

## Zestaw 13 Grafy 2

---

Zadanie 1. Znajdź w grafie Petersena

- (a) cykle długości 5, 6, 8, 9
- (b) zbiór rozspajający
- (c) rozcięcia składające się z 3, 4, 5 krawędzi
- (d) zbiór rozdzielający

Zadanie 2. Obwodem grafu nazywamy długość najkrótszego cyklu w tym grafie. Wyznacz obwód grafu  $K_9, K_{5,7}, C_8, W_8$ , Petersena.

Zadanie 3. Udowodnij, że jeśli każdy cykl w grafie spójnym prostym ma długość parzystą to ten graf jest grafem dwudzielnym.

Zadanie 4. Udowodnij, że graf prosty i jego dopełnienie nie mogą być jednocześnie niespójne.

Zadanie 5. Wyznacz liczby  $\lambda(G)$  oraz  $\kappa(G)$  dla następujących grafów

- (a) graf z Rysunku 1, (sześciianu, ośmiościanu)
- (b)  $C_6$
- (c)  $W_6$
- (d)  $K_{4,7}$
- (e)  $K_5$
- (f)  $S_{100}$

Zadanie 6. Wykaż, że jeśli graf jest spójny i minimalny stopień wierzchołka wynosi  $k$  to  $\lambda(G) \leq k$ . Narysuj graf  $G$  w którym minimalny stopień wierzchołka wynosi 4 oraz  $\kappa(G) < \lambda(G) < 4$ .

Zadanie 7. Które z następujących grafów są eulerowskie (póleulerowskie). Które są hamiltonowskie (półhamiltonowskie)?

- (a)  $K_5$
- (b)  $K_{2,3}$

- (c)  $W_8$
- (d) graf sześcianu
- (e) graf ośmiościanu
- (f) graf Petersena

Zadanie 8. (a) Dla jakich wartości  $n$  graf  $K_n$  jest eulerowski (hamiltonowski)  
 (b) Które grafy pełne dwudzielne są eulerowskie(hamiltonowski)  
 (c) Które grafy platońskie są eulerowskie(hamiltonowski)  
 (d) Dla jakich wartości  $n$  koło  $W_n$  jest eulerowskie(hamiltonowskie)

Zadanie 9. Narysuj drzewo które jest grafem pełnym dwudzielnym. Uzasadnij, że każde drzewo jest grafem dwudzielnym.

Zadanie 10. Uzasadnij, że jeśli graf dwudzielny ma nieparzystą liczbę wierzchołków, to nie jest grafem hamiltonowskim. Wyprowadź stąd wniosek, że  $T_{2n+1}$  oraz  $P_{2n+1}$  nie są hamiltonowskie.

Zadanie 11. Wykaż, na rysunku że istnieje 6(z dokładnością do izomorfizmu) drzew mających 6 wierzchołków i 11 drzew mających 7 wierzchołków.

Zadanie 12. Podaj grafy z twierdzenia Caylea dla  $n=4$  oraz  $n=5$ .

Zadanie 13. Narysuj wszystkie drzewa spinające grafu  $W_8$ ,  $K_4$ , sześcianu.

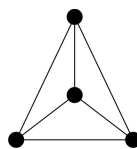
Zadanie 14. Wyznacz  $\gamma(G)$ (rzęd cykliczności) oraz  $\epsilon(G)$ (rzęd spójności) dla następujących grafów

- (a)  $K_{3,4} \cup W_5$
- (b)  $\overline{C_5} \cup S_5$

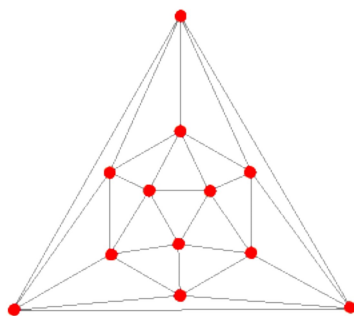
Zadanie 15. Czy istnieje na rysunku 1 graf platoński dwudzielny?

Zadanie 16. Wyznacz dla grafu z rysunku 1  $\gamma(G), \epsilon(G), \lambda(G), \kappa(G), \delta(G), \Delta(G)$ . Czy jest to graf eulerowski(półeulerowski), hamiltonowski(półhamiltonowski), dwudzielny?

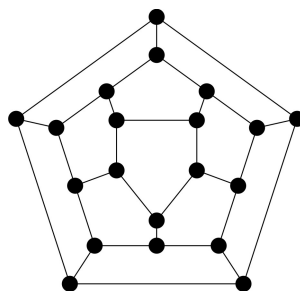
czworościan



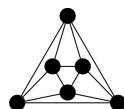
dwudziestościan



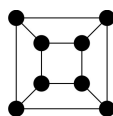
dwunastościan



ośmiościan



sześcian



graf-g2

