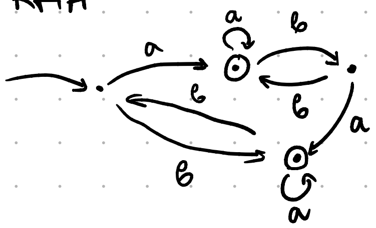
КДА

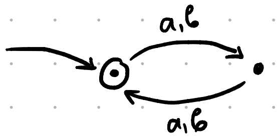
15.03.23



abaab

$\mathcal{L}(\mathcal{A}) = \{\alpha\in\Sigma^* \mid \delta^*(s,\alpha)\in F\}$

① $L = \{\alpha\in\Sigma^* \mid |\alpha| \equiv 0 \pmod 2\}$

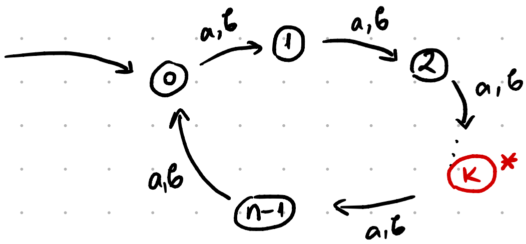


$\varepsilon \in \mathcal{L}(\mathcal{A}) \iff s\in F$

② Нека $n\ge 2$, $n\in\mathbb{N}$ и $k\in\mathbb{N}$

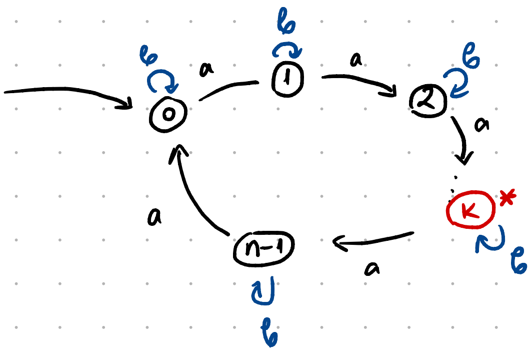
$L=\{\alpha\in\Sigma^* \mid |\alpha|\equiv k \pmod n\}$ е автоматен

имаме n състояния



③ Нека $n\ge 2$, $n\in\mathbb{N}$ и $k\in\mathbb{N}$

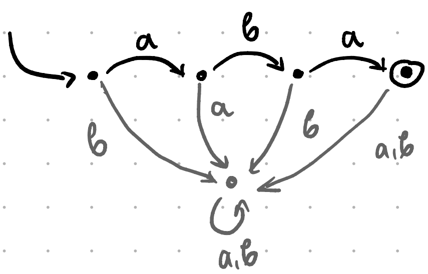
$L=\{\alpha\in\Sigma^* \mid |\alpha|_a\equiv k \pmod n\}$ е автоматен



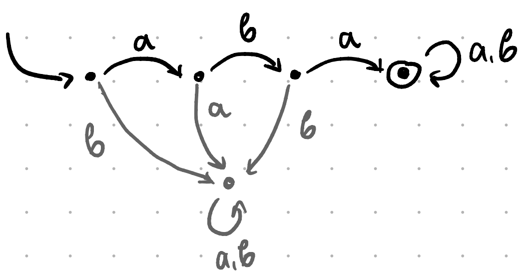
$|\alpha|_c$, където $c\in\Sigma$:

броят срещания на c

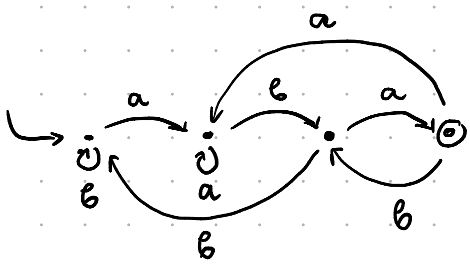
④ $L=\{aba\}$



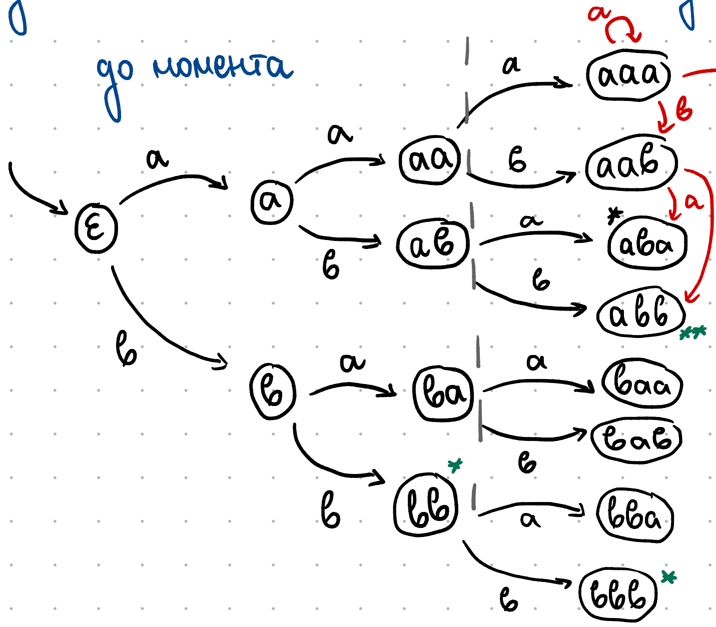
$L=\{\alpha\in\Sigma^* \mid \alpha$ започва с $aba\}$



⑤ $L=\{\alpha\in\Sigma^* \mid$ завършва на $aba\}$



идея: в състоянията на автомата кодираме последните 3 символа прочетени до момента



мислим че, ако се намираме в част (aaa), то прочетената до момента дума завършва на aaa

т.н

на състояние (xyz) добавяме преход буква c към (yzc)

Описание на автомата за $L = \{\alpha \in \Sigma^* \mid \alpha$ завършва на $aba\}$

$Q = \{\beta \in \Sigma^* \mid |\beta| \le 3\}$ $F = \{aba\}$ $s = \varepsilon$

$\forall c \in \Sigma^*$ $\delta(\beta, c) = \beta c$, ако $|\beta| < 3$

$\delta(xyz, c) = yzc$, където $x, y, z, c \in \Sigma^*$

Тв* ще док., че
$$\delta^*(s,\alpha) = \begin{cases} \alpha, & \text{ако } |\alpha| < 3 \\ xyz, & \text{ако } |\alpha| \ge 3 \text{ и } \alpha \text{ завършва на } xyz \end{cases}$$

искаме да док., че $\mathcal{L}(\mathcal{A}) = L \rightarrow \mathcal{L}(\mathcal{A}) \subseteq L$

$\searrow L \subseteq \mathcal{L}(\mathcal{A})$

1) $\mathcal{L}(\mathcal{A}) \subseteq L$ Нека $\alpha \in \mathcal{L}(\mathcal{A})$, тогава $\delta^*(s,\alpha) \in F$

Тогава $\delta^*(s,\alpha) = aba$. от Тв*, $|\alpha| \ge 3$ и α завършва на aba

Тогава $\alpha \in L$

2) $L \subseteq \mathcal{L}(\mathcal{A})$ Нека $\alpha \in L$ тогава α завършва на aba, от Тв*

$\delta^*(s,\alpha) = aba$, $aba \in F \rightarrow \delta^*(s,\alpha) \in F$

Тогава $\alpha \in \mathcal{L}(\mathcal{A})$

Док на Тв*, индукция по $|\alpha|$

база $|\alpha| = 0 \rightarrow \alpha = \varepsilon$ Тогава $\delta^*(s,\varepsilon) = s = \varepsilon \Rightarrow |\alpha| < 3$ и $\alpha = \varepsilon$

условието за α е изпълнено

ИП нека знаем за всяко α с $|\alpha| \leq n$, че условието е изпълнено

ИС $|\alpha| = n+1$ Нека $\alpha = \gamma c$, където $|\gamma| = n$. Тогава по ИП T_B^* важи за γ

1сл.) $|\gamma| < 3$, тогава $|\alpha| \leq 3$. от T_B^* $\delta^*(s,\gamma) = \gamma$.

$\delta^*(s,\alpha) = \delta(\delta^*(s,\gamma), c) = \delta(\gamma, c) = \gamma c$

ще видим, че T_B^* е в сила за α.

щом $|\alpha| \leq 3$, то T_B^* изисква $\delta^*(s,\alpha) = \alpha = \gamma c$

2сл.) $|\gamma| \geq 3$, тогава $|\alpha| \geq 3$, от T_B^* $\delta^*(s, \gamma c) = xyz$, където γ завършва на xyz

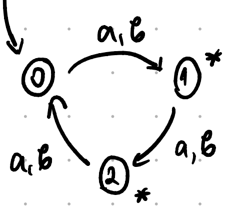
$\delta^*(s,\alpha) = \delta(\delta^*(s,\gamma), c) = \delta(xyz, c) = yzc$

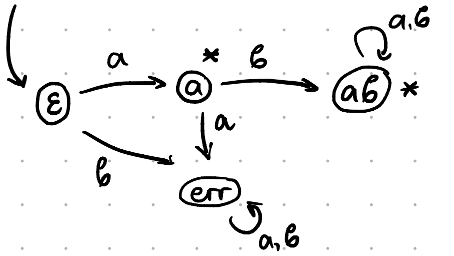
$\alpha = \gamma c$ и γ завършва на xyz, тогава последните три букви на α са yzc

Нека L_1 и L_2 са автоматни, тогава $L_1 \cap L_2$, $L_1 \cup L_2$, $L_1 \setminus L_2$ са автоматни

• $L_1 \cap L_2$ $\qquad \alpha \in L_1 \cap L_2 \iff \alpha \in L_1$ и $\alpha \in L_2$

$\mathcal{A}_1 = \langle \Sigma, Q_1, s_1, \delta_1, F_1 \rangle$



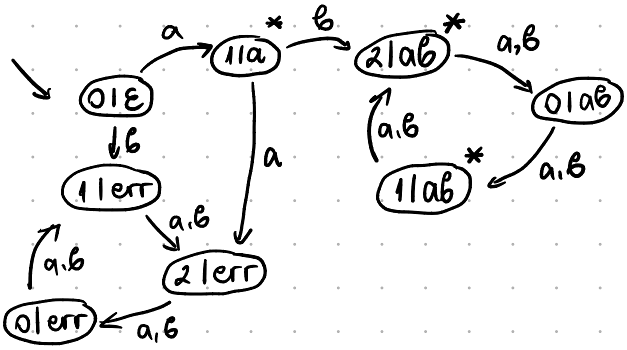


$\mathcal{A}_2 = \langle \Sigma, Q_2, s_2, \delta_2, F_2 \rangle$

Вход: abaab

$\mathcal{A}_1$: $0 \xrightarrow{a} 1 \xrightarrow{b} 2 \xrightarrow{a} 0 \xrightarrow{a} 1 \xrightarrow{b} 2$

$\mathcal{A}_2$: $\varepsilon \xrightarrow{a} a \xrightarrow{b} ab \xrightarrow{a} ab \xrightarrow{a} ab \xrightarrow{b} ab$



$\mathcal{A}$: $Q = Q_1 \times Q_2$ $\qquad F = F_1 \times F_2$

$s = \langle s_1, s_2 \rangle$

Твърдение: $\delta^*(\langle s_1, s_2\rangle, \alpha) = \langle \delta^*(s_1,\alpha), \delta^*(s_2,\alpha)\rangle$

⌂ Доказателство с индукция по $|\alpha|$

Сега $L_1 \cap L_2 = \mathcal{L}(\mathcal{A})$

$\alpha \in L_1 \cap L_2 \iff \alpha \in L_1 \ \& \ \alpha \in L_2$

$\iff \alpha \in \mathcal{L}(\mathcal{A}_1) \ \& \ \alpha \in \mathcal{L}(\mathcal{A}_2)$

$\iff \delta_1^*(s_1,\alpha) \in F_1 \ \& \ \delta_2^*(s_2,\alpha) \in F_2$

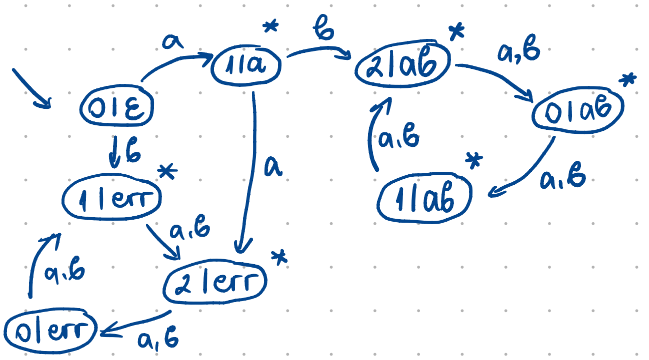
$\iff \langle \delta^*(s_1,\alpha), \delta^*(s_2,\alpha)\rangle \in F_1 \times F_2$

$\iff \delta^*(s,\alpha) \in F$

$\iff \alpha \in \mathcal{L}(\mathcal{A})$

⌂ финални състояния за $\cup$ и $\setminus$

• $L_1 \cup L_2$



• $L_1 \setminus L_2$