асистент Григор Колев • messenger - Grigor Kolev 22.02.23

• mail - gvkolev @ uni-sofia.bg

• съобщения в Мудъл

Семестър:

• семестриално контролно - средата на май

~ задачи ~теория

Сесия

• писмен задачи

• теория

Допълнителни материали

Катедра Логика ФМИ → бакалавърски курсове → ЕАИ → записки на Стефан Вътев

Въведение

Контекстно свободна граматика ⟷ Стекови автомати

Регулярни изрази ⟷ Крайни - автомати

последователни букви (Граф

def. Азбука е всяко крайно множество от неделими елементи

пример: $\Sigma_1 \{a,b\}$ $\Sigma_2 = \{0,1\}$

$\Sigma_1 = \{a\}$ $\Sigma_4 = \{a,b,c\}$

елементите на азбуката са букви

def. Дума ще наричаме всяка крайна редица от букви.

пример: Ако $= \Sigma (a,b)$

$|aab| = 3$

$|bba| = 3$ озн.: малки гръцки букви α, β, γ

$|ba| = 2$

• дължина на дума, пример Ако α е дума, дължината

означаме с $|\alpha|$ брой елементи в редицата

$|\alpha| = 0$ единствената дума с дължина 0 е означена ε.

• мн-вото от всички думи над азбуката Σ - Σ^*

• казваме, че L е език, ако $L \subseteq \Sigma^*$ // L е мн-во от думи на Σ

пример: $\Sigma = \{a, b\}$

$\Sigma^* = \{\varepsilon, a, b, aa, bb, ab, ba, \ldots\}$

примери за езици над Σ:

$L_1 = \Sigma^*$, $L_2 = \emptyset$, $L_3 = \{aba, aaaa, \varepsilon, ba\}$, $L_4 = \{\alpha \in \Sigma^* \mid |\alpha| \text{ е четно}\}$, $L_5 = \{\alpha \in \Sigma^* \mid \alpha \text{ е палиндром}\}$

$L_6 = \{\alpha \in \Sigma^* \mid \alpha$ започва с ab и завършва с ba, не съдържа подниз $bbbabbb\}$

Операции над езици:

- Булеви операции над мн-ва - $\cap, \cup, \setminus, -$

  $\overline{L} = \Sigma^* \setminus L$ $\qquad \overline{L} = \{\alpha \in \Sigma^* \mid \alpha \notin L\}$

- конкатенация над думи

  i) конкатенация на α и β бележим $\alpha.\beta$ // $\alpha \circ \beta$

  $\alpha \circ \beta$ е думата, получена като запишем β вдясно от α

  пример $\alpha = aba$, $\beta = baaa$, $\alpha.\beta = ababaaa$

  $\alpha = aba$, $\beta = \varepsilon$, $\alpha.\beta = aba$

  в общия случай $\alpha.\beta \neq \beta.\alpha$

  ii) конкатенация на L_1 и L_2

  $L_1.L_2 \overset{def}{:=} \{\alpha.\beta \mid \alpha \in L_1, \beta \in L_2\}$

  пример: въведен низ е валиден адрес на ел. поща?

  потребителско.име @ валиден домейн

  $10 \leq \quad \leq 50$ симв.

$L_1 = \{\alpha \mid \alpha$ е валидно потр. име$\}$

$L_2 = \{\beta \mid \beta$ е валиден домейн$\}$

$L = L_1.\{@\}.L_2$

↳ валиден адрес

пример: • $L_1 = \{a\}$, $L_2 = \Sigma^*$

$L_1.L_2 = \{\alpha \in \Sigma^* \mid \alpha$ започва с $a\}$

• $L_1 = \{\alpha \mid \alpha$ има четна дължина$\}$

$L_2 = \{\alpha \mid \alpha$ има нечетна дължина$\}$

$\underline{L_1 . L_2 = L_1}$

доказателство: ($\Rightarrow$) Нека $\mu \in L_1 . L_2$. Тогава има $\alpha \in L_1$ и $\beta \in L_2$, такива, че $\mu = \alpha . \beta$. $\left.\begin{array}{l} |\alpha| \text{ е четна} \\ |\beta| \text{ е нечетна} \end{array}\right\} |\mu| = |\alpha| + |\beta|$

$\Rightarrow \underline{\mu \in L_2}$, $|\mu|$ е нечетна

заключение $\underline{L_1 . L_2 \subseteq L_2}$ ①

($\Leftarrow$) Нека $\mu \in L_2$. Трябва да представим $\mu = \alpha . \beta$, такива че $\alpha \in L_1$, $\beta \in L_2$.

нека $\alpha = \varepsilon$, $\varepsilon = 0 \Rightarrow \alpha \in L_1$

$\left.\begin{array}{l} \alpha = \varepsilon, \ \varepsilon = 0 \Rightarrow \alpha \in L_1 \\ \beta = \mu, \text{ по предположение знаем, че } \mu \in L_2 \end{array}\right\} \alpha . \beta = \varepsilon . \mu \in L_1 . L_2$

така $\underline{L_2 \subseteq L_1 . L_2}$ ②

от ① и ② $L_2 = L_1 . L_2$

$L_2 . L_1 = L_2 \quad L_1 . L_1 = L_1 \quad L_2 . L_2 = \{\alpha \in L_1 \mid |\alpha| \geq 2\} = L_1 \setminus \{\varepsilon\}$

• операция $*$:

нека L е език, $L^* = \{\alpha_1 . \alpha_2 \ldots \alpha_n \mid n \in \mathbb{N}, \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n \in L\}$

$\mu \in L^*$, μ: $\boxed{\in L \mid \in L \mid \in L \mid \in L}$ накъсване

пример: • $L = \{a, b\}$ $L^* = \Sigma^*$

• $L = \{ab\}$ $L^* = \{\varepsilon, ab, abab, ababab, \ldots\}$

! независимо от това какъв е L, $\varepsilon \in L^*$!

$\emptyset^* = \{\varepsilon\} \qquad \varepsilon \in L^* \qquad \varepsilon \neq \emptyset \qquad L^* = (L^*)^*$

1) $L^* \subseteq (L^*)^*$ нека $\mu \in L^*$, тогава директно $\mu \in (L^*)^*$ //

$\mu = \alpha_1$, където $\alpha_1 = \mu \in L^*$ представянето в деф. на $(L^*)^*$

2) $(L^*)^* \subseteq L^*$ нека $\mu \in (L^*)^*$, тогава $\mu = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdots \alpha_k$,

където $\alpha_i \in L^*$ за всяко $1 \le i \le k$, $\alpha_i \in L^*$, тогава има

$\beta_1^i, \dots, \beta_n^i \in L$, такива че $\alpha_i = \beta_1 \cdot \beta_2 \cdots \beta_n$

тогава $\mu = (\beta_1^1 \cdots \beta_n^1) \cdot (\beta_1^2 \cdots \beta_n^2) \cdots (\beta_1^k \cdots \beta_n^k)$ и

$\beta_1^i \cdots \beta_n^i \in L$ за всяко $1 \le i \le k$

Тогава $L \in L^*$

• Полезни означения

нека $n \in \mathbb{N}$ ~ $\alpha^n = \underbrace{\alpha \cdots \alpha}_{n \text{ пъти}}$ $\alpha^0 = \varepsilon$

~ $L^n = \underbrace{L \cdots L}_{n \text{ пъти}}$ $L^0 = \{\varepsilon\}$

~ $L^* = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} L^n = \{\alpha \mid \text{има } n \in \mathbb{N}, \text{ за което } \alpha \in L^n\}$

$L_n = \{\alpha^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ в общия случай $L_n \neq L^n$

демонстрирайте конкретен език L, за който това е вярно