Московский государственный университет
имени М. В. Ломоносова
Факультет вычислительной математики и кибернетики

Отчет по заданию №6

«Сборка многомодульных программ. Вычисление корней уравнений и определенных интегралов.»

Вариант 2/2/2

Выполнил:
студент 105 группы
Камловская Н. О.

Преподаватель:
Гуляев Д. А.

Москва
2022

Содержание

Постановка задачи

- Требуется реализовать численный метод, позволяющий вычислять площадь плоской фигуры, ограниченной тремя кривыми, путём нахождения точек пересечения кривых и вычисления площади под графиками кривых на соответствующих отрезках:

- Площадь под графиком необходимо искать квадратурной формулой трапеций.

- Вершины фигуры необходимо искать методом хорд.

- Отрезок для применения метода нахождения корней должен быть вычислен аналитически.

- Требуемая точность вычисления площади $\varepsilon = 0.001$.

Математическое обоснование

Пусть искомый корень уравнения f(x) = 0 изолирован на некотором сегменте [a, b]. Предположим, что данная функция имеет на этом сегменте монотонную и непрерывную производную, сохраняющую опреееделенный знак. При этом возможны четыре случая:

1.$f'(x)$ не убывает и положительна на $[a, b]$

2.$f'(x)$ не возрастает и отрицательна на $[a, b]$

3.$f'(x)$ не возрастает и положительна на $[a, b]$

4.$f'(x)$ не убывает и отрицательна на $[a, b]$

В 1 и 2 случаях справедлива индукционная формула

$x_{n+1} = x_n - (b - x_n)f(x_n)/(f(b) - f(x_n))$

В 3 и 4 случаях справедлива индукционная формула

$x_{n+1} = x_n - (a - x_n)f(x_n)/(f(a) - f(x_n))$

Причем $lim_{n \to \infty} x_n = c$, где$f(c) = 0$. Такая последовательность будет сходиться к корню, значит можно получить значение с какой угодно точностью. (согласно методу хорд [1])

Заданые функции приведены ниже (рис. 1) ε_1 ε_2

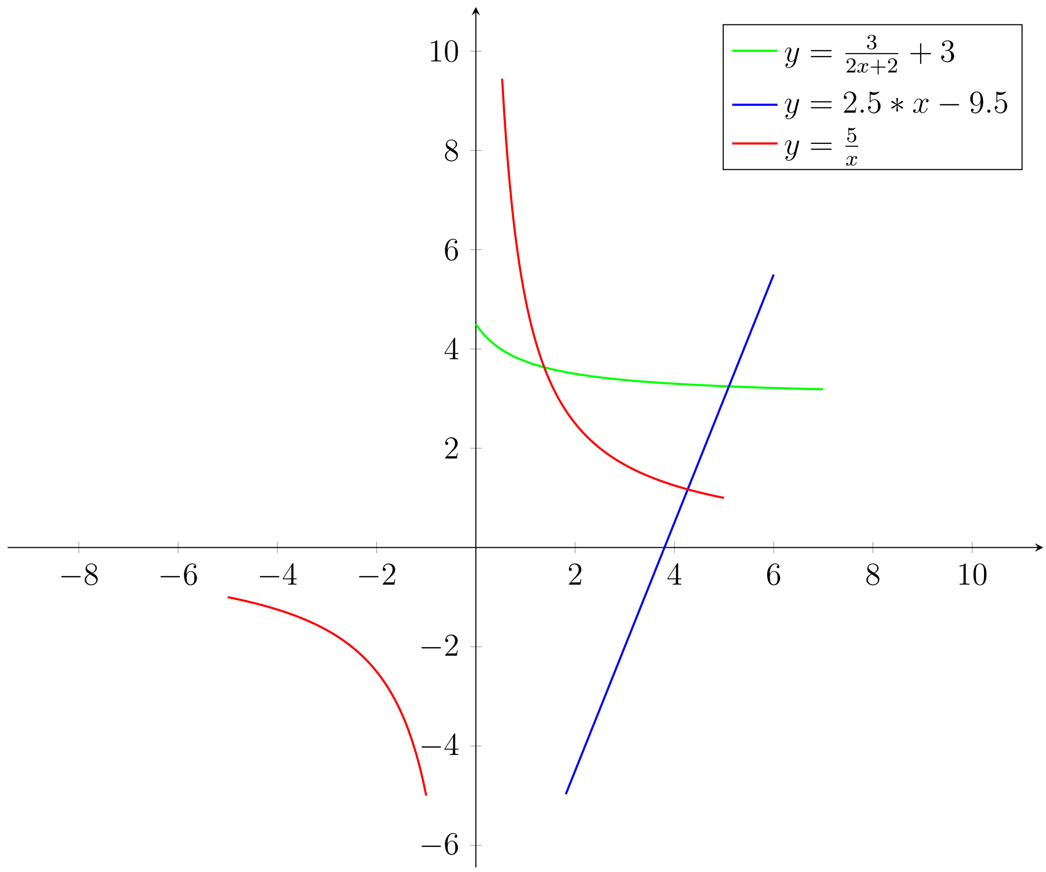

Рис. 1: Плоская фигура, ограниченная графиками заданных уравнений

Результаты экспериментов

В данном разделе необходимо провести результаты проведенных вычислений: координаты точек пересечения (таблица 1) и площадь полученной фигуры.

Кривые	x	y
1 и 2	5.098	3.246
2 и 3	4.269	1.171
1 и 3	1.377	3.631

Таблица 1: Координаты точек пересечения

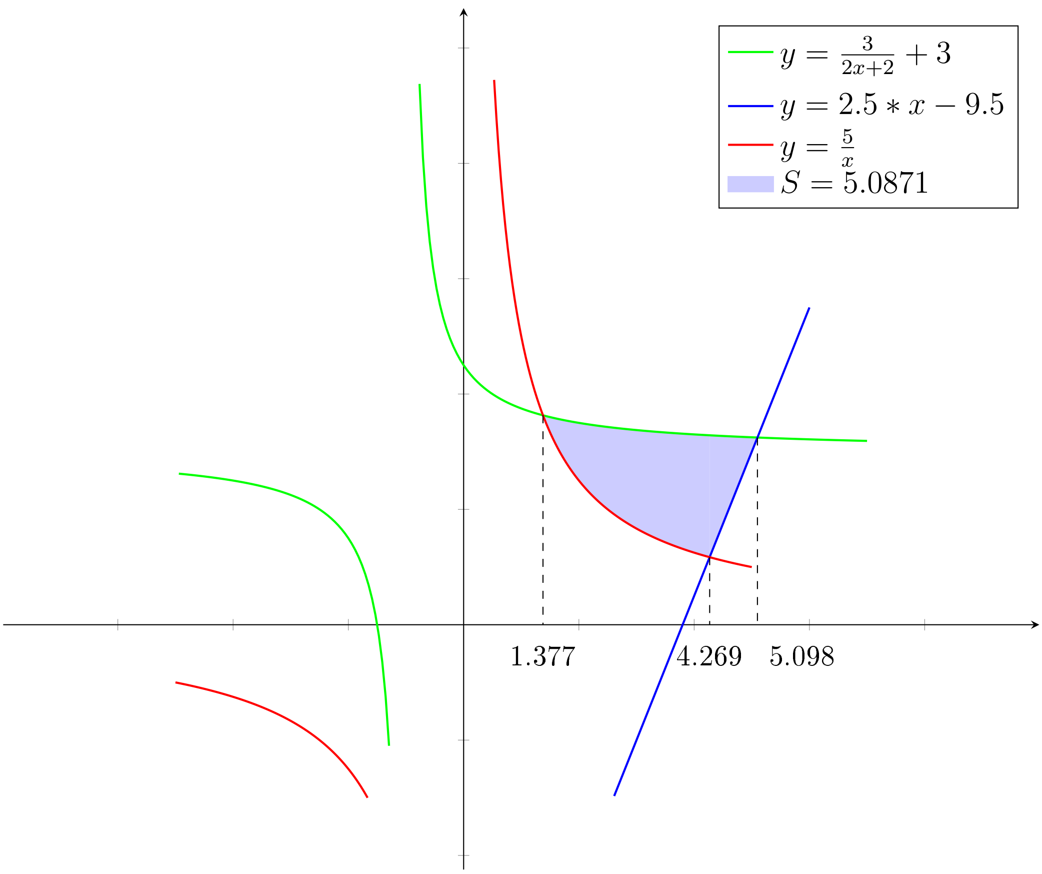

Рис. 2: Плоская фигура, ограниченная графиками заданных уравнений

Структура программы и спецификация функций

Модуль f.asm:

1. $floatf1(floatx)$возвращает значение $\frac{3}{2x+2}+3$
2. $floatf2(floatx)$ возвращает значение $2.5*x-9.5$
3. $floatf3(floatx)$ возвращает значение $\frac{5}{x}$

Модуль main.c:

1.float $root(float(*f)(float), float(*g)(float), floata, floatb, floateps1)$
Вычисляет точку пересечения функций f и g на отрезке [a,b]
с точностью eps1, используя метод хорд.
2.float $integral(float(*f)(float), floata, floatb, floateps2)$
вычисляет площадь под графиком функции f на отрезке [a, b]
с точностью eps2, используя метод трапеций.
3.float $root-testing()$
Получает в качестве аргументов 2 из трех предложенных функций,
отрезок [a,b], значение eps и верный ответ.
Вычисляет точку пересечения функций на отрезке с точностью eps ,
используя метод хорд.
4.float $integral-testing()$
Получает в качестве аргументов одну из трех предложенных функций,
отрезок [a,b], значение eps и верный ответ.
Вычисляет значение интеграла функции на отрезке [a,b].
5.int $main(intargc, char**argv)$
ункция main

Сборка программы (Make-файл)

- all: prog
- prog: main.o f.o

  gcc -m32 -o prog main.o f.o
- main.o: main.c

  gcc -m32 -c main.c
- f.o: f.asm

  nasm -f elf32 f.asm
- clean:

  rm -rf *.o prog

Отладка программы, тестирование функций

Тестирование численных методов провидилось на тестовых функциях $f4(floatx) = x$,$f5(floatx) = \frac{1}{x}$, $f6(floatx) = x^2 - 3x + 3$

Тесты функции root

1. $root(f4, f5, 0.5, 1.5, 0.001) = 1$; функции $f4$ и $f5$
пересекаются вточке с x = 1.
$(f4 - f5)(0.5) = 0.5 - 2.0 < 0$
$(f4 - f5)(1.25) = 1.25 - 0.8 > 0$
$(f4 - f5)'(x) > 0$ всегда
$(f4 - f5)''(0.5) < 0$, $(f4 - f5)''(1.25) < 0$
Условия выполнены.
2. $root(f6, f4, 0.5, 1.5, 0.001) = 1$; функции$f6$ и$f4$
пересекаются в точке с x = 1.
$(f6 - f4)(0.5) = -0.25 < 0$, $(f6 - f4)(1.5) = 0.75$ - $\frac{2}{3} > 0$
$(f6 - f4)'(x) >= 0$ при x > 0
$(f6 - f4)''(0.5) > 0$, $(f6 - f4)''(1.5) > 0$
Условия выполнены.
3. $root(f6, f5, 0.6, 1.4, 0.001) = 1$; функции $f6$ и $f5$
пересекаются в точке с x = 1.
$(f6 - f5)(0.6) = 0.96 > 0$, $(f6 - f5)(1.4) = 0.44 < 0$
$(f6 - f5)'(x) < 0$ на [0.6, 1.4]
$(f6 - f5)''(0.6) > 0$, $(f6 - f5)''(1.4) > 0$
Условия выполнены.

Тесты функции integal

1. $integral(f4, 0, 2, 0.001) = 1.999912$ - Успешено, ответ в пределах погрешности, верный ответ 2.

2.$integral(f5, 1, 2.71828, 0.001) = 1.000101$ - Успешено, ответ в пределах погрешности, верный ответ 1.

3.$integral(f6, 0, 4, 0.0001) = 9.333320$ - Успешено, ответ в пределах погрешности, верный ответ $\frac{28}{3}$.

Программа на Си и на Ассемблере

Исходные тексты программ на си и ассемблере имеются в сданном архиве, который приложен к этому отчету.

Список литературы

[1] Ильин В. А., Садовничий В. А., Сендов Бл. Х. Математический анализ. Т. 1 — Москва: Наука, 1985.

[2] Кулешов А. А., Анализ 1. Краткий курс. — Москва: 2022.