdot a(t) = 4 \cdot (-6 + 6t) = -24 + 24t$$

Praca  $W$  dla przedziału od  $t = 0$  do  $t = 3$ :

$$W = \int_0^3 F(t) \cdot \frac{dx}{dt} dt$$

Podstawiamy:

$$W = \int_0^3 (-24 + 24t) \cdot (2 - 6t + 3t^2) dt$$

## Przeliczenie krok po kroku

Rozwijamy iloczyn w całce:

$$(-24 + 24t) \cdot (2 - 6t + 3t^2) = (-48 + 144t - 72t^2) + (48t - 144t^2 + 72t^3)$$

Sprowadzamy podobne wyrazy:

$$= -48 + 192t - 216t^2 + 72t^3$$

Całkujemy każdy składnik osobno:

$$\begin{aligned} W &= \int_0^3 (-48 + 192t - 216t^2 + 72t^3) dt \\ &= [-48t + 96t^2 - 72t^3 + 18t^4]_0^3 \end{aligned}$$

Podstawiamy wartości graniczne:

$$= (-48 \cdot 3 + 96 \cdot 3^2 - 72 \cdot 3^3 + 18 \cdot 3^4) - 0$$

Obliczamy:

$$= (-144 + 864 - 1944 + 1458)$$

$$= 234$$

## Wynik końcowy

Praca wykonana przez siłę to: **234 J**