

Отчет по лабораторной работе №2

Задача о погоне - вариант 67

Камила Мухтарова НПИбд-01-20

Содержание

1	Цель работы	4
2	Задание	5
3	Выполнение лабораторной работы	6
3.1	Условие задачи	8
3.2	Код программы (Julia)	8
3.3	Код программы (Scilab)	10
3.4	Решение	11
4	Выводы	15

List of Figures

3.1	траектории для случая 1 (Scilab)	11
3.2	траектории для случая 1 (Julia)	12
3.3	траектории для случая 2 (Scilab)	13
3.4	траектории для случая 2 (Julia)	13

1 Цель работы

Приведем один из примеров построения математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задач поиска. Например, рассмотрим задачу преследования браконьеров береговой охраной. На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии k км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в n раза больше скорости браконьерской лодки. Необходимо определить по какой траектории необходимо двигаться катеру, чтоб нагнать лодку.

2 Задание

1. Провести необходимые рассуждения и вывод дифференциальных уравнений, если скорость катера больше скорости лодки в n раз.
2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Определить по графику точку пересечения катера и лодки.

3 Выполнение лабораторной работы

Принимаем за $t_0 = 0$, $X_0 = 0$ - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, $X_0 = k$ - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров $x_0 = 0$ ($\theta = x_0 = 0$), а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны.

Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер $x - k$ (или $x + k$, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как $\frac{x}{v}$ или $\frac{x+k}{v}$ (для второго случая $\frac{x-k}{v}$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние можно найти из следующего уравнения: $\frac{x}{v} = \frac{x+k}{v}$ - в первом случае, $\frac{x}{v} = \frac{x-k}{v}$ во втором случае.

Отсюда мы найдем два значения x_1 и x_2 , задачу будем решать для двух случаев.

$$x_1 = \frac{k}{n+1}, \text{ при } \theta = 0$$

$$x_2 = \frac{k}{n-1}, \text{ при } \theta = -\pi$$

После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: v_r - радиальная скорость и v_t - тангенциальная скорость. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер

удаляется от полюса $v_r = \frac{dr}{dt}$. Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем $v = \frac{dr}{dt}$. Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости $\frac{d\theta}{dt}$ на радиус r , $v_t = r \frac{d\theta}{dt}$. Найдем тангенциальную скорость для нашей задачи $v_t = r \frac{d\theta}{dt}$. Вектора образуют прямоугольный треугольник, откуда по теореме Пифагора можно найти тангенциальную скорость $v_t = \sqrt{n^2 v_r^2 - v^2}$. Поскольку, радиальная скорость равна v , то тангенциальную скорость находим из уравнения $v_t = \sqrt{n^2 v^2 - v^2}$. Следовательно, $v_t = v \sqrt{n^2 - 1}$.

Тогда получаем $r \frac{d\theta}{dt} = v \sqrt{n^2 - 1}$

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = v \sqrt{n^2 - 1} \end{cases}$$

с начальными условиями

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = \frac{k}{n+1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = \frac{k}{n-1} \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по t , можно перейти к следующему уравнению: $\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{n^2 - 1}}$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах. Теперь, когда нам известно все, что нам нужно, построим траекторию движения катера и лодки для двух случаев.

3.1 Условие задачи

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 19.1 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 5.2 раза больше скорости браконьерской лодки

3.2 Код программы (Julia)

```
using DifferentialEquations
using Plots
```

```
n = 5.2
s = 19.1
fi = 3/4*pi
```

```
function f(r, p, t)
    dr = r/sqrt(n^2-1)
    return dr
end
```

```
function f2(t)
    xt = tan(fi+pi)*t
    return xt
end
```

```
r0 = s/(n+1)
```



```

theta0 = collect(LinRange(0, 2*pi, 10000))
prob = ODEProblem(f, r0, (0, 2*pi))
sol = solve(prob, saveat=theta0)

t = collect(LinRange(0.000000001, 8, 1000))
r1=[]
tetha1=[]
for i in t
    push!(r1, sqrt(i^2 + f2(i)^2))
    push!(tetha1, atan(f2(i)/i))
end

plot(sol, proj=:polar, label="катер")
plot!(tetha1, r1, proj=:polar, label="лодка")

savefig("01lj.png")

r0 = s/(n-1)

theta0 = collect(LinRange(0, 2*pi, 10000))
prob = ODEProblem(f, r0, (0, 2*pi))
sol = solve(prob, saveat=theta0)
t = collect(LinRange(0.000000001, 15, 1000))
r1=[]
tetha1=[]
for i in t
    push!(r1, sqrt(i^2 + f2(i)^2))
    push!(tetha1, atan(f2(i)/i))
end

```

```

plot(sol, proj=:polar, label="катер")
plot!(tetha1, r1, proj=:polar, label="лодка")

savefig("02lj.png")

```

3.3 Код программы (Scilab)

```

n = 5.2
k = 19.1
fi = 3*%pi/4

function dr=f(tetha, r)
    dr = r/sqrt(n*n-1)
endfunction

r0 = k/(n+1)
tetha0 = 0
tetha = 0:0.01:2*%pi
r = ode(r0, tetha0, tetha, f)

function xt=f2(t)
    xt=cos(fi)*t
endfunction
t=0:1:800
plot2d(t, f2(t), style = color('red'))
polarplot(tetha, r, style = color('green'))

```

```

r0 = k/(n-1)
r = ode(r0, tetha0, tetha, f)
figure()
plot2d(t, f2(t), style = color('red'))
polarplot(tetha, r, style = color('green'))

```

3.4 Решение

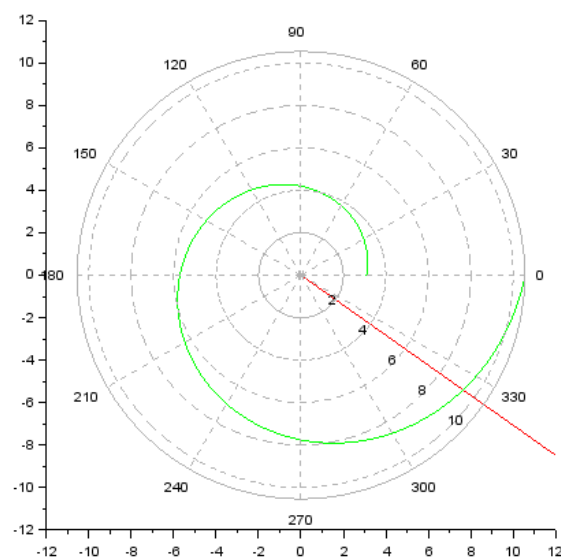


Figure 3.1: траектории для случая 1 (Scilab)

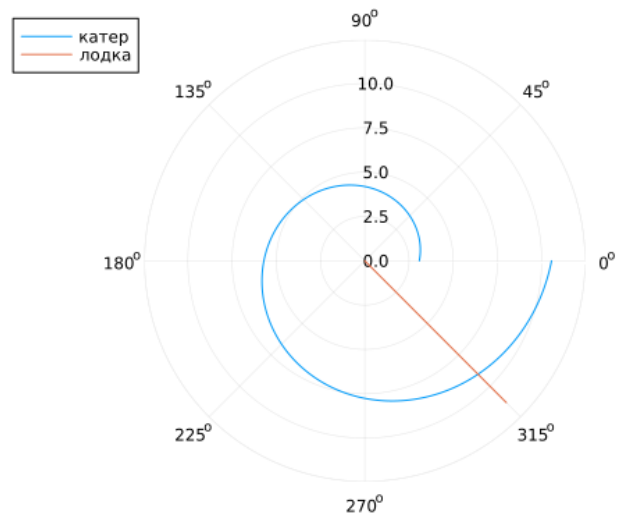


Figure 3.2: траектории для случая 1 (Julia)

Точка пересечения красного и зеленого графиков - точка пересечения катера и лодки, исходя из графика, имеет координаты

$$\begin{cases} \theta = 315 \\ r = 9.5 \end{cases}$$

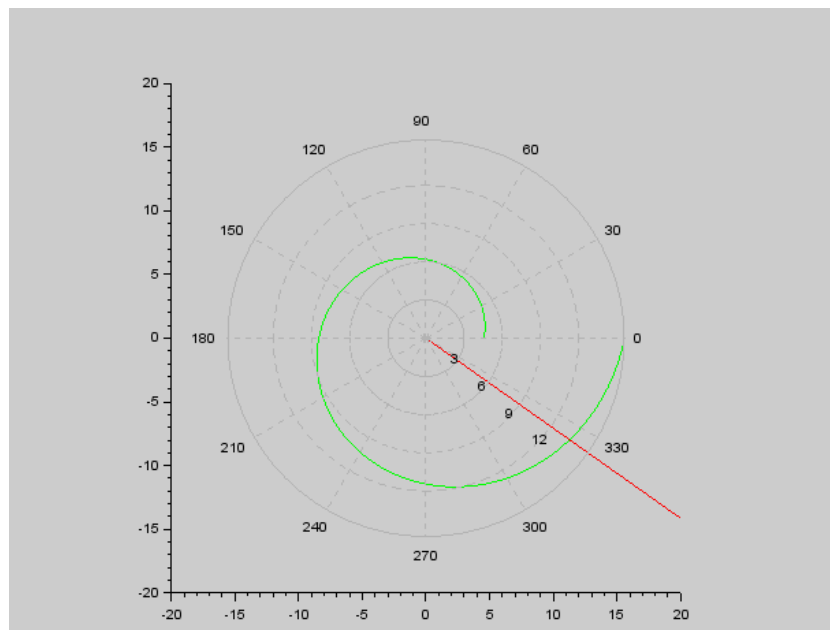


Figure 3.3: траектории для случая 2 (Scilab)

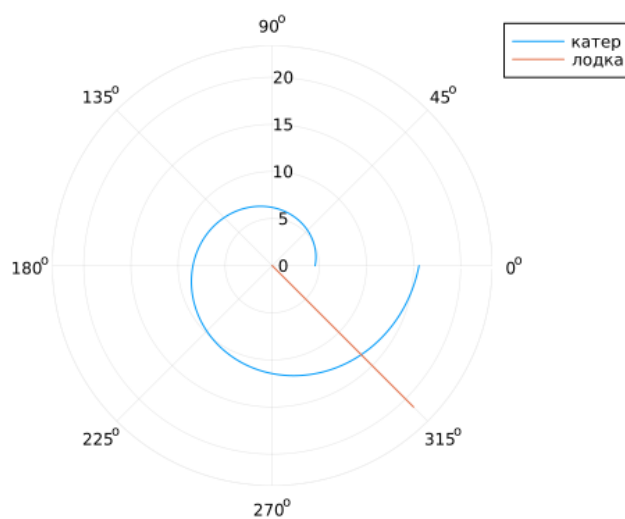


Figure 3.4: траектории для случая 2 (Julia)

Точка пересечения красного и зеленого графиков - точка пересечения катера и

лодки, исходя из графика, имеет координаты

$$\begin{cases} \theta = 315 \\ r = 13.5 \end{cases}$$

Наблюдаем, что при погоне «по часовой стрелке» для достижения цели требуется пройти меньшее расстояние.

4 Выводы

Рассмотрели задачу о погоне. Провели анализ и вывод дифференциальных уравнений. Смоделировали ситуацию.