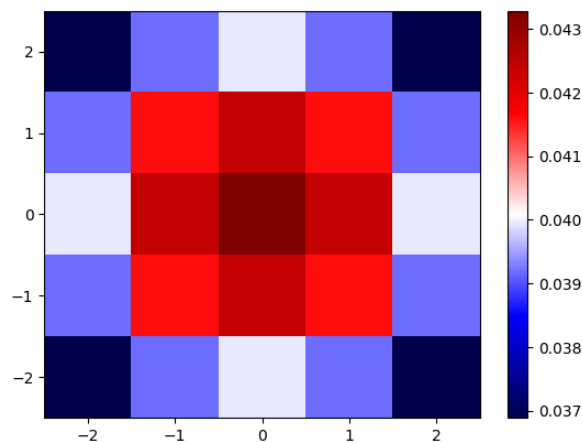


در این سوال الگوریتم پیاده شده را روی یک عکس خاص (امیر بخارا) توضیح می‌دهیم و در انتها تمامی نتایج را می‌آوریم. ابتدا عکس را از حالت uint16 به float64 تغییر می‌دهیم تا بتوانیم محاسبات اعشاری را به راحتی انجام دهیم. سپس عکس داده شده را که به فرمت tif است به سه قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم که به ترتیب از بالا به پایین نشان دهنده ی کانال آبی و سبز و قرمز است. حال اگر این ۳ عکس را روی هم قرار دهیم نتیجه بصورت زیر است:

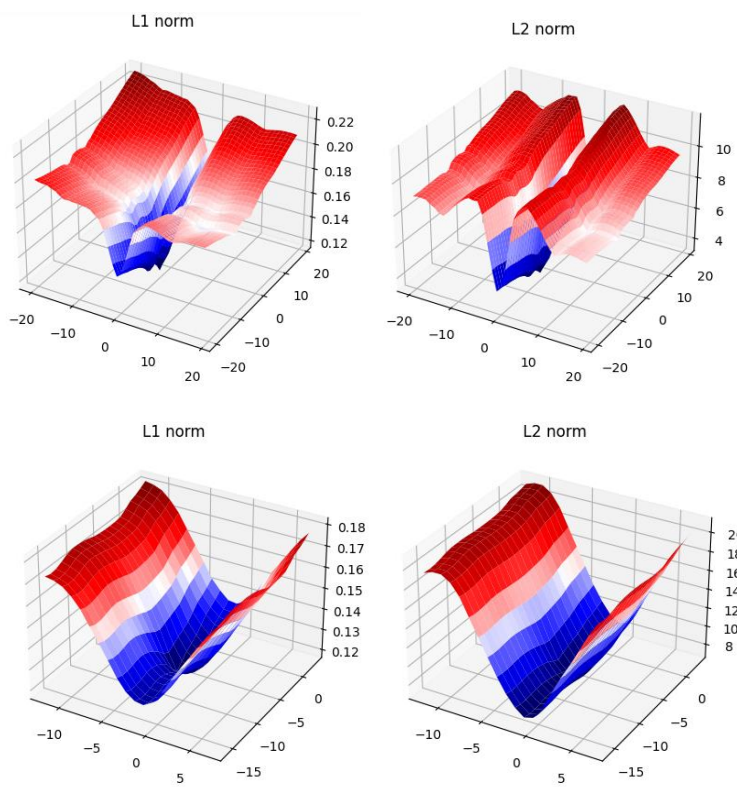


همانطور که مشاهده می‌شود کیفیت تصویر اصلاً مطلوب نیست و کانال‌های رنگی روی هم به خوبی قرار نگرفته‌اند. ابتدا هر سه کانال رنگی را به بازه ی صفر و یک می‌بریم زیرا محاسبه ی اعداد کوچک به نسبت سریعتر است. از آنجایی که کیفیت عکس بالاست، پردازش روی آن بسیار زمانگیر خواهد بود برای همین از image pyramid استفاده می‌کنیم. به این صورت که تا لایه ی 4 پیش می‌رویم و در هر لایه ابعاد عکس را نصف می‌کنیم. بنابراین ابعاد لایه ی fine، 16 برابر ابعاد لایه ی coarse است. برای آنکه در downsampling، aliasing نداشته باشیم، قبل از آنکه رزولوشن عکس را کم کنیم آن را در یک فیلتر گاوسی کانوالو می‌کنیم تا اطلاعات هر پیکسل، به پیکسل‌های مجاور هم برسد و در حین downsampling اطلاعات کمتر از دست برود. برای این کار از یک فیلتر گاوسی با ابعاد 5×5 با انحراف معیار 5 بصورت زیر استفاده می‌کنیم:



همچنین قبل از آنکه رزولوشن عکس را کم کنیم، از مرز های شکل به اندازه ی 10% ابعاد تصویر را دور می ریزیم. این کار هم موجب سریعتر شدن برنامه می شود و همچنین مقداری از حاشیه های تصویر در نظر گرفته نمی شود و همین امر دقت برنامه را افزایش می دهد این دور ریختن تنها حین پردازش انجام می شود و هیچ دخالتی در عکس با رزولوشن اصلی نخواهد داشت. در واقع تمامی روش های بریدن و قرار گرفتن سه کانال روی یکدیگر، تنها روی عکس اصلی انجام خواهد شد.

ما کانال سبز (کانال وسط) را به عنوان مبدا در نظر می گیریم و دو آبی و قرمز را روی این کانال حرکت می دهیم و سطح مشترک بین کانال سبز و یکی از این کانال ها را در نظر می گیریم و فاصله ی بین دو تصویر را با معیار نرم L1 محاسبه می کنیم. میزان حرکت دو تصویر را روی هم در لایه ی coarse بازه ی $[-10, 10]$ در نظر می گیریم و برای لایه های بعدی بازه ی $[-6, 6]$ در نظر می گیریم. توجه کنید که هرچه قدر که سطح مشترک بین دو تصویر کمتر باشد، تعداد نمونه های داخل سطح مشترک نیز کمتر خواهد بود و همین باعث می شود که نرم L1 دو تصویر کمتر شود و تابع خطا از حالت محدب بودن خارج شود. برای رفع این مشکل، نرم L1 را بر مساحت سطح مشترک دو مستطیل تقسیم می کنیم تا بتوانیم تمام مقادیر را با یکدیگر مقایسه کنیم و به دقت خوبی برسیم. همین امر در رابطه با نرم L2 نیز درست است. وقتی در یک لایه نقطه ی بهینه را برای هر دو کانال آبی و قرمز پیدا کردیم، برای رفتن به لایه ی بعدی این نقاط را در 2 ضرب می کنیم (زیرا ابعاد لایه زیرین دو برابر لایه ی بالایی است). و سپس حول نقطه ی بدست آمده دوباره بهینه سازی را انجام می دهیم و نقطه ی بعدی را پیدا می کنیم. این روند تا وقتی که به لایه ی fine برسیم ادامه پیدا می کند. در زیر عکس با رزولوشن $\frac{1}{16}$ و $\frac{1}{8}$ نرم های L1, L2 ی آن روی کانال آبی رنگ نمایش داده شده است:



همانطور که مشاهده می شود تابع خطا در تمامی حالات دارای تحدب است و می توان از وجود داشتن مینیمم مطلق مطمئن بود.

پس از اجرای الگوریتم بالا، 4 عدد که میزان شیفیت کانال های آبی و قرمز را روی کانال سبز را نشان می دهند برگردانده می شود. حال باید سطح اشتراک سه کانال رنگی (که هیچ مقداری از مرز های آن را حذف نکرده ایم) را پس از شیفیت بدست آوریم. پس از بدست آوردن سطح اشتراک سه کانال در هرلایه تصاویر زیر بدست آمدند (توجه کنید که تصاویر scale شده اند):





همانطور که مشاهده می‌شود کیفیت عکس بسیار مطلوب است و هر سه کانال به خوبی روی یکدیگر قرار گرفته اند. میزان شیفیت برای کانال های آبی و قرمز بصورت زیر است:

$b: (-24, -49)$

$r: (17, 57)$

برای دو تصویر دیگر نتایج بصورت زیر است:





میزان شیفت برای کانال های آبی و قرمز بصورت زیر است:

$b: (-6, -43)$

$r: (27, 44)$





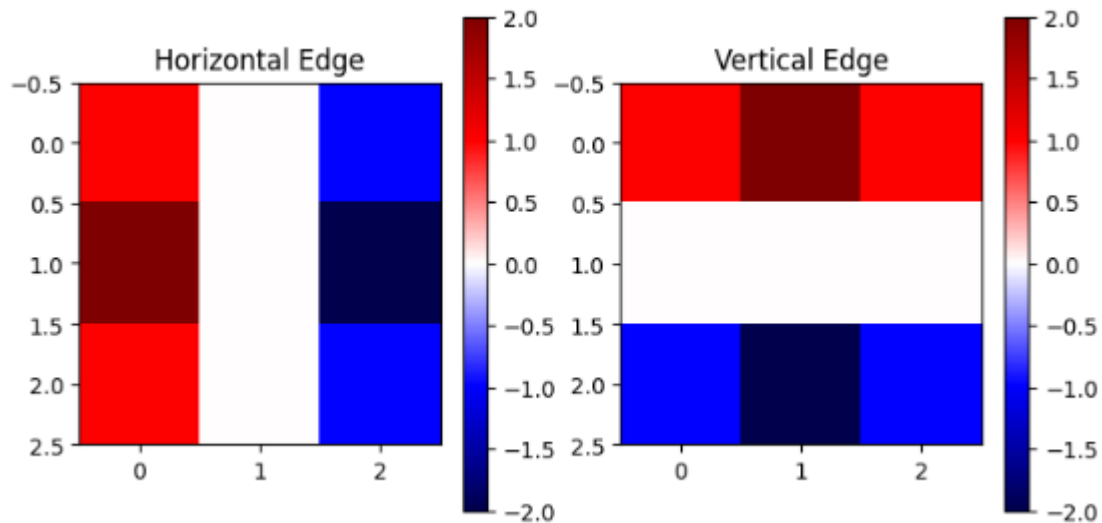
میزان شیفت برای کانال های آبی و قرمز بصورت زیر است:

$b: (-10, -56)$

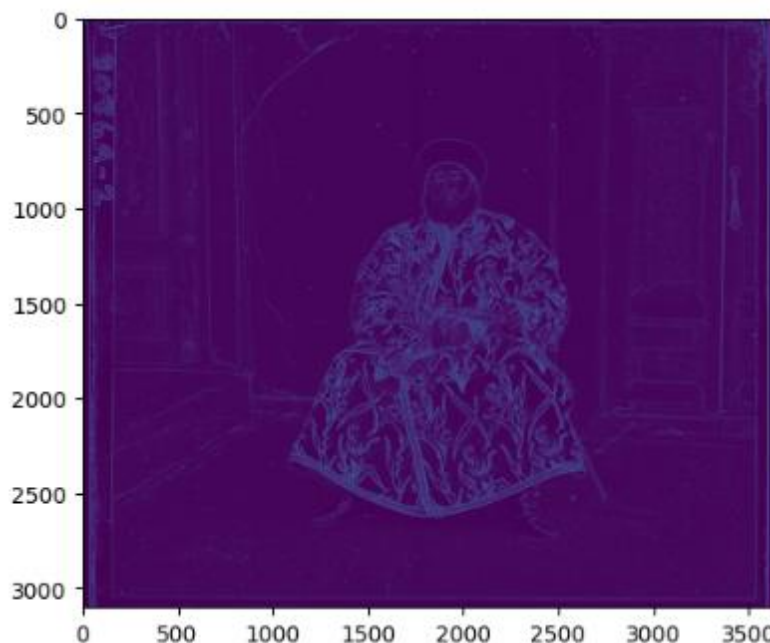
$r: (10, 68)$

در حاشیه های عکس رنگ های نامتعارفی بوجود آمده اند که مطلوب نیستند. این رنگ ها حاصل از روی هم قرار گرفتن بخش های Negative کانال های رنگی است که موجب ایجاد چنین رنگی شده است. خوشبختانه این حاشیه ها دارای الگوی عمودی و افقی هستند و برای حذف آنها از Edge Detection استفاده خواهیم کرد.

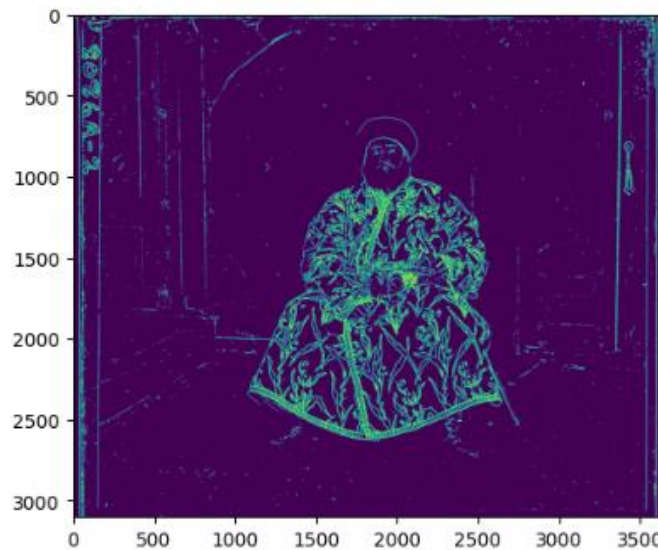
برای این کار از فیلتر Sobel استفاده می‌کنیم به این صورت که در دو راستای افقی و عمودی فیلترهای زیر را اعمال می‌کنیم و سپس اندازه ی اقلیدسی آن را به عنوان محل هایی که Edge تشخیص داده شده اند در نظر می‌گیریم.



حال از رابطه ی $\|\nabla f\| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}$ استفاده می‌کنیم. عکس زیر برای یکی از کانال های رنگی حاصل می‌شود:



اما همانطور که مشاهده می‌شود Edge ها خیلی واضح نیستند و شاید نتوان تنها با پیدا کردن اندازه ی گرادیان، لبه های تصویر را تشخیص داد. برای رفع این مشکل روی درایه های تصویر بالا یک **threshold** اعمال می‌کنیم بطوریکه برای هر کانال رنگی اگر مقدار پیکسلی بیشتر از 0.1 بود مقدار آن را 1، در غیر این صورت مقدار آن را 0 در نظر بگیرد (درایه های تصویر بین صفر و یک هستند). تصویر حاصل برای یکی از کانال های رنگی نمایش داده شده است:



در تصویر بالا هر جا لبه ای تشخیص داده شده باشد مقدار یک، در غیر این صورت مقدار صفر دارد و همانطور که مشاهده می شود لبه های تصویر به خوبی تشخیص داده شده اند. حال برای بریدن تصویر به این صورت عمل می کنیم که 300 سطر یا ستون از گوشه های تصویر جلو آمده در این بازه دنبال خط های افقی یا عمودی با درایه ی یک (که نشان دهنده ی لبه ها هستند) می گردیم. اگر تعداد درایه های یک خط افقی یا عمودی از $\frac{1}{3}$ ابعاد راستای متناظر آن خط بیشتر باشد، خط را به عنوان مرز در نظر می گیریم و میان تمامی این خطوط بدست آمده، آن خطی که داخل تر است را به عنوان مرز تصویر جدید در نظر خواهیم گرفت. پس از اعمال الگوریتم بالا تصویر زیر حاصل شد:



همانطور که مشاهده می شود لبه های تصویر به خوبی جدا شده اند و تصویر از کیفیت خوبی برخوردار است. در نتایج بدست آمده از چند عکس دیگر را نمایش می دهیم.



