

## Zestaw 2

---

### Zadanie 1.

Zbadaj skróconą metodę zero jedynkową, że podane schematy nie są tautologicznymi.

a)  $\sim (p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$

b)  $\sim (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$

c)  $\sim [(p \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow p)]$

d)  $(p \Rightarrow q) \wedge \sim (\sim p \vee q)$

e)  $(p \Rightarrow q) \wedge (\sim p \Rightarrow q)$

f)  $(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)$

g)  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\sim p \Rightarrow \sim q)$

### Zadanie 2.

Zbadaj skróconą metodę zero jedynkową, które schematy są tautologią

a)  $[p \wedge q] \Rightarrow r \Rightarrow [(p \wedge \sim r) \Rightarrow \sim q]$

b)  $[p \wedge q] \Rightarrow r \Rightarrow [(p \wedge \sim q) \Rightarrow \sim r]$

c)  $[p \vee (q \wedge r)] \Rightarrow [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$

d)  $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow [(p \Rightarrow r)]$

e)  $[(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow q)] \Rightarrow [(p \vee r) \Rightarrow q]$

### Zadanie 3.

Wykorzystaj regułę podstawiania (a) zastępując zmienną  $q$  zdaniem  $p \Rightarrow q$  by otrzymać nowe tautologie

- a)  $\sim q \Rightarrow (q \Rightarrow p)$
- b)  $[p \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow q$
- c)  $p \vee \sim p$
- d)  $(p \vee q) \Leftrightarrow ((\sim q) \Rightarrow p)$

#### Zadanie 4.

Podaj reguły wnioskowania odpowiadające implikacjom logicznym

- a)  $[p \Leftrightarrow q] \wedge [q \Leftrightarrow r] \vee (p \Leftrightarrow r)$
- b)  $[(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s)] \Rightarrow [(p \vee r) \Rightarrow (q \vee s)]$
- c)  $[(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s)] \Rightarrow [(\sim q \wedge \sim s) \Rightarrow (\sim p \wedge \sim r)]$

#### Zadanie 5.

Korzystając z reguły podstawiania (b) utwórz zdania logiczne równoważne do danych zdań

- a)  $((p \Rightarrow q) \wedge r) \vee ((p \Rightarrow q) \Rightarrow r) \Leftrightarrow ((p \Rightarrow q) \vee r)$
- b)  $[((p \wedge q) \Rightarrow r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r]$
- c)  $[[r \vee (q \wedge p)] \Rightarrow ((q \wedge p) \Rightarrow r)] \Rightarrow [(p \wedge q) \Leftrightarrow r]$

#### Zadanie 6.

Niech  $P$  będzie zdaniem

$$[p \wedge (q \vee r)] \vee \sim [p \vee (q \vee r)]$$

Zamieńmy  $q \vee r$  na  $q \wedge r$  i otrzymamy zdanie  $P^*$ . Czy  $P \Rightarrow P^*$ ? Czy  $P$  jest tautologią? Czy to była reguła podstawiana (a)?

### Zadanie 7.

Pokaż, że jeśli pierwsze wystąpienie  $p$  w tautologii  $p \Rightarrow [q \Rightarrow (p \wedge q)]$  zostanie zastąpione zdaniem  $p \vee q$  to otrzymane zdanie nie jest tautologią.

To ćwiczenie pokazuje, iż należy zachować dużą ostrożność przy korzystaniu z reguły podstawiania (a).

### Zadanie 8.

- a) Pokaż, że zdania  $p \vee q$  i  $p \wedge q$  są logicznie równoważne ze zdaniami w których występują tylko spójniki  $\sim$  oraz  $\Rightarrow$
- b) Pokaż, że zdania  $p \vee q$  i  $p \Rightarrow q$  są logicznie równoważne ze zdaniami w których występują tylko spójniki  $\sim$  oraz  $\wedge$

### Zadanie 9.

Kreska Sheffera to spójnik  $|$  zdefiniowany następująco

$p$	$q$	$p q$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

(nazwa informatyczna NAND)

Pokaż, że

- a)  $p|q \Leftrightarrow \sim (p \wedge q)$
- b)  $\sim p \Leftrightarrow p|p$
- c)  $p \vee q \Leftrightarrow (p|p)|(q|q)$   
Znajdź zdanie logiczne równoważne zdaniu  $p \wedge q$  w którym występuje tylko kreska Sheffera
- d) zrób powyższe polecenie dla zdań  $p \Rightarrow q$  oraz  $p \oplus q$

**Zadanie 10.**

Jeżeli dostanę pracę i będę ciężko pracował to będę awansować.

Jeżeli będę awansować to będę zadowolony.

Nie będę zadowolony. Zatem, albo nie dostanę pracy albo nie będę ciężko pracować.

Zapisz powyższe rozumowanie za pomocą symboli logiki i przeprowadź dowód formalny rozumowania. (p,c,a,z)