

Zestaw 8

Zadanie 1. Z grona 15 osób mają być wybrane 3 komisje składające się odpowiednio z 3,4,5 osób.

- (a) Ile takich zbiorów komisji można utworzyć jeżeli żadna z osób nie może pracować w więcej niż jednej komisji
- (b) Ile takich zbiorów komisji można utworzyć jeżeli nie ma ograniczeń na liczbę komisji, w których każda z osób może pracować?

Zadanie 2. Na ile sposobów można utworzyć trzy rozłączne komisje spośród 13 osób jeżeli muszą one mieć odpowiednio:

- (a) 5,3,2 osób
- (b) 4,3,3 osób
- (c) po 3 osoby

Zadanie 3. Ile różnych sygnałów można utworzyć umieszczając obok siebie w pionowej kolumnie dziewięć flag z których 3 są białe 2 czerwone a 4 niebieskie

Zadanie 4. Niech S będzie zbiorem wszystkich ciągów o długości dziesięć złożonych z cyfr 0,1,2.

- (a) Ile elementów ma zbiór S ?
- (b) Ile ciągów należących do S ma dokładnie 5 jedynek i 5 zer?
- (c) Ile ciągów należących do S ma dokładnie 3 jedynki i 7 zer?
- (d) Ile ciągów należących do S ma dokładnie 3 zera i 4 jedynki i 3 dwójki?
- (e) Ile ciągów należących do S ma co najmniej 1 zero co najmniej 1 jedynkę i co najmniej 1 dwójkę

Zadanie 5. Na ile różnych sposobów można podzielić 19 studentów na 5 zespołów w tym 2 zespoły po 5 osób i 3 zespoły po 3 osoby tak aby

- (a) każdy zespół studiował inny spośród 5 danych tematów
- (b) każdy zespół studiuje ten sam temat

- Zadanie 6. Na ile sposobów można podzielić zbiór złożony z $2n$ elementów na dwa zbiory po n elementów w każdym?
- Zadanie 7. Worek zawiera 50 szklanych kulek w 4 różnych kolorach. Wyjaśnij dlaczego jest co najmniej 13 kulek tego samego koloru.
- Zadanie 8. Worek zawiera 50 szklanych kulek w 4 różnych kolorach. Jeżeli czerwonych kulek jest dokładnie 8, to wyjaśnij dlaczego jest co najmniej 14 kulek tego samego koloru.
- Zadanie 9. Przypuśćmy, że 73 kulki zostały umieszczone w ośmiu pudełkach.
- (a) Wykaż, że jedno z pudełek zawiera co najmniej 10 kulek.
 - (b) Wykaż, że jeśli 2 pudełka są puste to jakieś pudełko zawiera co najmniej 13 kulek
- Zadanie 10. Dane jest 9 nieujemnych liczb rzeczywistych a_1, \dots, a_9 , których sumą jest 90
- (a) Wykaż, że wśród tych liczb istnieją takie trzy, których suma równa się co najmniej 30.
 - (b) Wykaż, że wśród tych liczb istnieją takie cztery, których suma równa się co najmniej 40.
- Zadanie 11. Wykaż, że jeśli 10 nieujemnych liczb całkowitych ma sumę 101 to muszą istnieć wśród nich trzy takie, których suma wynosi co najmniej 31.
- Zadanie 12. Janowicz ma 13 tygodni na przygotowanie się do zawodów. Dziennie trenuje przynajmniej 1 raz a tygodniowo co najwyżej 10 razy. Udowodnij, że istnieje ciąg kolejnych dni w których będzie trenował dokładnie 51 razy
- Zadanie 13. Student ma 9 tygodni aby przygotować się do egzaminu z Matematyki Dyskretnej. Dziennie postanowił uczyć się co najmniej jedną godzinę ale tygodniowo nie może łącznie uczyć się więcej niż 9 godzin. Udowodnij, że będzie istniał ciąg takich kolejnych dni, że student będzie uczył się dokładnie 44 godziny