

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ М. В. ЛОМОНОСОВА
ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И КИБЕРНЕТИКИ

ОТЧЕТ ПО ЗАДАНИЮ №6

**«Сборка многомодульных программ.
Вычисление корней уравнений и определенных
интегралов.»**

Вариант 2/2/2

Выполнил:
студент 105 группы
Камловская Н. О.

Преподаватель:
Гуляев Д. А.

Москва
2022

Содержание

Постановка задачи	2
Математическое обоснование	3
Результаты экспериментов	4
Структура программы и спецификация функций	5
Модуль <code>f.asm</code> :	5
Модуль <code>main.c</code> :	5
Сборка программы (Make-файл)	6
Отладка программы, тестирование функций	7
Тесты функции <code>root</code>	7
Тесты функции <code>integral</code>	7
Программа на Си и на Ассемблере	8
Список цитируемой литературы	9

Постановка задачи

- Требуется реализовать численный метод, позволяющий вычислять площадь плоской фигуры, ограниченной тремя кривыми, путём нахождения точек пересечения кривых и вычисления площади под графиками кривых на соответствующих отрезках:
- Площадь под графиком необходимо искать квадратурной формулой трапеций.
- Вершины фигуры необходимо искать методом хорд.
- Отрезок для применения метода нахождения корней должен быть вычислен аналитически.
- Требуемая точность вычисления площади $\varepsilon = 0.001$.

Математическое обоснование

Пусть искомый корень уравнения $f(x) = 0$ изолирован на некотором сегменте $[a, b]$. Предположим, что данная функция имеет на этом сегменте монотонную и непрерывную производную, сохраняющую опрееделенный знак. При этом возможны четыре случая:

1. $f'(x)$ не убывает и положительна на $[a, b]$
2. $f'(x)$ не возрастает и отрицательна на $[a, b]$
3. $f'(x)$ не возрастает и положительна на $[a, b]$
4. $f'(x)$ не убывает и отрицательна на $[a, b]$

В 1 и 2 случаях справедлива индукционная формула

$$x_{n+1} = x_n - (b - x_n)f(x_n)/(f(b) - f(x_n))$$

В 3 и 4 случаях справедлива индукционная формула

$$x_{n+1} = x_n - (a - x_n)f(x_n)/(f(a) - f(x_n))$$

Причем $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = c$, где $f(c) = 0$. Такая последовательность будет сходиться к корню, значит можно получить значение с какой угодно точностью. (согласно методу хорд [1])

Заданные функции приведены ниже (рис. 1) $\varepsilon_1 \varepsilon_2$

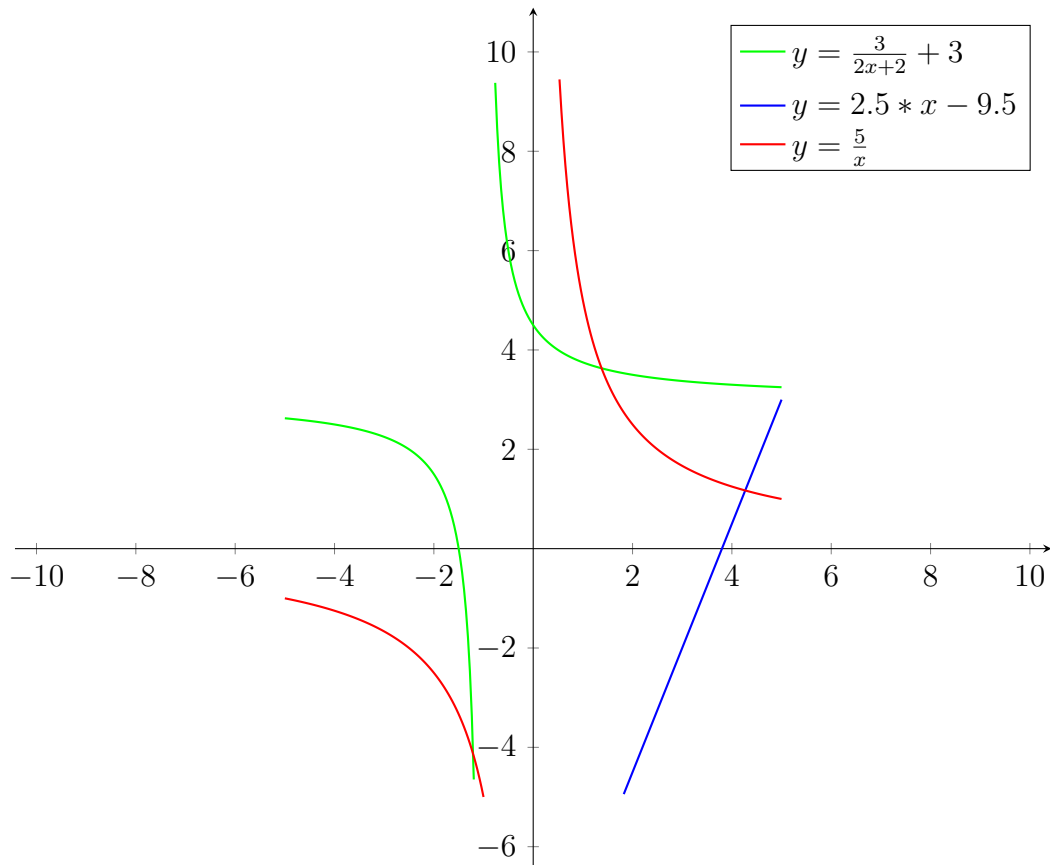


Рис. 1: Плоская фигура, ограниченная графиками заданных уравнений

Результаты экспериментов

В данном разделе необходимо провести результаты проведенных вычислений: координаты точек пересечения (таблица 1) и площадь полученной фигуры.

Кривые	x	y
1 и 2	5.098	3.246
2 и 3	4.269	1.171
1 и 3	1.377	3.631

Таблица 1: Координаты точек пересечения

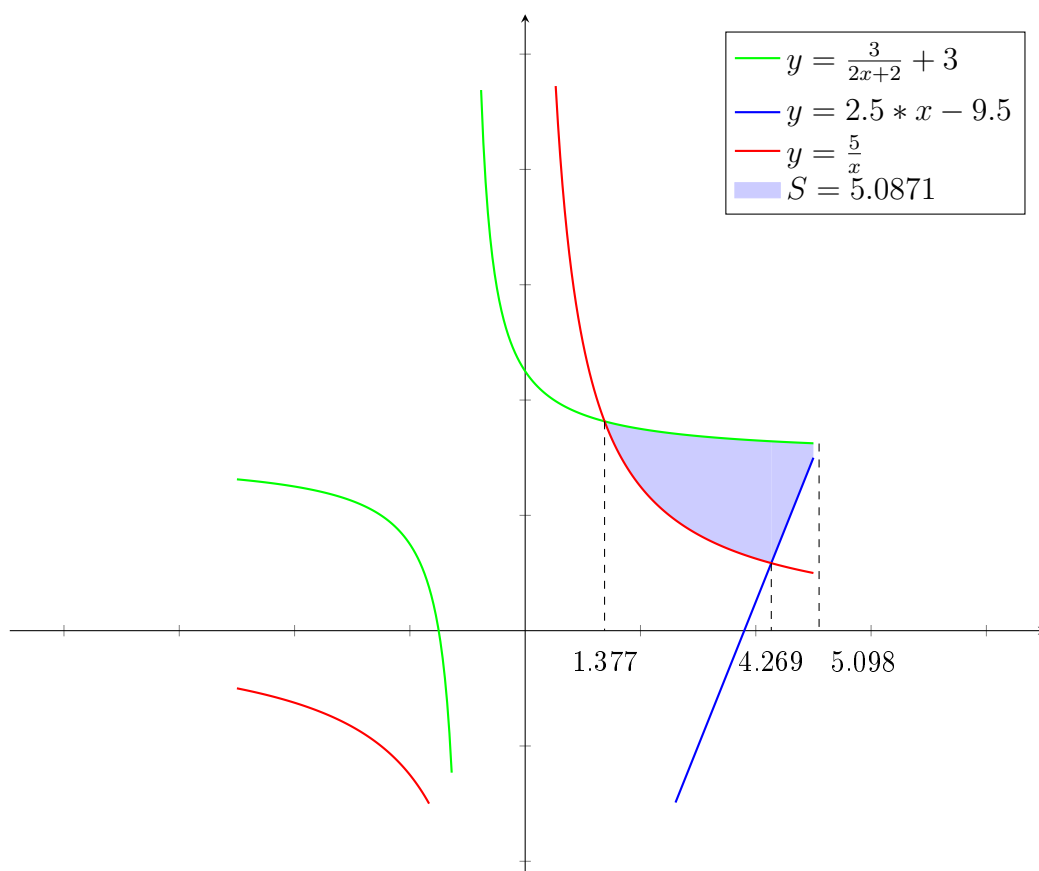


Рис. 2: Плоская фигура, ограниченная графиками заданных уравнений

Структура программы и спецификация функций

Модуль `f.asm`:

1. `float f1(float x)` возвращает значение $\frac{3}{2x+2} + 3$
2. `float f2(float x)` возвращает значение $2.5 * x - 9.5$
3. `float f3(float x)` возвращает значение $\frac{5}{x}$

Модуль `main.c`:

1. `float root(float(*f)(float), float(*g)(float), float a, float b, float eps1)`
Вычисляет точку пересечения функций `f` и `g` на отрезке `[a, b]` с точностью `eps1`, используя метод хорд.
2. `float integral(float(*f)(float), float a, float b, float eps2)`
вычисляет площадь под графиком функции `f` на отрезке `[a, b]` с точностью `eps2`, используя метод трапеций.
3. `float root - testing()`
Получает в качестве аргументов 2 из трех предложенных функций, отрезок `[a, b]`, значение `eps` и верный ответ.
Вычисляет точку пересечения функций на отрезке с точностью `eps`, используя метод хорд.
4. `float integral - testing()`
Получает в качестве аргументов одну из трех предложенных функций, отрезок `[a, b]`, значение `eps` и верный ответ.
Вычисляет значение интеграла функции на отрезке `[a, b]`.
5. `int main(int argc, char * *argv)`
функция `main`

Сборка программы (Make-файл)

- all: prog
- prog: main.o f.o
gcc -m32 -o prog main.o f.o
- main.o: main.c
gcc -m32 -c main.c
- f.o: f.asm
nasm -f elf32 f.asm
- clean:
rm -rf *.o prog

Отладка программы, тестирование функций

Тестирование численных методов провидилось на тестовых функциях

$$f4(floatx) = x, f5(floatx) = \frac{1}{x}, f6(floatx) = x^2 - 3x + 3$$

Тесты функции root

1. $root(f4, f5, 0.5, 1.5, 0.001) = 1$; функции $f4$ и $f5$

пересекаются в точке с $x = 1$.

$$(f4 - f5)(0.5) = 0.5 - 2.0 < 0$$

$$(f4 - f5)(1.25) = 1.25 - 0.8 > 0$$

$$(f4 - f5)'(x) > 0 \text{ всегда}$$

$$(f4 - f5)''(0.5) < 0, (f4 - f5)''(1.25) < 0$$

Условия выполнены.

2. $root(f6, f4, 0.5, 1.5, 0.001) = 1$; функции $f6$ и $f4$

пересекаются в точке с $x = 1$.

$$(f6 - f4)(0.5) = -0.25 < 0, (f6 - f4)(1.5) = 0.75 - \frac{2}{3} > 0$$

$$(f6 - f4)'(x) \geq 0 \text{ при } x > 0$$

$$(f6 - f4)''(0.5) > 0, (f6 - f4)''(1.5) > 0$$

Условия выполнены.

3. $root(f6, f5, 0.6, 1.4, 0.001) = 1$; функции $f6$ и $f5$

пересекаются в точке с $x = 1$.

$$(f6 - f5)(0.6) = 0.96 > 0, (f6 - f5)(1.4) = 0.44 < 0$$

$$(f6 - f5)'(x) < 0 \text{ на } [0.6, 1.4]$$

$$(f6 - f5)''(0.6) > 0, (f6 - f5)''(1.4) > 0$$

Условия выполнены.

Тесты функции integral

1. $integral(f4, 0, 2, 0.001) = 1.999912$ - Успешно, ответ в пределах погрешности, верный ответ 2.

2. $integral(f5, 1, 2.71828, 0.001) = 1.000101$ - Успешно, ответ в пределах погрешности, верный ответ 1.

3. $integral(f6, 0, 4, 0.0001) = 9.333320$ - Успешно, ответ в пределах погрешности, верный ответ $\frac{28}{3}$.

Программа на Си и на Ассемблере

Исходные тексты программ на си и ассемблере имеются в сданном архиве, который приложен к этому отчету.

Список литературы

- [1] Ильин В. А., Садовничий В. А., Сендов Бл. Х. Математический анализ. Т. 1 — Москва: Наука, 1985.
- [2] Кулешов А. А., Анализ 1. Краткий курс. — Москва: 2022.