

阻尼和驱动下的单摆运动

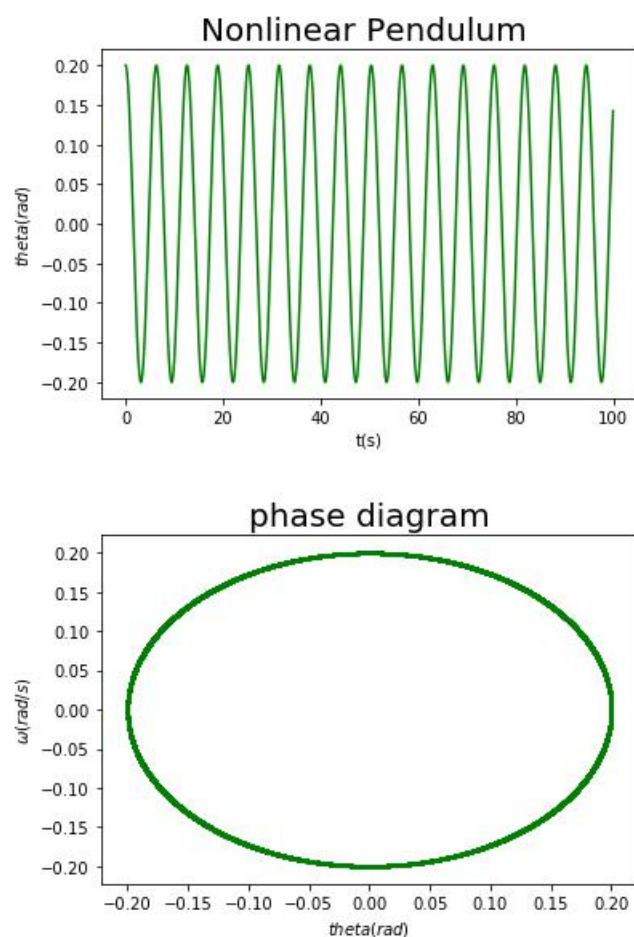
尚广斌 2015301020083

阻尼振动是指，由于振动系统受到摩擦和介质阻力或其他能耗而使振幅随时间逐渐衰减的振动，又称减幅振动、衰减振动。不论是弹簧振子还是单摆由于外界的摩擦和介质阻力总是存在，在振动过程中要不断克服外界阻力做功，消耗能量，振幅就会逐渐减小，经过一段时间，振动就会完全停下来。这种振幅随时间减小的振动称为阻尼振动。因为振幅与振动的能量有关，阻尼振动也就是能量不断减少的振动。阻尼振动是非简谐运动。阻尼振动系统属于耗散系统。这里的阻尼是指任何振动系统在振动中，由于外界作用或系统本身固有的原因引起的振动幅度逐渐下降的特性，以及此一特性的量化表征。

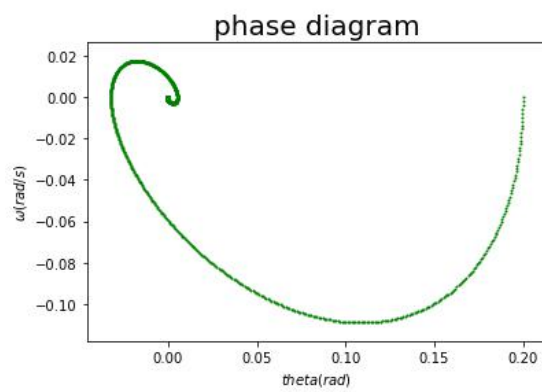
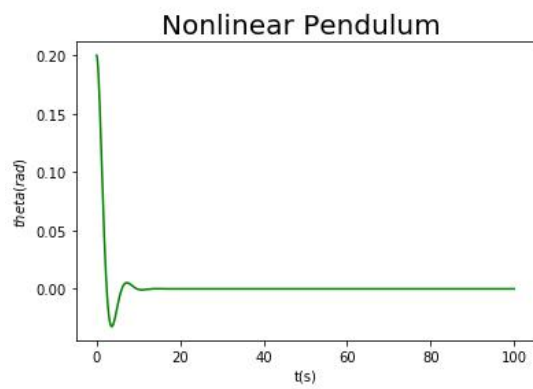
不失一般性，我们可以考虑一个在阻尼和驱动下的单摆的运动微分方程如下：

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\sin\theta - q\frac{d\theta}{dt} - F_D \sin\Omega_D t$$

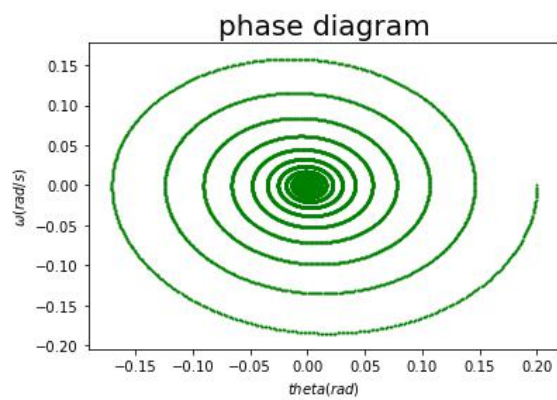
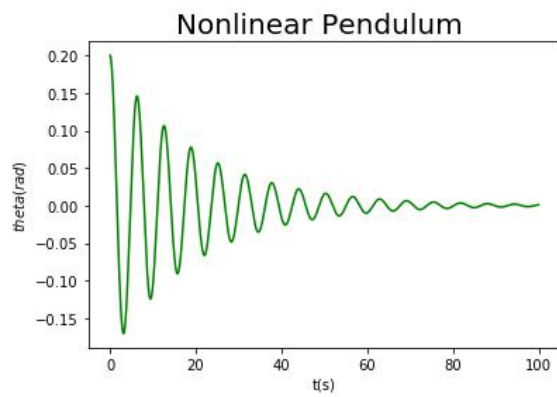
在阻尼和驱动都为零的情况下，系统近似为简谐摆



当有阻尼没有驱动时，取阻尼为 1

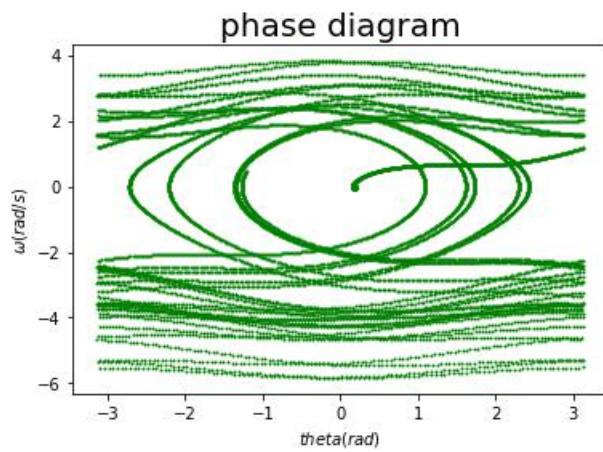
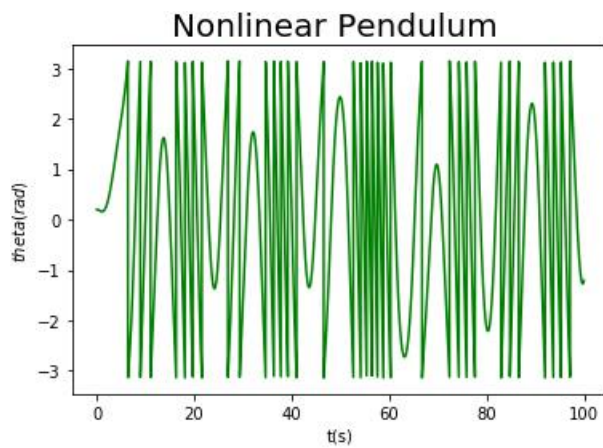


当阻尼为 0.1 时

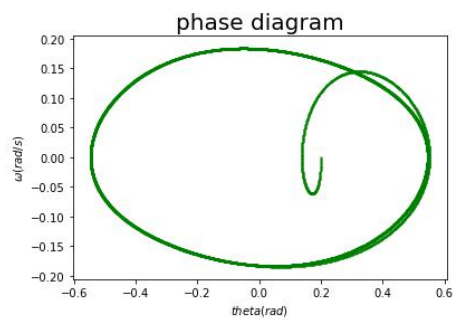
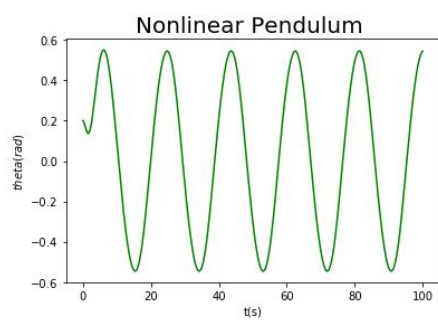


这时单摆的运动相图是一个对数螺旋线，螺旋线中间的空间点被称为吸引子，又叫做不动点吸引子

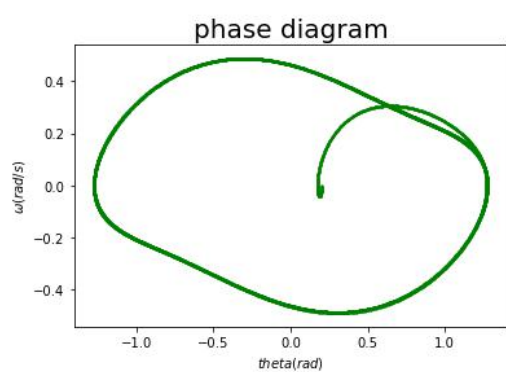
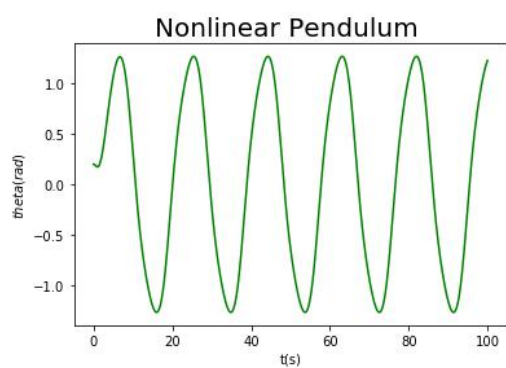
在没有阻尼只有驱动的情况下，控制 $\Omega_D = 1/3$ ，取驱动力为 1



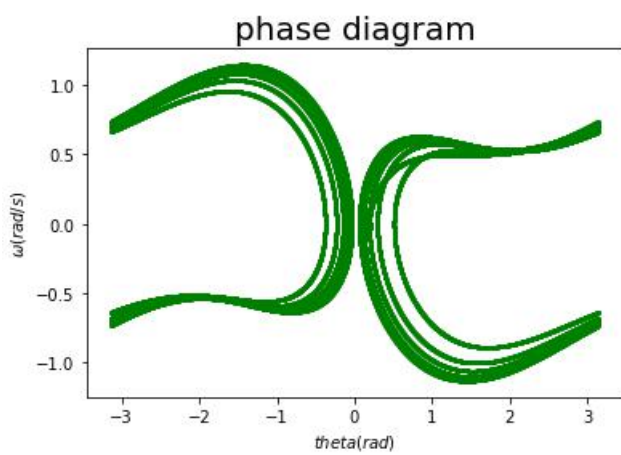
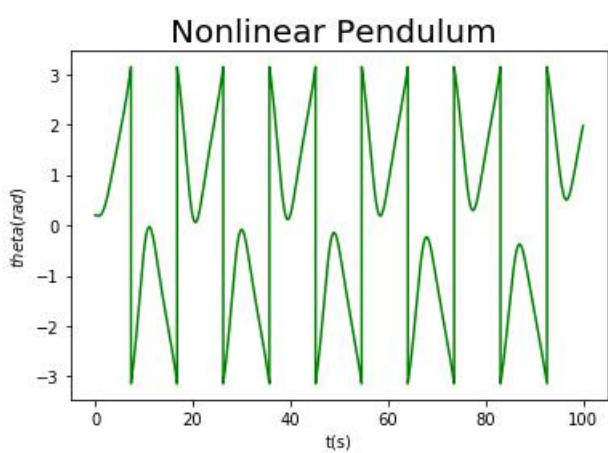
这是的图形很混乱，让我们加上阻尼再看看，取阻尼为 1，驱动力为 0.5



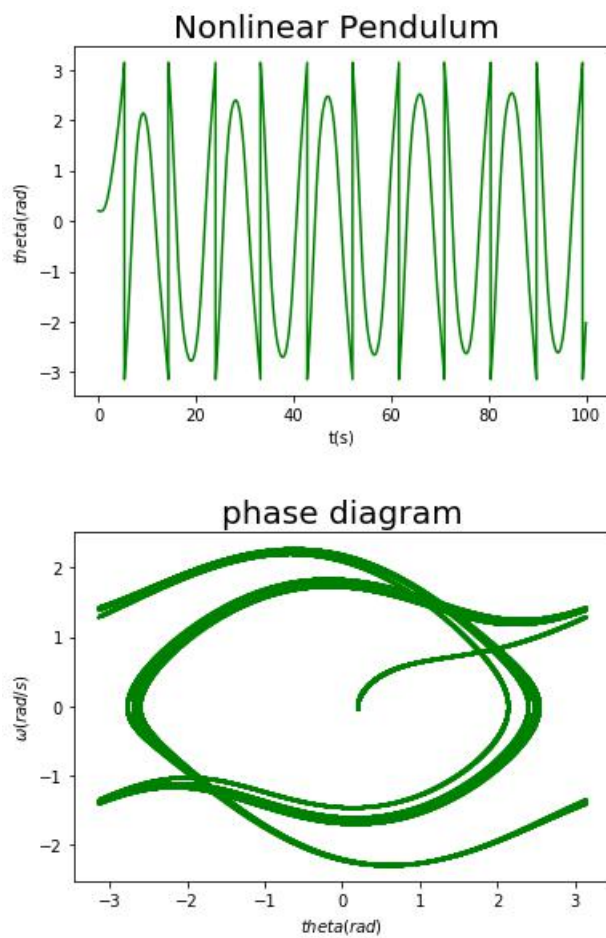
当驱动力为 1 时



当驱动力为 1.5 时



当驱动力为 2 时



当驱动力变得越来越大时，系统的运动变得愈加难以捉摸，这就渐渐的进入了一种混沌的情况，所以我们可以大胆地猜测，在有阻尼和驱动的情况下，简单的单摆运动会变成难以预测的混沌模型。