

# **Отчет по лабораторной работе №5**

**Модель хищник-жертва - вариант 67**

Камила Мухтарова НПИбд-01-20

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>6</b>
3.1	Теоретические сведения . . . . .	6
3.2	Задача . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Выводы</b>	<b>11</b>
	<b>Список литературы</b>	<b>12</b>

## List of Figures

3.1	График численности жертв и хищников от времени . . . . .	8
3.2	График численности хищников от численности жертв . . . . .	8
3.3	График численности жертв и хищников от времени . . . . .	10
3.4	График численности хищников от численности жертв . . . . .	10

# 1 Цель работы

Изучить модель хищник-жертва

## 2 Задание

1. Построить график зависимости  $x$  от  $y$  и графики функций  $x(t)$ ,  $y(t)$
2. Найти стационарное состояние системы

## 3 Выполнение лабораторной работы

### 3.1 Теоретические сведения

В данной лабораторной работе рассматривается математическая модель системы «Хищник-жертва».

Рассмотрим базисные компоненты системы. Пусть система имеет  $X$  хищников и  $Y$  жертв. И пусть для этой системы выполняются следующие предположения: (Модель Лотки-Вольтерра) 1. Численность популяции жертв и хищников зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории) 2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает 3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными 4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается 5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = (-ax(t) + by(t)x(t)) \\ \frac{dy}{dt} = (cy(t) - dy(t)x(t)) \end{cases}$$

Параметр  $a$  определяет коэффициент смертности хищников,  $b$  – коэффициент естественного прироста хищников,  $c$  – коэффициент прироста жертв и  $d$  – коэффициент смертности жертв

В зависимости от этих параметров система и будет изменяться. Однако следует выделить одно важное состояние системы, при котором не происходит

никаких изменений как со стороны хищников, так и со стороны жертв. Это, так называемое, стационарное состояние системы. При нем, как уже было отмечено, изменение численности популяции равно нулю. Следовательно, при отсутствии изменений в системе  $\frac{dx}{dt} = 0, \frac{dy}{dt} = 0$

Пусть по условию есть хотя бы один хищник и хотя бы одна жертва:  $x > 0, y > 0$  Тогда стационарное состояние системы определяется следующим образом:

$$x_0 = \frac{a}{b}, y_0 = \frac{c}{d}$$

## 3.2 Задача

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.81x(t) + 0.048y(t)x(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.76y(t) - 0.038y(t)x(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях:  $x_0 = 7, y_0 = 29$  Найдите стационарное состояние системы

Решение в OpenModelica

```
model pr5
```

```
Real x(start=7);
```

```
Real y(start=29);
```

```
parameter Real a=0.81;
```

```
parameter Real b=0.048;
```

```
parameter Real c=0.76;
```

```
parameter Real d=0.038;
```

```

equation
    der(x) = -a*x + b*x*y;
    der(y) = c*y - d*x*y;

end pr5;

```

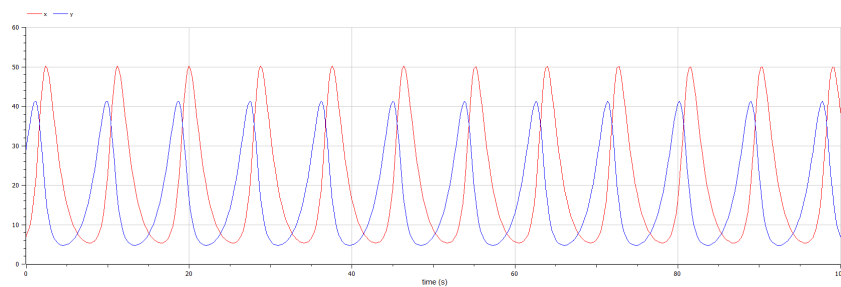


Figure 3.1: График численности жертв и хищников от времени

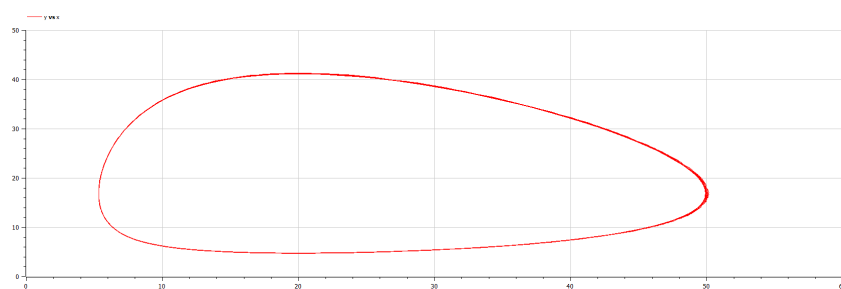


Figure 3.2: График численности хищников от численности жертв

Решение в Julia

```

using Plots
using DifferentialEquations

```

```

x0 = 7
y0 = 29
u0 = [x0; y0]

```



```

t0 = 0
tmax = 100
tspan = (t0, tmax)
t = collect(LinRange(t0, tmax, 1000))

a = 0.81
b = 0.048
c = 0.76
d = 0.038

function syst(dy, y, p, t)
    dy[1] = -a*y[1] + b*y[1]*y[2]
    dy[2] = c*y[2] - d*y[1]*y[2]
end

prob = ODEProblem(syst, u0, tspan)

sol = solve(prob, saveat = t)

plot(sol)

savefig("03.png")

plot(sol, idxs=(1, 2))

savefig("04.png")

```

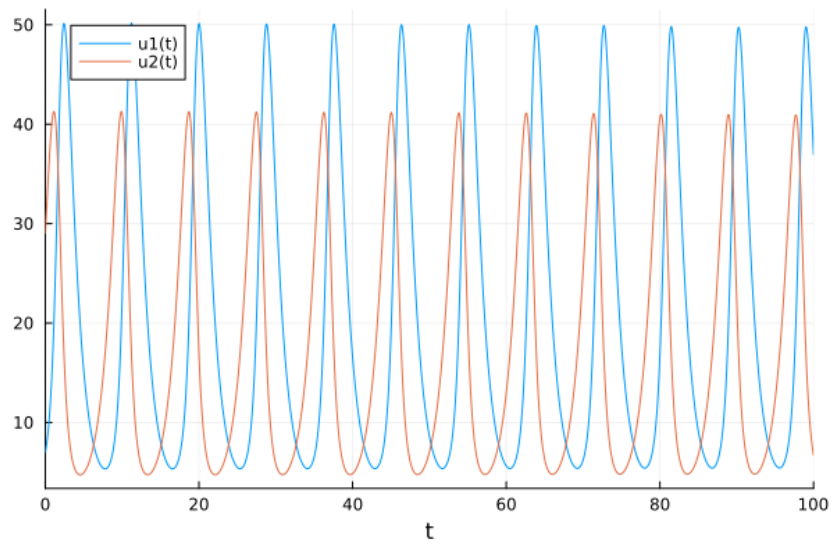


Figure 3.3: График численности жертв и хищников от времени

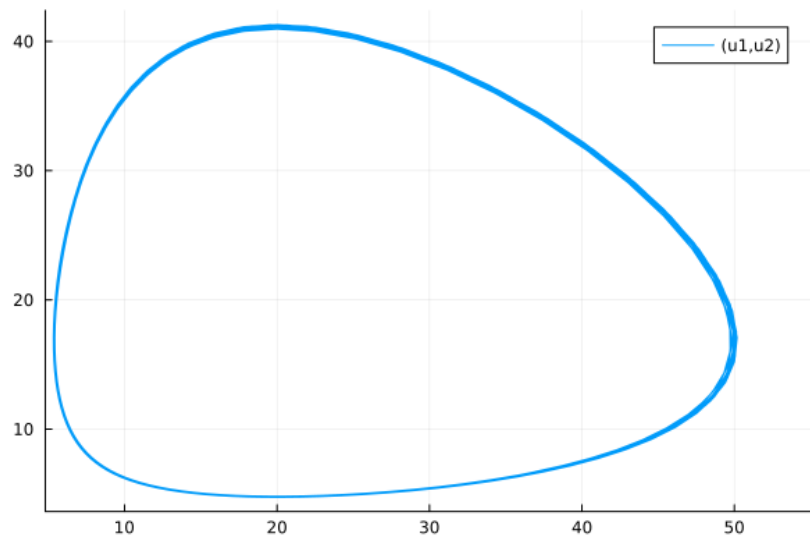


Figure 3.4: График численности хищников от численности жертв

Стационарное состояние  $x_0 = \frac{a}{b} = 16.875$ ,  $y_0 = \frac{c}{d} = 20$

## **4 Выводы**

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель хищник-жертва и построены графики.

# Список литературы

1. Модель Лотки-Вольтерры
2. Lotka-Volterra System