Въпрос за принадлежност - дали дадена α принадлежи на $\mathcal{L}(G)$ — 12.05.23 ЕАМ

Опростяване на граматика:

1. Премахване на променливи, които не допринасят за генериране на дума

$Gen = \{A \in V \mid \underbrace{\mathcal{L}_G(A) \neq \emptyset}_{A \overset{*}{\Delta} \alpha \text{ за някое } \alpha}\}$

Ако началната променлива не принадлежи на Gen, то $\mathcal{L}(G) = \emptyset$.

2. премахване на променливи, които са недостижими от началната

$Reach = \{A \in V \mid S \overset{*}{\Delta} \lambda A \rho$ за някои $\lambda, \rho \in (V \cup \Sigma)^*\}$

$Reach[0] = \{S\}$ база [деф]

$Reach[\ell] = \{A \in V \mid S \overset{\leq \ell}{\Delta} \lambda A \rho$ за някои $\lambda, \rho \in (V \cup \Sigma)^*\}$ общ случай [свойство]

$Reach[i+1] = \{A \in V \mid (\exists B \in Reach[i])[B \to \lambda A \rho$ е правило в $G]\} \cup \{S\}$ [деф]

свойството трябва да докажем чрез дефиницията на индуктивно постр. мн-во.

Нека k: $Reach[k] = Reach[k+1]$. Тогава $Reach[\ell] = Reach[k]$ $\forall \ell \geq k$ (т.е сме намерили максимална ~~големината~~ големина на мн-вото $Reach = Reach[k]$)

Защото $Reach[i] \subseteq Reach[i+1]$ $\forall i$ и $Reach = \bigcup_{i=1} Reach[i]$.

Можем да изискваме от граматиките, че за всяка променлива има дърво, чиито листа съдържат ел. на Σ и, че от началната променлива има път до всички останали променливи.

Редът на изпълнение на стъпките е важен и трябва да се спазва, за да избегнем нуждата да приложим Reach 2 пъти.

Пример:

$S \to AB \mid ab$	$Gen = \{S, A\}$	$Reach = \{S\}$
$A \to aA \mid \varepsilon$	$S \to ab$	$S \to ab$
$B \to bB$	$A \to aA \mid \varepsilon$	
$\mathcal{L}(G) = \{ab\}$		

не ген. нови думи

не е достижимо от S

3. Премахване на ε ~~преходи~~ правила

$E = \{A \in V \mid A \overset{*}{\Delta} \varepsilon\}$. Дефиниране мн-ва $E[\ell] = \{A \in V \mid A \overset{\leq \ell}{\Delta} \varepsilon\}$ $\boxed{\text{Док!}}$

$E[0] = \emptyset$. [деф]

$E[i+1] = \{A \in V \mid \exists \alpha \in (E[i])^* : A \to \alpha$ е правило в $G\}$ $\boxed{\emptyset^* = \{\varepsilon\}}$

Пример: $A \to BCa$ $\quad\quad$ $\underline{E = \{A, B\}}$

$B \to bB$ $\quad\quad$ $A \to Ca \mid BCa$

$B \to \varepsilon$ $\quad\quad$ $B \to bB \mid b$

4. Премахване на преименуващи /единични/ правила

Нека в G няма ε правила

Unit $= \{(A,B) \in V \times V \mid A \overset{*}{\Delta} B\}$

Дефиниране мн-ва Unit$[\ell] = \{(A,B) \in V \times V \mid A \overset{\leq \ell}{\Delta} B\}$

Unit$[0] = \{(A,A) \mid A \in V\}$ [деф]

Unit$[\ell+1] = \{(A,B) \in V \times V \mid \exists$ правило $A \to C$ в G и $(C,B) \in$ Unit$[\ell]\}$ [деф]
$\cup$ Unit$[\ell]$

$R_0 = R \setminus (V \times V)$ премахване на unit правилата

$R' = R_0 \cup \{(A, \alpha) \mid \exists C : (A,C) \in$ Unit $\&$ $(C, \alpha) \in R_0\}$ добавяне правила за да няма загуба на думи от $\mathcal{L}(G)$

Пример: $A \to C$ $\quad\quad$ $\underline{\text{Unit}[(A,C)]}$

$C \to aBa$ $\quad\quad$ $C \to aBa$

$A \to aBa$

5. Премахване на прекалено дълги правила

Пример $A \to \underbrace{B_1 B_2 B_3 B_4}_{\text{променливи}}$ $\Rightarrow$ $A \to B_1 X_1$ $\quad$ форсиране сливането

$X_2 \to B_2 X_2$ $\quad$ на думи чрез правила с

$X_2 \to B_3 B_4$ $\quad$ 2 ~~знака~~ променливи отдясно

Пример $A \to B_1 b B_2 a B_3$

$\bar{B}$ $\quad$ $\bar{A}$

$\bar{B} \to b$

$\bar{A} \to a$

$A \to B_1 \bar{B} B_2 \bar{A} B_3$

$\Rightarrow$ ~~$A \to B_1 \bar{B}$~~ $\quad$ ~~$A \to B_1 X_1$~~

~~$\bar{B} \to b B_2 \bar{A}$~~ $\quad$ ~~$X_1 \to \bar{B} B_2$~~

~~$B_2 \to \bar{A} \to a B_3$~~ $\quad$ ~~$B_2 \to B_2 \bar{A}$~~

$\times$

Нормална форма на Чомски: $A \to BC$ $\quad A \to a$

Ако искаме ε: $S' \to \varepsilon$

$S' \to \alpha$, където $S \to \alpha$ е правило в G.

Вход: $\alpha = a_0 a_1 \dots a_{n-1}$ $|\alpha| = n$

Търсим мн-ва $V[i][j] = \{A \in V \mid A \overset{*}{\Rightarrow} a_i a_{i+1} \dots a_j\}$ рекурсивно

↳ частички от думата

(0) $V[i][i] = \{A \in V \mid A \to a_i$ е правило в $G\}$ за $i = \{0, \dots, n-1\}$

(1) $V[i][i+1] = \{A \in V \mid A \to BC$ е правило в G и $B \in V[i][i]$ & $C \in V[i+1][i+1]\}$ за $i = \{0, \dots, n-2\}$

(2) $V[i][i+2] = \{A \in V \mid A \to BC$ е правило в G и $B \in V[i][i]$ & $C \in V[i+1][i+2]\} \cup$
$\{A \in V \mid A \to BC$ е правило в G и $B \in V[i][i+1]$ & $C \in [i+2][i+2]\}$