

Zestaw 12 Grafy 1

Zadanie 1.

Narysuj graf, który ma 5 wierzchołków i 8 krawędzi

- a) jest grafem prostym,
- b) nie jest grafem prostym ale nie ma pętli,
- c) nie jest grafem prostym ale nie ma krawędzi wielokrotnych.

Zadanie 2.

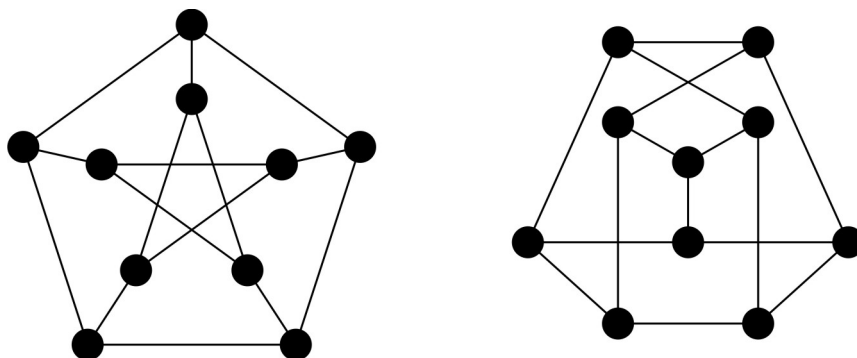
Narysuj graf mający sześć wierzchołków i

- a) ciąg stopni $(3, 3, 5, 5, 5, 5)$,
- b) ciąg stopni $(2, 3, 3, 4, 5, 5)$.

Czy istnieje graf prosty spełniający warunek a)?

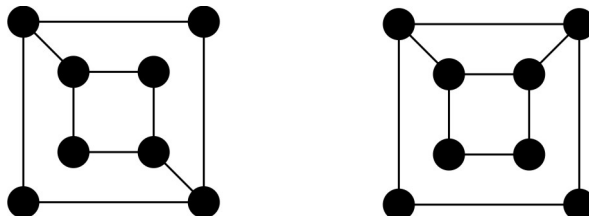
Zadanie 3.

Wykaż, iż podane grafy są izomorficzne:



Zadanie 4.

Czy podane grafy są izomorficzne?



Zadanie 5.

Narysuj następujące grafy:

- a) N_5 ,
- b) K_7 ,
- c) $K_{2,4}$,
- d) sumę grafów $K_{1,3}$ oraz P_4 ,
- e) dopełnienie C_8 ,
- f) dopełnienie dopełnienia $K_{2,3}$,
- g) graf kubiczny mający co najwyżej 8 wierzchołków,
- h) 4 podgrafy grafu Petersena.

Zadanie 6.

Graf pełny trójdzielny $K_{r,s,t}$ składa się z 3 zbiorów wierzchołków mających mających odpowiednio r, s, t elementów. Jego krawędzie łączą dwa wierzchołki wtedy i tylko wtedy, gdy te wierzchołki są w różnych zbiorach.

Narysuj graf $K_{2,2,3}$ oraz $K_{3,3,2}$ oraz wyznacz liczbę krawędzi grafu $K_{3,4,5}$

Zadanie 7.

Sprawdź czy następujące zdania są prawdziwe czy fałszywe

- a) każde dwa grafy izomorficzne mają ten sam ciąg stopni,
- b) każde dwa grafy mające ten sam ciąg stopni są izomorficzne.

Zadanie 8.

Ile krawędzi ma każdy z następujących grafów:

- a) K_{10} ,
- b) $K_{5,7}$,
- c) W_8 ,
- d) graf Petersena.

Zadanie 9.

Narysuj wszystkie grafy proste kubiczne mające co najwyżej 8 wierzchołków.

Zadanie 10.

Graf prosty izomorficzny ze swoim dopełnieniem nazywamy grafem samodopełniającym.

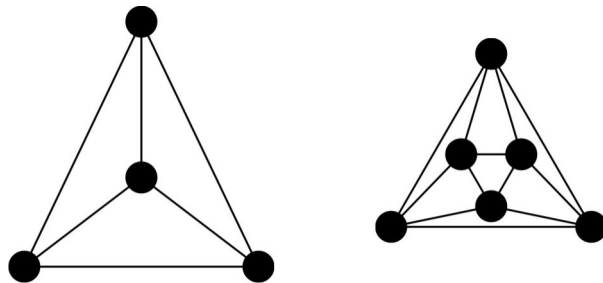
Narysuj graf samodopełniający o

- a) 4 wierzchołkach,
- b) 5 wierzchołkach,
- c) 8 wierzchołkach.

Zadanie 11.

Grafem krawędziowym $L(G)$ grafu prostego G nazywamy graf, którego wierzchołki stoją we wzajemnej jednoznacznej odpowiedniości z krawędziami grafu G i taki, że jego wierzchołki są sąsiednie wtedy i tylko wtedy, gdy odpowiadające im krawędzie grafu G są sąsiednie.

- a) Pokaż, że K_3 i $K_{1,3}$ mają ten sam graf krawędziowy.
- b) Pokaż, że graf krawędziowy czworościanu jest grafem ośmiościanu.



Zadanie 12.

Pokaż, że istnieje grupa 5 osób w której nie ma ani 3 osób znających się nawzajem ani 3 osób takich, że żadna nie zna dwóch pozostałych.