

数理工学実験「数値線形代数」レポート

(10/7, 14-15, 20 工学部総合校舎数理計算室にて実施)

3 回生 佐々木哉人 (学生番号: 1029-34-3748)

2025 年 10 月 27 日

1. はじめに

本レポートは, 実験資料第 2 章「数値線形代数」 [1] の課題 1 ~ 5 の結果を報告するものである.

用いた実験環境は以下の通りである:

OS	Ubuntu 22.04.5 LTS
CPU	12th Gen Intel(R) Core(TM) i7-1280P
Memory	32 GB
Compiler	rustc 1.92.0-nightly (57ef8d642 2025-10-15)

また, 使用したソースコードは <https://github.com/kanarus/MathematicalEngineeringExperiment2025/tree/report2/chapter2> から参照できる.

本レポートでは, Rust 言語によって行列構造体およびアルゴリズムを実装しており, 誤差を調べるための参照実装には `nalgebra 0.34.1` (<https://docs.rs/nalgebra/0.34.1>), 実験結果のプロットには `plotters 0.3.7` (<https://docs.rs/plotters/0.3.7>) を用いている.

2. 課題 1

2.1. 問題設定

連立 1 次方程式 $Ax = b$ の消去法 (Gaussian elimination) による数値解法を実装し, A の次元を $n = 100, 200, 400, 800$ と変化させながら実行して誤差や所要時間を調べる.

2.2. 実装

ソースコード (1 章参照) の `src/bin/ex1.rs` が対応するファイルであり, `chapter2` ディレクトリで `cargo run --bin ex1 --release` を実行することで実験を再現できる.

特に, アルゴリズムおよび解法の実装は以下のようにになっている:

```

1 fn do_gaussian_elimination<const N: usize>(ab: &mut Matrix<N, {N + 1}>) {
2     for k in 0..(N - 1) {
3         let (i, _pivot) = (k..N)
4             .map(|i| (i, ab[(i, k)]))
5             .filter(|(_, value)| value.abs() > EPSILON)
6             .max_by(|(_, a), (_, b)| f64::partial_cmp(&a.abs(), &b.abs()).expect("found
NaN or Inf"))
7         .expect("Matrix is singular");
8
9         if i != k {
10             ab.swap_rows(i, k);
11         }
12
13         for i in (k + 1)..N {
14             let factor = ab[(i, k)] / ab[(k, k)];
15             for j in k..(N + 1) {
16                 ab[(i, j)] -= factor * ab[(k, j)];
17             }
18         }
19     }
20 }
21
22 fn solve_by_gaussian_elimination<const N: usize>(a: &Matrix<N, N>, b: &Vector<N>) ->
Vector<N> where [(); N + 1]: {
23     let mut augmented_coefficient_matrix = Matrix::concat(a, b);
24     do_gaussian_elimination(&mut augmented_coefficient_matrix);
25     back_substitution(
26         &Matrix:::<N, N>::from_fn(|i, j| augmented_coefficient_matrix[(i, j)]),
27         &Vector:::<N>::from_fn(|i, _| augmented_coefficient_matrix[(i, N)]),
28     )
29 }

```

do_gaussian_elimination 関数が $N \times (N + 1)$ 行列に対する消去法,
solve_by_gaussian_elimination 関数が拡大係数行列に対してそれを用いる 1 次方程式の解法をそれぞれ実装している。

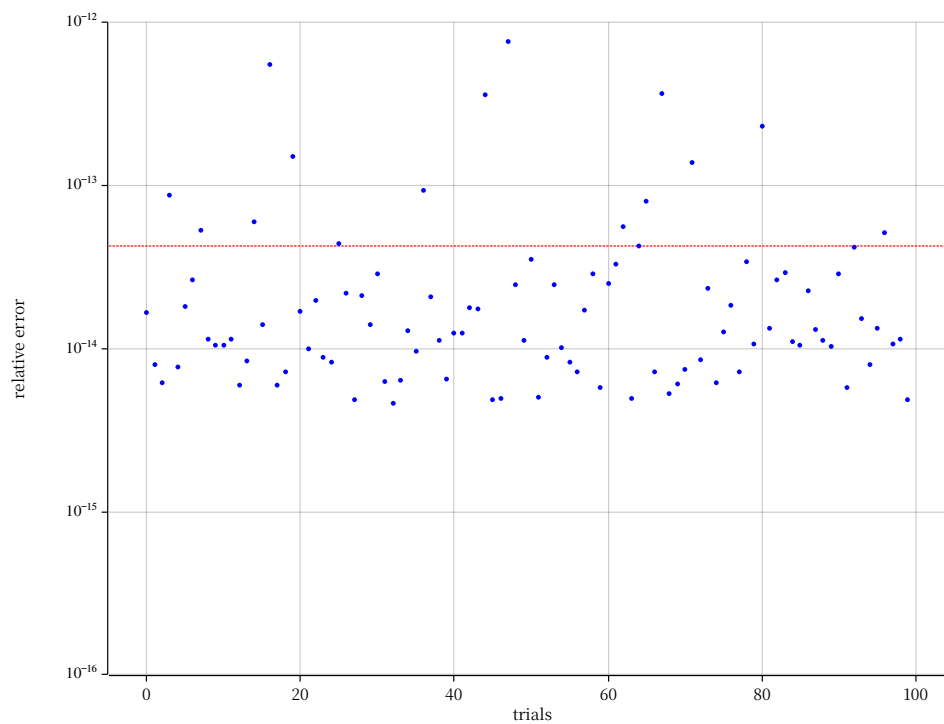
前者は概ね資料通りのアルゴリズムだが,

- 倍精度浮動小数点数を用いている点
- 0-based indexing を採用している点
- 非零判定に EPSILON (ここでは 10^{-10}) との比較を用いている点

が異なる。

2.3. 実験結果

まず, 相対誤差は以下のように推移した:



3. 課題 2, 3

4. 課題 4, 5

Bibliography

[1] 実験演習ワーキンググループ編, “数値線形代数,” in 数理工学実験 2025v1, 2025, pp. 19–30.